

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNÉE MDCCLV.



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLVII.

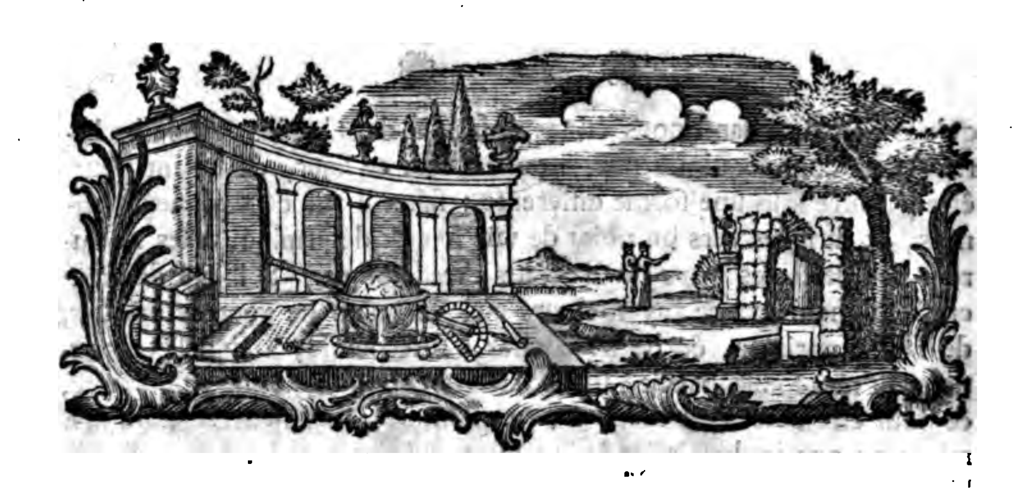
Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Président.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* * *



CONSIDÉRATIONS
SUR LE GLOBE,

PAR M. LE COMTE DE REDERN, (*)

NEUTON détermina dans ſon Cabinet la figure du Globe que nous habitons & ne connoiſſons qu'en partie ; Et la France à qui toutes les Sciences ont les plus grandes óbligations, a employé ſes meilleurs Génies & dépenſé des ſommes conſidérables pour vérifier ſa théorie. Le connoitre ne me paroit pas moins intéreſſant pour le genre humain. Les grandes découvertes du XVieme Siecle excitèrent d'abord la curioſité de toutes les Nations d'Europe ; la jalouſie & la cupidité ont ſuccédé à l'envie de connoitre, & notre indifférence eſt auſſi grande qu'elle

(*) Lû le 24 Janvier 1755. Jour de Naiſſance du Roi.

qu'elle l'étoit, quand nous étions ensévelis dans la plus grande barbarie. Les considérations que je présente sur ce sujet, devroient peut-être paroitre sous une forme différente ; faites il y à déjà plusieurs années, & dirigées vers un point de vûe fixe & déterminé, elles ne furent pas destinées pour un Discours Académique. Sollicité de vaincre l'éloignement que j'ay toujours eu, & qu'on ne peut avoir assés, de faire imprimer, & de les donner à l'Académie, à laquelle appartiennent mes foibles talens, si des efforts continuels pour m'instruire, & pour être utile à ma Patrie & aux hommes, méritent ce nom ; il m'a paru que je devois les laisser telles qu'elles ont été faites pour le bien de ma Patrie, afin d'exciter mes Compatriotes à s'étendre au dehors pour s'enrichir par les connoissances & les productions précieuses des parties inconnues de notre Globe, pour lier, si j'ose le dire, de plus en plus ses habitans, qui quoique fréres se méconnoissent, parce qu'ils ne connoissent pas leur intérêt commun ; enfin telles que l'envie de contribuer à l'accroissement des Sciences & au bonheur des hommes en général me les à dictées, & que j'ai eu l'honneur de les présenter au Roi, qui dans son Cabinet pèse & mesure ce Globe avec autant de profondeur que *Newton*, mais avec des vûes plus grandes, plus élevées, & plus vastes, pour le bonheur de ses habitans ; qui encourage & protège tous ceux qui proposent des idées qui tendent à ce but, qui ne demande d'autre service, que d'employer ses talens & ses travaux pour le bien des hommes, & les récompense comme les Rois ordinaires récompensent ceux qui servent leurs passions. Heureuse situation que la nôtre, Messieurs, de jouïr de ce plaisir si pur, que l'on goûte à servir les hommes, & du bonheur de lui plaire ! Que ce jour que nous célébrons aujourdhui, ce jour à qui nous devons le plus grand des Prussiens, nous rappelle tout notre bonheur ! Qu'il nous rappelle toute l'étendue des devoirs que nous impose la gloire de notre Patrie commune ; d'une Nation de laquelle les Prussiens, j'ose le dire, sont une partie distinguée : Nation, à laquelle le genre humain doit presque toutes les grandes découvertes : le véritable Systéme de l'Univers ; la connoissance des Loix du mouvement des Corps

celes-

celestes, que *Kepler* trouva ; & dont il devina la cause que *Newton* a calculée avec tant de gloire ; celle de la nature de l'air & de plusieurs propriétés des Corps en général par la Machine pneumatique ; qui partage la découverte de l'analyse de l'infini avec les Anglois, dans le grand homme fondateur de notre Académie, & Auteur de ce Systême merveilleux de conjectures sublimes & heureuses sur la nature, l'ordre, l'harmonie, le but & la chaine des Etres de l'Univers, qui prouvent la sublimité de l'esprit humain, ses efforts & son insuffisance pour sortir des bornes étroites dans lesquelles sont renfermées ses connoissances, la certitude & l'évidence : Nation qui peut prendre part par le Chevalier *Beheim* à la découverte du nouveau Monde ; à laquelle on doit l'Imprimerie, la Gravure, la Chymie, la Science de suivre la Nature, & de la décomposer, la Poudre, le Phosphore, une Porcelaine plus belle que celle de la Chine, qui a dérobé à la Nature le secret avec lequel elle forme les métaux dans les entrailles de la Terre, & l'art de donner au Cristal artificiel toutes les couleurs dont elle embellit les Pierres précieuses ; qui a surpris ce ressort caché par lequel la Nature paroit vivifier les Corps organisés, l'irritabilité, ressort qui avec celui de la sensibilité paroissent être les principes matériels du méchanisme merveilleux de la Machine humaine, & de celle des animaux ; à qui une partie du genre humain devra sa vie, & toute l'Europe la sureté des richesses & des besoins qu'elle porte & cherche dans les différentes parties de notre Globe, par la précision avec laquelle l'homme célébre, qui fait l'ornement de nôtre Académie, & que je nommerois s'il n'étoit pas présent (*), a fixé l'art le plus sublime & le plus compliqué, l'Architecture Navale qui n'étoit qu'une Pratique aveugle (**), par les Tables exactes de la Lune, l'instrument admirable, qui laisse observer en mer avec la même précision qu'à terre la distance des Astres, & les Lunettes parfaites

 qu'elle

(*) M. *Euler*.

(**) M. *Bradley* a vérifié par plus de 200 Observations la justesse admirable des Tables de la Lune que M. *Meier* a présentées à la Société de Londres, avec le bel instrument pour observer sur mer la distance des Astres à la Lune.

qu'elle offre au Navigateur ; secours qui le mettront en état, quand perdu dans l'immensité de l'Océan il paroit abandonné sans ressource à la fureur des flotts, de diriger avec une grande certitude sa route sur les flambeaux sans nombre avec lesquels le Ciel éclairoit en vain jusqu'à présent son voyage.

Après avoir considéré notre Patrie comme la Mère des Sciences & des Arts, vous n'exigez pas que je m'étende sur son mérite proprement littéraire. Des Sçavans du premier ordre, & des Ouvrages admirables dans tous les genres, s'offrent en foule ; & on nous accuse peut être avec raison d'avoir de l'Erudition à l'excès, & d'en faire un trop fastueux étalage. Je ne m'arrête pas à ces Talens ingénieux, que la France nous a fait connoitre sous le nom de Bel-esprit, & nous refuse ; ce luxe d'esprit & des Sciences, des Lettres & des Arts, qui en sont l'objet ou devroient l'être, qui comme le luxe du Riche imbécille, ne cherche qu'à donner l'éclat d'une fausse grandeur, du faste & de l'enflure aux petites choses, parce qu'il ne connoit pas le vray, le beau, la véritable grandeur, & le juste emploi de ses richesses. La raison, le vray Genie, l'Ame douée de toutes les facultés à un degré égal de perfection, ne sauroit se livrer avec excés à des Talens frivoles, qui n'occupent qu'une petite imagination, ne se proposent que d'amuser en voltigeant sur la superficie des choses, de flatter les passions communes, retrécissent l'ame, détournent du vray, & considérent les êtres sous tous les rapports, excepté sous celui qui les fait connoitre, celui des causes & des effets, de l'ordre d'existence, que nous remarquons. *Platon*, qui dans *Socrate* avoit vû condamner à la mort & proscrire la Raison, par un Peuple livré à cet égarement, à ce délire d'esprit, crût qu'il falloit exclure les Poëtes de sa Republique parfaite, c'est à dire, de celle d'Athénes corrigée de ses abus & de ses défauts. Il les auroit vû d'un œil tranquille dans notre Patrie, dans une Nation ou il n'est pas rare de trouver de ces hommes qui, Philosophes éclairés autant que Citoyens généreux de l'humanité & vrais Héros, ont osé concevoir & tenter des entréprises, dont l'exécution paroit aux

Ames,

Ames vulgaires n'être réservées qu'au pouvoir des Princes & des Peuples. Quelle foule de grands hommes & de belles actions se présentent à votre esprit. Je me contente de vous rappeller ce projet si beau, si utile, & si nécessaire pour l'Astronomie & la Navigation, de déterminer la Parallaxe de la Lune, que la France vient de faire exécuter, parce qu'il nous regarde de plus près & notre Académie. M. *de Krosick* le tenta icy au commencement de ce Siecle (*); il envoya M. *Kolbe* au Cap de Bonne Espérance, pour faire les Observations correspondantes avec lui. O vous, Juge éclairé de cette grande Famille du Genre Humain! immortel *Montesquieu!* daignez me prêter votre Genie pour mettre dans tout son jour le caractère de ce Peuple dont on n'a qu'à comparer la conduite pour le maintien de sa constitution, de sa liberté, & de la tranquillité du Culte religieux, avec celle des autres Nations d'Europe, pour se convaincre, que la raison, cette faculté ou force de l'ame, d'être la maitresse d'elle-même, de régler, de diriger ses opérations, & de les entretenir dans un juste équilibre; pour voir le vray, & pour apprécier & conduire avec sagesse la vie humaine, le caractérise, & forme dans lui ce caractère moral & philosophique qui tient un juste milieu entre celuy des autres Nations d'Europe, & qui étoit nécessaire pour maintenir pendant 20 ou 30 Siecles une liberté sans époque, & le Gouvernement le plus sage & le plus singulier, que les Grecs avoient tenté vainement dans leurs Amphictions; Peuple auquel l'Angleterre doit sa constitution, sa sagesse, son bonheur, & l'Europe la douceur de ses mœurs & de ses Monarchies; qui a brisé les chaines avec lesquelles les Tirans de l'ancienne & de la nouvelle Rome tenoient dans l'esclavage une grande partie de notre Globe, & qui en donnant des Rois presqu'à tous les Peuples d'Europe, paroit être destiné à produire les hommes qui doivent instruire, éclairer, & gouverner le genre humain.

Je reviens à mon sujet, si c'est s'en écarter que de sentir le bonheur de vivre sous FRÉDERIC, de prévoir celui qui nous attend,

(*) En 1705.

tend, & de nous rappeller ce que nos Péres ont fait pour la gloire & la félicité de notre Patrie & celle du Genre humain, pour nous faire souvenir de ce qui nous reste à faire. Après que les Arts & les Sciences sont établies dans un Pais ; qu'il est peuplé au point, qu'il ne reste plus de terres en friche ; que par l'application à la culture il produit tout ce à quoi son terroir & son climat le rendent propre ; que par son industrie, en travaillant les matières crûes étrangères qu'il ne produit pas, il pourvoit à ses autres besoins ; il lui est nécessaire pour s'enrichir & pour monter au plus haut point de puissance, de richesses, & de félicité, de se défaire du superflu de ses productions & de son industrie d'établir son Commerce dans des Païs qui peuvent en avoir besoin, & de suppléer aux choses qui lui manquent, par l'établissement des Colonies qui les produisent, & assurent une consommation sure de ses propres productions. C'est en ouvrant la communication & étendant le Commerce dans les autres parties de notre Globe, riches en or, argent, & choses précieuses, que nos Climats ne produisent pas, & pauvres par leur barbarie & le manque de connoissances & d'industrie, que les Puissances maritimes d'Europe sont parvenues au point de richesses & de grandeur où nous les voyons. Personne n'ignore le changement qu'à produit en Europe la découverte des deux Nouveaux Mondes ; elle a changé entièrement de face ; sa Politique & ses mœurs ne se ressemblent plus. Les choses nouvelles qu'on vit, démontrerent qu'il falloit voir pour connoitre ; des connoissances plus approfondies & plus justes, l'esprit philosophique, une nouvelle Philosophie, les lumières, les Sciences, les Arts, une communication heureuse, une correspondance perpétuelle & facile entre ses différentes parties, & l'abondance, ont succédé à la barbarie, à l'ignorance, aux tenébres, & au manque des choses les plus nécessaires pour la vie, depuis qu'elle a établi son Commerce & ses Colonies dans les Parties de notre Globe auparavant inconnues, qui l'enrichissent continuellement de connoissances nouvelles, & des productions précieuses des autres Climats.

Henry,

Henry, Prince de Portugal, & *Vasco de Gama*, donnerent l'Afrique & les Indes Orientales aux Portugais. *Colomb*, après avoir offert l'Amérique à sa Patrie, aux Anglois, François, & Portugais, força les Espagnols par plusieurs années de sollicitations de l'accepter; & le Pape *Alexandre VI.* partagea généreusement notre Globe, toutes les découvertes faites & à faire, entre ces deux Nations. Les Anglois, François, & Hollandois, eurent peu d'égard à cet impertinent partage; profiterent des lumières des grands hommes, qui avoient fait les premières découvertes, montrerent combien étoit ridicule la prétention de ces deux Nations, de tenir sous leur pouvoir les trois quarts de notre Globe, & firent tous ces établissements en Amérique, en Afrique, & aux Indes Orientales, qui ont rendu leur Marine aussi puissante, & leur commerce aussi étendu, qu'ils le sont de nos jours.

L'Electeur *Fréderic Guillaume* apprit le premier aux Prussiens les principes desquels dépend la puissance & la grandeur des Peuples, & que le Régne glorieux sous lequel nous avons le bonheur de vivre, dévelope dans leur plus grande étendue. Qu'on me permette de retracer en peu de mots le caractère du Régne de ce Grand homme, & la situation du Brandebourg avant lui. Elevé en Hollande avec des hommes libres, loin de la flatterie de la Cour, les Héros d'Orange formerent son Ame héroïque, & instruit par les études les plus profondes & l'exemple de cette République, qui venoit de faire reconnoître par l'Espagne, & assurer par toute l'Europe, sa liberté, sa gloire, & sa grandeur; il apprit dès sa jeunesse que la puissance & la félicité d'un Peuple, sous quelque forme de Gouvernement qu'il vive, sont le résultat d'une protection éclairée de tous les Ordres de la Société, que le Legislateur dirige vers le bien général, & protège d'autant plus qu'ils contribuent au bonheur du Tout; très différent de cet éclat passager d'un Gouvernement, qui éblouït par quelque saillie monstrueuse, & cache sa véritable misère en accélerant sa chute. L'Etat dont il reçut le Gouvernement, étoit

étoit une Machine ſans mouvement, dont les reſſorts les plus eſſentiels étoient détruits ou manquoient; ſon Génie créateur la diſpoſa pour le mouvement le plus heureux. Les Vénitiens & les Genois étoient en poſſeſſion du Commerce que l'Allemagne fit avant le XVieme Siecle par leur moyen, pour obtenir les épiceries & les productions précieuſes des Climats plus heureux que les ſiens; & les Villes Anſéatiques faiſoient celui de ſes parties Septentrionales & des Païs du Nord; leur commerce les rendit formidables aux Danois, Suédois, & aux Princes dans les Etats desquels elles étoient ſituées, & les Manufactures d'étoffes de laine étoient floriſſantes dans le Brandebourg au point qu'elles employoient les laines d'Eſpagne & d'Angleterre. La barbarie & la ſuperſtition dans lesquelles l'Europe étoit plongée, ſe diſſipèrent tout d'un coup au XVieme Siecle. La découverte de l'Imprimerie lui donna l'empire des Sciences, & celle de la Bouſſole celui des Mers, & lui ouvrit la communication avec les Parties de notre Globe auparavant inconnues. La découverte des deux Indes changea le cours du Commerce, affoiblit & détruiſit celui de Veniſe, & de la Ligue Anſéatique; Et la Reine *Eliſabeth*, le Modele des Rois, l'ornement du Throne & de ſon Sexe, comme cette Reine l'objet de l'admiration & de l'affection de tous les Pruſſiens, que j'ai le bonheur de ſervir, à qui nous devons FRÉDERIC; *Eliſabeth*, dis-je, dont le Génie s'étendit à tout, & rapporta tout au bonheur de ſon Peuple, profita de la révolution, que la cruauté des Eſpagnols produiſit dans les Païs-Bas, pour établir la ſupériorité des Manufactures d'Angleterre qui firent tomber les nôtres. Les ſeules Villes de Hambourg & de Breme ſe ſoutinrent par leur ſituation avantageuſe, & reſterent en poſſeſſion du Commerce que font dans l'Océan toutes les Provinces que l'Elbe, le Weſer, & d'autres Rivières navigables traverſent. Elles furent l'entrepôt du Commerce d'Allemagne, & des Puiſſances maritimes, dont elles devinrent les Commiſſionnaires, ne pouvant pas donner la protection néceſſaire à leurs Vaiſſeaux pour naviger dans les Mers d'Eſpagne & la Méditerannée, ni ſe ſoutenir contre la jalouſie des Puiſſances maritimes, pour faire

com-

comme elles des établissemens dans les autrs parties de notre Globe. L'Allemagne, baignée par l'Océan, la Méditerrannée, & la Mer Baltique, traversée par de grandes Rivières, mais désolée par la guerre de 30 ans, & divisée par cent intérêts différens, ne sortit pas de chez elle, pour prendre part aux grandes entreprises des Puissances Maritimes, & ne fit aucun progrès dans le Commerce extérieur, qu'elle laissa entre les mains des Hollandois, des Anglois, & d'autres Puissances, qui furent assez éclairées pour se l'approprier.

L'Electeur *Fréderic Guillaume*, surnommé le Grand par son Peuple, dans un tems où la liberté & la franchise allemande ne s'étoient point encore familiarisées avec la servitude & la flatterie étrangére; Génie aussi vaste, étendu, & élevé, que l'Etat que la naissance lui avoit donné, étoit petit & misérable; parvint au Trône au milieu des troubles & des horreurs d'une guerre qui ravagea toute l'Allemagne. Semblable au Soleil, qui, après avoir dissipé d'épais & sombres nuages, dont les foudres terribles menaçoient d'ébranler la Terre dans ses fondemens, parait, rétablit le calme, ranime la Nature, & rassure les pauvres humains. Tel fut-il à l'âge de 20 ans pour son Peuple, ou plutôt pour les tristes restes & débris d'un Peuple affligé & désolé par des calamités sans nombre, qui avoient fait un desert du Païs. Il le délivra du joug des Ministres de l'Empereur, & des Généraux Suédois, sous lequel il gémissoit, lui rendit la paix, & conquit des Provinces plus vastes & plus belles, que l'héritage qu'il avoit reçu des ses Ancêtres avec une Armée formée par lui-même: (tige d'où sort ce Peuple de Héros invincibles sous FRÉDERIC,) qui combattoit toujours sous ses ordres, & jamais que pour vaincre. Il eut dit à *Turenne* ce qu'*Hannibal* dit à *Scipion*. Porté toujours au bien & à la véritable grandeur, il s'attacha dès le commencement de son régne à réformer les abus & les désordres de la guerre de 30 ans, par le rétablissement du crédit de l'Etat, & de l'autorité des Tribunaux, que la sagesse de ses Ancêtres & de la Nation avoit établis; mit un ordre admirable dans les finan-

fuivies, dans la perception & la dépenfe des revenus de l'Etat, autant par le rétabliffement des anciens Cadaftres, & les droits mis avec fageffe fur la confommation, auxquels il fit confentir fes Peuples, que par une répartition fage & une deftination fure des fonds ; & repeupla fes Etats par des Colonies étrangéres. Frappé de la fituation heureufe de fon Païs, traverfé par de grandes Rivières, à portée de l'Océan, & baigné par la Mer Baltique par une étendue de Côtes confidérable, qui le rendoient propre au Commerce le plus étendu, à recevoir les Productions de tous les différents Climats, qu'il pouvoit verfer dans les vaftes Païs qu'il féparoit de la Mer, & s'approprier leurs productions, pour les répandre en Europe & dans les autres parties de notre Globe, il excita fon Peuple à la culture des Terres, à l'induftrie, aux Arts, & au Commerce ; fources de bonheur, de puiffance, & de richeffes, que la force & la violence font tarir ; mais qu'il ouvrit par la fureté, la liberté, l'abondance des denrées néceffaires pour la vie, l'émulation, & tous les encouragemens poffibles, qui devoient produire des ouvrages dont la perfection & le moindre prix devoit l'emporter fur toutes les Nations d'Europe : Lia fes Ports avec celui d'Emden, qui n'étoit pas à lui, mais fur lequel il acquit des droits ; ouvrit la communication de l'Oder avec l'Océan ; porta fa vûe fur toute la furface de notre Globe, & conçut l'idée d'établir une Marine, d'affurer la Navigation des Mers d'Europe par des traités avec les Corfaires d'Afrique, & de faire des établiffemens aux Indes Orientales, en Afrique, & dans une des Isles de l'Amérique. Nos Vaiffeaux devoient fournir au Païs les Marchandifes du Levant & des Indes Orientales, troquer en Afrique nos productions & notre induftrie contre de la Poudre d'or, de l'yvoire, des Gommes, & des Négres, transporter ces Négres avec nos productions en Amérique, & revenir en Europe avec la Poudre d'or de la Guinée, avec l'or & l'argent du Mexique & du Pérou, & toutes les riches productions de ces deux Continents. Un Régne affez long dans le cours ordinaire, mais trop court pour le bonheur de fon Peuple, ne lui

per-

permit pas d'achever tous ces beaux Projets. Une partie de ces vûes fut abandonnée sous les Régnes suivans, & les Hollandois profitèrent de l'occasion, & acheterent, ou reçurent plutôt en présent, les établissements considérables qu'on avoit faits en Afrique, pour donner à la Prusse à jamais, s'il étoit possible, une exclusion entiere du Commerce maritime & des grandes entreprises. J'eusse pu me dispenser de vous rappeller par ces foibles traits, le Régne, le Caractère, & la Mémoire de ce Grand homme; si dans le tems que j'osois les tracer pour moi, j'avois pu prévoir, que l'héritier de son Thrône, de son Génie, & de ses Vertus, seroit son Historien, & le peindroit du pinceau le plus sublime, ou plutôt se peindroit lui-même.

Les Puissances maritimes en possession de Païs immenses, dans le cas de celui, qui, les deux mains pleines d'or, voudroit en prendre, & seroit obligé de jetter ce qu'il tient, occupées à affermir les établissemens qu'elles ont faits, & préférant avec raison l'utilité de faire valoir les découvertes faites, à la gloire d'en faire de nouvelles; ne sont attentives, qu'à empêcher que les autres Puissances d'Europe ne s'établissent en Afrique, ou aux Indes Orientales, & en Amérique, ou en poussant les découvertes plus loin ne fassent des établissemens équivalens. Leur jalousie a éteint cette ardeur, qui s'étoit répanduë dans toute l'Europe, de faire de nouvelles découvertes, & d'achever la connoissance de notre Globe, dont, malgré les progrés qu'ont fait les Sciences, la Navigation, & le Commerce, nous connoissons à peine la moitié.

S'il ne nous est pas permis de nous remettre dans la route que le Grand Electeur nous a tracée, le Régne de FRÉDERIC ouvre des routes nouvelles: des acquisitions heureuses de Provinces maritimes faites depuis ce tems, & d'autres avantages dont ce Grand homme étoit privé, offrent les plus grandes facilités, & promettent des succès infaillibles. Si la jalousie des Puissances maritimes ne per-

 met

met plus de faire des établissemens dans les vastes Païs qu'ils se sont appropriés, notre Globe offre des découvertes aussi belles, & les mêmes avantages qu'elles ont trouvés.

Il n'est pas de mon sujet de m'étendre ici sur ce qui nous manque encore de la connoissance de notre Hémisphère Septentrional. Nous avons l'obligation au Capitaine *Behring*, d'être éclaircis sur un point important; le passage entre l'Asie & l'Amérique, ou la communication de la Mer du Nord avec l'Océan pacifique, n'est plus un problème, & donne la plus grande probabilité pour le passage par le Pole, plus glorieux pour l'Alcide nouveau qui le tentera, que tous les voyages que la soif des richesses a fait faire depuis celui des Argonautes jusqu'à nos jours, & non moins intéressant pour le genre humain; qu'on me pardonne les regrets que je ne saurois refuser à l'homme célébre, à qui nous devons cette découverte. Le Czar *Pierre*, qui eut été l'ornement de l'espece humaine, s'il avoit sçu réprimer en lui-même cette férocité qu'il vouloit dompter dans sa Nation, & connoître les charmes des vertus, de l'humanité, & de la douceur; qui eut été mis au rang des *Orphées* & des *Amphions*, si comme eux par des Chants doux & harmonieux, il eut éclairé, adouci, & policé son Peuple, l'en chargea peu de jours avant sa mort; il surmonta toutes les difficultés, traversa les deserts immenses de la Sibérie & de la Tartarie, se transporta à l'extrémité Orientale de l'Asie avec les matériaux nécessaires pour la construction de deux Vaisseaux; fit le tour du Nord-Est de l'Asie par une Mer libre, & après être revenu à *Kamtschatka* pour réparer ses Vaisseaux fracassés par les orages, il se remit en mer, pour achever ses belles rechercherches par la connoissance exacte du Nord-Ouest de l'Amérique, dont il avoit reconnu le peu d'éloignement; des tempêtes horribles le rejetterent dans le port duquel il étoit parti, & hors d'état de poursuivre ses recherches, il revint cinq ans après son départ à *Petersbourg*. La Cour de Russie ayant résolu dix ans après, sur de nouvelles sollicitations, d'achever cette belle entreprise, il retour-

tourna accompagné de Messieurs *Spanberg*, *de l'Isle*, & *Tschirikow*, Lieutenant de sa première expédition, qui se proposoient de reconnoitre les autres parties inconnues de la Mer pacifique Septentrionale, à *Kamtschatka*; connoissant & bravant les dangers des Mers orageuses, qu'il se proposoit de parcourir, il partit du Port d'*Avatcha*, mais son courage & son habileté furent forcés de céder aux tempêtes horribles qui l'assaillirent; il fit naufrage dans une Isle déserte, où dénué de tout secours il vit périr la plus grande partie de son équipage, & termina lui même sa glorieuse vie. Une reconnoissance barbare a cru faire assés pour sa mémoire, en donnant son nom à cette Isle; la pitié & la compassion, sentimens gravés par la Nature dans le fond de notre cœur, agissent de même sur tous les hommes; mais la récompense des vertus & des talens suppose une ame éclairée, douée de talens & de vertus elle-même. Les Nations de l'Europe, capables d'apprécier les lumières, les grandes vues, le courage, & les actions belles & généreuses, rendront plus de justice à ses glorieux travaux: le nom de *Behring* sera à côté de ceux de *Magellan* & de *le Maire*. C'est lui, & Messieurs *de l'Isle*, dont le mérite pour la Géographie & la connoissance du Globe est connu à tous les gens de Lettres, qui nous ont fait connoître les bornes de l'Asie, beaucoup plus avancées vers l'Orient qu'on ne croyoit; vaste Continent habité par cent Peuples divers très différents de caractère, de mœurs, & de figure, qui se vantent tous de la plus haute antiquité; que nous ne connoissons que très superficiellement, & dont l'intérieur, duquel sont sortis les Conquérans de tous ces vastes Empires, de la Chine qui a toujours sçu soumettre ses farouches vainqueurs à sa sagesse, de l'Indostan, de la Perse, des Sarrasins, & de l'Empire Grec, est presqu'absolument inconnu. Ses Isles ne sont connues qu'en partie, & par des rapports vagues des Voyageurs, à qui l'avidité ou la nécessité fait quitter l'Europe, très peu capables de nous instruire, parce qu'ils ne le sont sur rien, qui annoncent les choses les plus singulières, tant à l'égard de leurs productions, que de leurs habitans variés à l'infini dans des hommes

 blancs,

blancs, jaunes, vers, noirs, à longs cheveux, à laine frisée, velus, à quëue, *horangs outangs*, ou habitans des bois, sur lesquels il faut suspendre notre jugement, jusqu'à ce que l'œil du Sage, de l'homme capable d'observer, les ait vérifiées, & que les *Solons*, les *Pythagores*, & les *Platons*, parcourent le Globe pour le faire connoitre à ses habitans, & leur apprendre à se connoitre eux-mêmes. L'Océan pacifique Septentrional en contient, dans ce vaste espace entre l'Amérique & la Chine, qui sont entièrement inconnues. Celles du Japon renferment le Peuple & l'Empire le plus singulier, qu'on ne connoit que fort imparfaitement, & qui croit de son intérêt de rester inconnu aux hommes, & de ne pas les connoitre. La Hollande a arraché à l'Espagne avec sa liberté ces Isles dont les richesses sont inépuisables, qui produisent les aromates; & a fondé cette vaste domination, & cette Ville superbe, qui fait l'étonnement de l'Orient où le Gouverneur d'une Compagnie qu'elle a autorisée, décide du sort de ses Rois despotes, & de leurs malheureux Esclaves; & qui devoit lui servir d'azile, si l'Europe effrayée, & en pleurs, n'étoit pas venue à son secours, quand *Louis XIV.* la menaçant de ses chaînes voulut la forcer de quitter nos climats ingrats, ces Marais, ces fanges tirées du sein de la Mer, converties dans des Campagnes fertiles & riantes, entourées de Murs d'airain qui se jouent de la fureur des flots, & couvertes de Villes superbes, & d'un Peuple innombrable; Monumens éternels de la sagesse & de la liberté, qui unissoient aux vertus austères, & à la simplicité de l'ancienne Rome, l'opulence, le commerce, & les richesses des Phéniciens & de Carthage. La possession de ces Isles fait aujourd'hui le soutien de sa grandeur chancelante.

L'Afrique, brûlée par l'ardeur du Soleil, & par les Vents chargés du feu des vastes plaines de l'Asie, que l'ignorance de l'orgueilleuse Rome, qui donnoit au Monde les bornes de son Empire, croyoit presqu'inhabitable; mais que l'Histoire ancienne nous fait connoitre comme une des Parties de notre Globe habitée la première

par

par des Nations policées, puissantes, & nombreuses, remplie de Villes superbes, dont les ruines merveilleuses de l'ancienne Egypte seront des preuves éternelles, & nous rappelleront toujours que l'Europe lui doit ses connoissances, sa sagesse, ses premiers Legislateurs, & ses premiers Philosophes ; habitée aujourd'hui par des Peuples variés à l'infini par la figure, la couleur, & tout ce qui peut caractériser l'homme, depuis l'Européen & le Musulman qui se sont rendus maitres de la plus grande partie de ses côtes, jusqu'au malheureux habitant, mangé s'il faut le croire par l'infecte dont il se nourrit, au Négre blanc (*), Peuple s'il existe de malades, au Caffre hideux, & aux *Beggos*, *Mandrils*, *Quoios Morros*, *Pongos*, *Engodos*, qui demeurent dans les bois ; & font douter si l'espece humaine susceptible, outre la variation de la figure, de gradation dans son caractère essentiel, la faculté de se perfectionner, ou plutôt de sentir son imperfection, n'est pas aussi variée que la plûpart des espéces du régne animal le sont, & feront connoître la chaine de l'espèce animale, dont l'homme & le polype paroissent être les deux chainons, qui la font tenir à d'autres ordres d'Etres ; ou prouveront dans des Etres, que l'ignorance des Anciens se contentoit de nommer des Monstres, & que la nôtre prend pour des Animaux anthropoformes, l'influence du Climat, des alimens, de la façon de vivre, des mêmes causes qui agissent sur une suite de générations, & la différence de l'homme sauvage dans l'état de la premiere nature avec l'homme dévelopé, policé, & perfectionné par tous les secours de l'éducation & de la Société. Ce vaste Continent méconnu, tombé dans l'oubli, & regardé aujourd'hui comme un Monde nouveau, pro-

(*) Quoiqu'en disent quelques Naturalistes & Voyageurs, il ne paroit pas qu'il y ait un peuple de Négres blancs ; il ne s'en trouve que des individus, & cette blancheur de Négre accompagnée d'une grande foiblesse des yeux paroit être une maladie, à laquelle en général les habitans de la Zone torride sont sujets. Les *Chackrelas*, ou *Cakerlacks*, des Isles & des Indes Orientales, & les Blancs de l'Isthme de *Darien*, dont *Waffer* fait mention, n'en laissent presque pas douter.

promet les choses les plus singulières aux Philosophes, & montre à la Politique dans ses poudres d'Or, & les productions précieuses de ses côtes, ce qu'il renferme dans son intérieur.

Nous ne connoissons pas mieux la vaste Amérique, qui s'étend d'un Pole à l'autre, & paroit renfermer dans ses extrémités, dans *l'Esquimaux* & le *Cocahu*, les extrèmes de la taille de l'espece humaine ; Continent que la Nature paroit avoir formé exprès pour le combler de tous les avantages, qu'elle n'a accordé qu'avec œconomie & en partie aux autres Continents, d'une fertilité admirable, & d'une variété étonnante dans ses productions, dans lequel l'ardeur du Soleil, tempérée par les vents frais de l'Océan Atlantique, & les glaces & les neiges éternelles qui couvrent les cimes orgueilleuses de ses Cordélières, ne fait que rougir l'Américquain ; quand elle noircit l'Africain dans les mêmes Climats. Terre qui paroit la plus nouvelle, quand on considère ses habitans, & la plus ancienne de notre Globe par l'élévation de son sol, & la hauteur extrème de ses andes, qui la traversent d'un bout à l'autre ; descendent vers les rivages de l'Océan pacifique pour former ces plaines admirables respectées de la foudre & du tonnere, & couvertes toujours d'un nuage leger comme d'une gaze, qui les garentir de l'ardeur du Soleil, & les fait jouïr d'un Printems éternel ; que l'Espagnol a arrosé du sang du malheureux Péruvien, pleurant dans le plus dur esclavage la destruction barbare de ses riches merveilles & de la Monarchie des Enfans du Soleil, qui gouvernoient un Peuple innombrable, docile, simple, & heureux par le respect religieux pour ses Maitres, dans lesquels il adoroit ses Dieux, par l'ordre, l'unité & l'harmonie de la Monarchie, & le désintéressement, la générosité, & les autres vertus républicaines ; Rochers énormes qui paroissent soutenir la voûte celeste ; élevent dans les Régions supérieures de l'atmosphère, à presque une lieue (*) au dessus du niveau

(*) *Quito* est à 1500 Toises au dessus du niveau de la Mer, & le Mercure qui se

veau de la Mer, ces vallées délicieuses, qui jouissent dans la Zone torride des productions de tous les climats, & de l'air le plus pur, le plus doux, & le plus tempéré; & s'abaissent encore vers l'Océan pour former ces Terres riches & fertiles où l'indomtable Chilien, qu'on croiroit être le frère de ces fiers Germains, que Tacite a éternisés, & qui méritoient de l'être, refuse le joug de l'Espagnol, & menace de venger l'Amérique. Chaine de Montagnes gigantesques, entassées par les Titans pour escalader les Cieux, dont la masse énorme & disproportionnée avec celle du Globe, dérange les Loix que ses forces centrales dictent à la matiere, & qui sont comme le Laboratoire, dans lequel la Nature travaille continuellement à la production de ces richesses qui ont couté si cher à ses habitans, & feront rougir éternellement l'Europe de sa cruauté & de son avarice. Nous ne connoissons que les côtes de cet immense Continent, que l'Indien a abandonné pour se retirer dans l'intérieur des Terres; il a conservé sa liberté dans la partie méridionale, les Terres Magellaniques, parce que la farouche Patagon n'offre rien à notre avidité, & que *Philippeville*, que l'orgueil ignorant de *Philippe II.* fonda, pour le subjuguer & fermer le chemin de l'Océan pacifique à toute l'Europe, fut aussitôt détruite que fondée. Il a cédé le riche Brésil au Portugais, qui l'a souillé par des flots d'un sang innocent, & la destruction des *Topinambus* & des *Tapuias*, Peuples nombreux, anthropophages, mais innocents & doux, qui le recevoient avec amitié; & il a soumis dans le *Paraguai* sa haine à l'habile Jesuite, qui a sçu adoucir sa férocité par la Religion, l'établissement de l'agriculture, des Arts, & de cette forme de Gouvernement dont le Pérou lui offroit les effets merveilleux, la plus propre peut-être à être reçue par l'homme simple & innocent, qui sort de l'état de la première natu-

le soutient dans le Barometre à 28 pouces 1 ligne au bord de la Mer, y est à 10 pouces 1 ligne. Le *Chimboraco*, Montagne peut-être la plus haute de notre Globe est à 3217 Toises au dessus de la Mer. Sa partie couverte de neige a plus de 800 Toises.

nature. Un des Sages que la France envoya au Pérou pour mesurer le Globe & déterminer sa figure, nous a fait connoitre ces vastes deserts, que parcourt le fleuve des Amazones. Riviere immense, la première de notre Terre, par l'étendue de son cours, la largeur de son lit, & la quantité de ses eaux, qui ressemble à son embouchure à une Mer d'eau douce, qui se répand dans l'Océan pour dissoudre ses sels, & adoucir son amertume. L'Amérique Septentrionale, occupée par les vastes dominations des Espagnols, des François, des Anglois, & les Missions des Jesuites dans la Californie, renferme dans sa partie Occidentale, très peu connue des Nations beaucoup plus policées, (Colonies peut-être Japonoises ou Chinoises,) que le Huron & l'Iroquois qu'on a trouvé sur ces côtes Orientales ; elle s'étend surement beaucoup plus vers l'Ouest que les Géographes ne le marquent, & cette considération seule devroit faire renoncer aux recherches du Passage par le Nord-Ouest dans l'Océan pacifique, qui ne prouvent que l'obstination, ou l'ardeur avec laquelle un Peuple profond & philosophe tâche de surmonter les plus grandes difficultés, & sacrifie tout à une entière certitude, & à l'évidence.

L'Hemisphère méridional ne nous est connu qu'autant qu'il se trouve lié immédiatement avec l'Hemisphère Septentrional, & que l'avidité ou la nécessité obligent le Navigateur, qui fréquente les parties connues de notre Globe, d'y passer. Nous n'en connoissons avec précision que les côtes des parties méridionales de l'Afrique & de l'Amérique, & quelques Isles ; le reste ne nous est connu que par des Caps & des côtes vues, & des découvertes qu'on n'a pas suivies. Des particuliers ont fait des tentatives, mais leur zele impuissant & dépourvû de moyens, pour conduire des entreprises de cette nature à leur perfection, n'a eu que des demi-succés, & leurs desseins sont morts avec eux ; mais ces tentatives, toutes infructueuses qu'elles ont été pour leurs Auteurs, sont d'une grande importance pour les Peuples d'Europe, qui étant exclus par les Puissan-

ces

ces maritimes de la possession de l'Amérique, de l'Afrique, & des Indes Orientales, voudroient faire des établissemens équivalens, & achever glorieusement la découverte de notre Globe. Toutes ces recherches faites dans les différentes parties de l'Océan, de l'Hemisphère meridional, donnent des vuës sures & précises, en sauvant le risque de chercher des Terres où il n'y en a pas. Il n'est plus question de les trouver & de vérifier leur existence, il s'agit de les reconnoitre & de les occuper ; & le haut degré de perfection auquel sont élevées la connoissance géographique & physique de notre Globe, l'Astronomie & la Navigation, procurent des moyens & des facilités, que ceux qui nous ont précedés, n'ont pas eu. On peut déterminer avec la plus grande précision la situation & l'étenduë de ces terres, en combinant & liant toutes les différentes Navigations, qui ont été faites depuis deux cent cinquante ans, par *Americ Vespuce*, *Savedra*, *Mendagna*, *Gallego*, *Quiros*, *Drack*, *le Maire*, *Tasman*, *David*, plusieurs Vaisseaux de la Compagnie des Indes Orientales, de Hollande, *Halley*, *Dampiere*, différens Vaisseaux Malouins, qui ont fait le Commerce de la Mer du Sud pendant la guerre de Succession, un Brigantin Espagnol poussé à l'Ouest du Chili dans la Mer du Sud en 1714. trois Vaisseaux équipés en 1721. par la Compagnie des Indes Occidentales de Hollande pour la découverte des Terres Australes, & les deux Vaisseaux envoyés en 1738. par la Compagnie des Indes de France dans l'Océan Atlantique ; en liant, dis-je, toutes ces Navigations, on peut démontrer avec toute l'évidence possible, que l'Océan de l'Hémisphère méridional, outre des Isles considérables, renferme deux grands Continents. Le premier paroit entourer tout le Pole Antartique, & ne pas s'étendre beaucoup au delà du Cercle Polaire, excepté dans la Mer du Sud, où il s'avance par une étenduë de 12 à 1500 lieuës de côtes vers le Tropique du Capricorne, & peut-être au delà, dans les climats les plus riches & les plus beaux ; il peut avoir depuis le Cap *de la Circoncision* à moins que ce ne soit le Cap d'une Isle assez considérable détachée du Continent, jusqu'aux Côtes mentionnés dans la Mer

 du

du Sud, 15 à 1600 lieues de longueur, & depuis les Terres vis à vis du Cap *Horn*, qui paroissent se retirer extrémement vers le Pole, se séparent peut-être, pour former une chaine d'Isles sous le parallelle de la Terre de Feu & de celle des Etats, & laissent le passage libre sous le Pole, jusqu'aux terres vis à vis du Cap *Diemen*, 5 à 600 lieues de largeur. Cette étendue immense de Terres peut former plus d'un Continent ; les Rélations des Navigateurs, qui ont navigé dans ces Mers, prouvent une existence de Terres de cette étendue, mais ne donnent pas une certitude absoluë sur une continuité sans aucune interruption. Le second s'étend par la Nouvelle Guinée, ou la Terre des *Papous*, depuis l'Equateur jusqu'au 45ieme degré de Latitude méridionale, par le Cap *Diemen*, & peut avoir 6 à 700 lieues de longueur sur autant de largeur, entre les 125 & les 165 degrés de Longitde premier Méridien de l'Isle de *Fer*.

J'obmets la discussion & les détails de toutes ces recherches, que je me réserve de donner dans des Mémoires particuliers, pour ne pas abuser de la patience & de l'attention de l'Assemblée. Je ne m'arrêterai pas non plus aux Philosophes, Naturalistes, & Géographes, qui ont touché à cette matiere : la première idée qui se présente à l'esprit, en jettant les yeux sur l'étenduë immense de l'Océan de l'Hemisphère méridional, est de soupçonner qu'il doit renfermer des Terres aussi étenduës que les Continents qui nous sont connus ; & celle qui suit immédiatement, c'est que ces Terres pouvant s'étendre dans tous les climats, doivent produire à peu près les mêmes choses, que nous avons trouvées dans les différens climats des Terres connuës ; que par conséquent le Commerce, ou les établissemens qu'on peut y faire, doivent procurer les mêmes avantages que l'Europe a trouvés depuis qu'elle est sortie de chez elle, & qu'une hypothèse aussi intéressante méritoit d'étre constatée par les recherches les plus exactes & les faits les plus certains. Mais il paroit qu'on n'a apperçu ces idées que comme le Marin qui voit des Caps, des Côtes, & des Terres, sans se détourner de son chemin ; & on ne

trouve; faute d'avoir suivi avec attention les Navigateurs qui ont navigé dans les différentes Mers de cet Hemisphère, d'avoir comparé, combiné & lié leurs rélations, leurs routes & leurs observations, que des conjectures vagues, & des vuës fort éloignées du vray, qui ne pourroient faire faire que des démarches couteuses & infructueuses. La Compagnie des Indes de France n'auroit pas fait l'expédition de 1738. sur une rélation fabuleuse, si elle avoit consulté les Navigations d'*Americ*, de *Tasman*, de *Halley*, & de plusieurs vaisseaux Malouins; *Tasman* & *Dampiere*, deux fameux Navigateurs, auroient dirigé leurs recherches tout différemment; & la plûpart des entreprises de ce genre n'ont été sans succés, que parce qu'on alloit au hazard, avec des vuës plus vagues & indéterminées que les Mers dans lesquelles on se proposoit de naviger, quand le flambeau des connoissances physiques & géographiques du Globe, & l'étude des Navigateurs sur les pas desquels on marchoit, offroient tous les moyens pour diriger, fixer, & assurer les vuës qu'on pouvoit ou devoit avoir. Un sujet de cette importance méritoit depuis longtems une discussion plus approfondie, & l'examen le plus sévére. Partager le Globe par des bandes paralleles à l'équateur, les parcourir, & en faire une recherche exacte, seroit l'idée du Philosophe, qui ne demanderoit qu'à connoitre; le Philosophe, qui en même tems est Citoyen, joint le bonheur de ses frères à l'intérêt du Genre humain; le cœur le plus élevé conduit son esprit, dirige & fixe ses vûes sublimes; il fertilise, si j'ose le dire, les champs arides d'une Philosophie stérile, & de pure spéculation, qui ne produit que des ronces, des épines, & souvent des Plantes vénimeuses & malfaisantes. A ces traits vous allez me prévenir, Messieurs, & me nommer un Nom, que l'amitié me fait prononcer avec autant de plaisir que vous en avez à l'entendre; c'est celui de M. *de Maupertuis*. Le sujet que je traite ici ne pouvoit pas lui échaper; il en parle dans ces Lettres admirables, dont la passion a fait une Critique si injuste, dans lesquelles il discute avec autant de profondeur que de précision, les sujets les plus intéressans par le Genre humain, dans des termes

qui prouvent l'importance de la chose, & tout l'intérêt qu'il y prend; il étoit naturel que celui qui a mesuré ce Globe, souhaitât de le faire connoitre aux hommes.

Des établissemens dans ces vastes Païs, qui s'étendent des Climats froids dans ceux où l'on trouve les productions les plus riches & les plus précieuses de la Nature, dans des Mondes nouveaux & séparés de tous les Continents connus & habités, ne sauroient que faire espérer les avantages les plus considérables, les plus grands, & les plus singuliers pour l'esprit humain, & pour le progrès des Sciences; & à l'égard de l'intérêt politique, & du Commerce, les mêmes, & peut-être de plus grands, que ceux que les Espagnols ont trouvés au Mexique & au Pérou, les Portugais au Brésil, les Hollandois à Batavia, & les autres Puissances maritimes dans leurs établissemens aux deux Indes.

Le Régne glorieux sous lequel nous vivons, époque heureuse pour nous, & mémorable pour tous les hommes, où tout succede, où l'on ne voit que de grands événemens, fait espérer les plus heureux succès pour les entreprises les plus difficiles, & doit élever le génie & le courage des Prussiens à tous les genres de grandes choses qui leur ont été inconnues jusqu'à présent. L'inquiétude & la vaine ambition d'*Alexandre* cherchoit un autre Monde; il s'offre, il se soumet, pour partager notre bonheur, à la Sagesse de FRÉDERIC. L'Europe s'est reproduite dans les autres parties de notre Globe, par de nouvelles Espagnes, de nouvelles Frances, de nouvelles Angleterres, & de nouvelles Hollandes. La Prusse, tirée du berceau par FRÉDERIC, enfant précoce, si j'ose m'exprimer ainsi, parvenu par l'heureuse influence de son Régne à l'age viril de force & de vigueur, qu'elle ne devoit attendre que d'une longue suite de Siècles, doit s'attendre à obtenir de ses mains des bienfaits sans mesure. Enhardie par le passé, & accoutumée à lui voir produire des merveilles tous les jours, elle peut se flatter de recevoir de lui une

une feconde vie dans une nouvelle Pruffe, dans un Monde nouveau, qu'il irera de l'abime des eaux. L'Allemagne & la Suiffe, au lieu de donner le fuperflu de leurs habitans aux Anglois, & aux Hollandois, peupleront les Colonies Pruffiennes : & fi la France a crû faire beaucoup pour les Sciences, quand elle a mefuré le Globe, le Régne glorieux de FRÉDERIC, deftiné à éclairer les hommes, fera infiniment plus pour eux, en leur faifant connoître ce Globe qu'ils habitent. Heureux celui des Pruffiens qui pourra faire connoitre le nom de FRÉDERIC à des Nations qui n'ont jamais vû d'Européen, & rendre le fervice le plus fignalé aux hommes & à fa Patrie, fous un Régne qui nous comble de bonheur, & le nom Pruffien d'une gloire éternelle!



RECHER-

RECHERCHES SUR LA FORMATION DES PIERRES, OU CONCRETIONS GRAVELEUSES DANS LE CORPS HUMAIN,

A L'OCCASION D'UNE PIERRE SORTIE PAR UN ABSCE'S PERÇÉ DANS LES HYPOCHONDRES.

PAR M. ELLER.

Il y a environ quinze jours (*), qu'on nous a envoyé de *Sorau en Saxe*, une pierre de diverses couleurs, de l'épaisseur d'un pouce, sortie d'un abscès, percé dans les hypochondres, du côté droit, dont une pauvre Femme de soixante & dix ans a été incommodée pendant quelque tems ; & comme quelques personnes distinguées de l'endroit où le cas est arrivé, nous sollicitent de leur communiquer notre sentiment sur la production assez extraordinaire de cette pierre, & d'expliquer par quel moyen elle a pu se trouver dans un abscès environné de pus, ou d'une matiere coulante, surtout à un endroit du corps, qui ne paroit guères favoriser des productions semblables, j'ai jugé de faire une chose convenable au but de nos Mémoires, si je tâchois de déveloper la cause de cette production ; & de quelle maniere la pierre en question a pu trouver issuë par l'abscès.

Tout le monde sçait, que c'est une chose assez ordinaire & fréquente, que de rencontrer des pierres, ou des concrétions graveleuses, dans plusieurs parties du corps humain. J'en ai trouvé successivement dans presque tous les visceres, comme dans les sinus du Cerveau, dans les glandes qui sont sous la Langue, dans les Poûmons, dans les Intestins, dans la Vesicule du fiel, le Mesentere, & le Pancréas, dans les Reins, dans

(*) Ce Mémoire a été lû le 20 Mars, 1755.

dans les Ureteres, dans la Vessie, dans l'Urethre &c. Mais cette derniere sorte de pierres, qu'on découvre dans la voye de l'urine, sont, comme on sçait, les plus fréquentes, & aussi les plus dangereuses par rapport aux accidens qu'elles causent aux Malades qui en sont attaqués.

Je ne prétends pas donner ici une théorie exacte sur la production des pierres qu'on trouve, & que d'autres ont trouvées dans ces différentes parties; cela me meneroit trop loin: mon but est seulement de communiquer les observations que j'ai eu occasion de faire jusqu'ici sur ces sortes de productions, & d'ajouter les recherches que j'ai faites sur les causes de leur existence.

Il n'est pas fort étonnant, qu'on découvre si souvent ces sortes de corps *préternaturels* dans le corps humain; la nature & les propriétés de la masse de notre sang, & plusieurs de ces différens fluides qui la composent, sont naturellement portés à la coagulation, si quelques causes internes, ou aussi externes, y prêtent leur ministere. La partie séreuse ou nutritive de cette masse est encline, tout comme le blanc d'œuf, à la coagulation, dès que la chaleur, causée par la circulation violente & soutenuë de notre sang, surpasse son degré naturel; alors le *Serum* poussé avec violence dans les plus petites artères lymphatiques, ou vaisseaux secrétoires, s'y arrête par necessité à cause du rétrécissement de leur diamétre, & ayant laissé échaper sa lymphe déliée par les artères latérales, s'épaissit & se desséche par degrés, constituant ainsi le premier degré de coagulation de nos humeurs, qui après un desséchement parfait, montre une concrétion dure, friable, & pierreuse, formée des molecules terrestres, & un peu salines, collées ensemble par cette onctuosité qui se trouve dans tous les fluides de notre corps. Si cela arrive dans les tendons & ligamens, qui envelopent les articulations des extrémités de notre corps, cette coagulation se manifeste alors sous le nom de *Goutte nouée*, qui perce quelquefois les intégumens, ou la peau extérieure, & sort sous la forme de plâtre ou de chaux; & il me souvient d'avoir rencontré une petite pierre formée de cette façon dans la gaine du gros tendon, que les quatre muscles extenseurs de la jambe composent au dessous du genou.

 Lors-

Lorsque cette partie féreufe du fang s'arrête dans les artères lymphatiques des ramifications de la trachée artere des poumons, & s'il arrive qu'elle s'y deffèche, elle forme dans la fuite des boutons, qui fe détachent à la fin par le moyen d'une petite fuppuration qui fe forme à l'entour ; étant rejettés ainfi avec le crachat par la toux, on découvre dans ces boutons, furtout dans les malades étiques, des concrétions graveleufes, blanchâtres, affez folides, quelquefois de la groffeur d'un noyau de cerifes, ou d'une petite féve.

C'eft à peu près de la même façon que fe forment les pierres qu'on découvre quelquefois dans la glande falivale, deffous la langue ; accident très incommode pour celui qui en eft attaqué. Souvent on ne peut pas foulager le malade, quand même on a découvert la caufe de fon mal ; on craint l'incifion qui fe doit faire pour en tirer la pierre ; & l'hémorrhagie qui s'enfuit quelquefois, ne laiffe pas d'effrayer également celui qui entreprend l'opération, & celui qui la fouffre. C'eft pour cette raifon, qu'on abandonne ordinairement la guérifon de ce mal à l'opération de la nature, vû que ce corps étranger, par fon poids, refferre & preffe tellement les vaiffeaux fanguins qui l'entourent, qu'une inflammation accompagnée d'une fuppuration legere s'en doit fuivre néceffairement : ce qui aide la pierre à fe dégager, & à quitter fa demeure, au grand foulagement du malade. Et c'eft de cette façon, que j'ai vu deux perfonnes fe débarraffer de ces fortes de pierres de la groffeur d'un noyau d'olive, qu'ils avoient portées fous la langue des années entières, non fans grande incommodité.

J'ai été frappé encore des concrétions graveleufes, que j'ai rencontrées autrefois dans le méfentere, & encore l'année derniere ici, chez un enfant de trois ans. Cet enfant étoit mort de confomption, ou plutôt d'une phtifie du bas ventre, qui avoit miné & defféché ce petit corps dès fa naiffance. J'y vis avec furprife, que le centre de ce vifcere étoit parfemé de tous côtés de petites tumeurs, ou boutons blancs, qui reffembloient à autant de pois fecs de jardins, ou à de petites féves. Je croyois d'abord que ce n'étoit qu'un defféchement des

glan-

glandes, causé par une obstruction précédente, occasionnée par l'entortillement des vaisseaux lactés dans leurs anastomoses avec les vaisseaux lymphatiques de ces glandes ; & effectivement la plûpart de ces boutons n'étoient pas autre chose. Mais, en les piquotant avec la pointe d'un scalpel, j'en découvris quelques uns parmi les plus gros, où le desséchement de la tumeur ressembloit à un noyau de plâtre, que j'avois de la peine à désunir avec le couteau. Le chyle a donc effectué ici, ce qui dans les productions calculeuses précédentes, a été causé par la partie séreuse de la masse du sang.

Cette file, ou amas de glandes, ressemblant à une langue de chien, & placé derrière l'estomac entre les membranes du *mesocolon*, qu'on nomme le *pancréas*, n'est pas exemt non plus de ces sortes des concrétions. J'en ai rencontré un à la Maison de Charité ici, il y a vingt ans passés, qui étoit tout squirreux ; & son conduit, proche de l'insertion dans le cholidoque, étoit bouché par une pierre assez considérable, laquelle, quoique friable un peu comme la chaux, ne laissoit pas d'être comparable, par rapport à sa structure, à celles que les autres glandes produisent souvent.

Mais les pierres qui se forment dans la voye des urines de notre corps, sont plus fréquentes que celles dont j'ai parlé jusqu'ici ; ce qui est d'autant moins extraordinaire que toutes les parties constituantes de ces sortes de pierres sont déjà contenuës dans ce fluide rejettable, qui est surchargé en même tems de parties terrestres, salines, grasses, ou huileuses, séparées de la masse de notre sang, comme matières superfluës, gâtées, ou nuisibles à la nutrition de notre corps.

Les Visceres qui sont sujets à ces sortes de maux, ou qui permettent des concrétions graveleuses de cette nature, sont les Reins, les deux Ureteres, la Vessie, & l'Urethre ; s'il arrive par une cause quelconque que les urines s'arrêtent dans l'une ou l'autre de ces parties, & que l'eau seule puisse s'échaper successivement par les veines résorbantes des membranes, ou même par les voyes naturelles, alors les autres parties plus grossières, que je viens d'indiquer, s'arrêtent, s'amassent,

 s'atti-

s'attirent mutuellement, & se lient ensemble, surtout par le moyen de la graisse qui leur sert de colle pour former ce corps solide; c'est de cette façon à peu près, que la pierre de la Vessie prend son accroissement.

Pour ce qui regarde les pierres que nous rencontrons dans les reins, j'ai eu l'occasion favorable de pénétrer un peu plus avant dans l'origine de leur formation, ayant saisi la cause qui en jette le premier fondement. Car dans le tems que j'étois encore en Hollande, avec feu M. *Rau*, Professeur en Anatomie, & très habile Opérateur en Chirurgie, surtout pour la Taille, j'ai eu souvent, & plusieurs années de suite, la fonction de disséquer & de préparer pour ses démonstrations anatomiques des Cadavres, & surtout des enfans & des jeunes personnes mortes de la pierre, (maladie très fréquente dans ce pays,) ou de ceux qui mouroient après l'opération de la taille, lorsque les reins étoient gâtés en même tems, ou remplis de pus & de gravelle, ce qui les mettoit ordinairement au tombeau, après qu'une fievre lente les avoit extenués, & précipités dans l'étisie. Comme je trouvois ordinairement dans ces sortes de cadavres un rein, & quelquefois tous les deux attaqués, je remarquai toujours dans les reins, qui n'étoient pas tout à fait gâtés ou pourris, une petite inflammation, ou suppuration legère, au bout des mammelons des reins, dont on compte ordinairement dix à douze dans chaque rein, & qui sont, comme on sçait, des productions conoïdes de la substance tubuleuse, ou des vaisseaux sécretoires de l'urine, qui répondent à la distribution de l'artère émulgente, ou rénale, dans ses ramifications innombrables. Deux de ce mammelons, & quelquefois trois, sont ordinairement entourés & embrassés de leurs calices, ou entonnoirs, qui s'unissent ensuite en trois tuyaux, qui forment enfin, dans la petite courbure du rein, un gros tuyau qui est le commencement de l'Uretere, par où les eaux descendent dans la Vessie. Quand on coupe un rein en deux moitiés égales, en commençant par son grand arc, & finissant jusques dans sa petite courbure, on distingue facilement toutes les parties que je viens de nommer, & surtout les mammelons, dans lesquels, (pour venir à mon but,) j'ai rencontré si souvent les marques d'une petite suppuration, à l'ouverture de leurs canaux ex-

excrétoires qui composent leurs cones; lorsque je les ai pressé dans cet état préternaturel entre mes doigts, j'ai attrapé toujours les grains de la gravelle, ou le noyau d'une petite pierre, qui se forme ici à l'aide d'une gouttelette de pus, qui sert de colle aux matieres salines & terrestres de l'urine, qui passent des mammelons. Lorsque ces petits grains se détachent successivement de l'endroit de leur existence, & s'ils passent par les Ureteres dans la Vessie, ils sortent à l'ordinaire avec les urines, en se précipitant dans ce liquide sous la forme d'une matiere sablonneuse, appellée communément gravelle. Mais si ces élémens de la pierre restent plus longtems aux extrémités des mammelons, ils augmentent de volume, le noyau étant devenu plus gros & plus solide. S'il se détache alors, il passe par l'Uretere dans la Vessie, avec plus ou moins de douleur, selon l'inégalité, ou la grosseur de son corps; & on le rejette à l'ordinaire avec les urines par l'Urethre sous le nom d'une petite pierre. D'un autre côté, si la pierre formée de cette façon dans les reins, ne se détache point de l'endroit de sa naissance, son volume augmentera sans doute, parce que les mêmes causes de son existence & de son accroissement subsistent toujours; alors le canal étroit de l'Uretere lui refusant la sortie, il restera, pour ainsi dire, propriétaire étranger & très incommode de ce Viscere, sous le nom de la pierre des reins, compagne inséparable de celui qui la loge jusqu'à la mort.

S'il arrive qu'une de ces sortes des pierres se détache dans le tems que son diamètre permet encore sa descente par l'Uretere dans la Vessie, mais que l'épaisseur de son volume l'empêche néanmoins d'être rejettée par l'Urethre avec les urines, elle s'arrêtera sans doute dans le fond de ce réservoir, où elle gagnera par la lymphe mucilagineuse, qui suinte de la membrane intérieure de la vessie, & qui la garantit contre l'acreté de l'urine, un nouveau lien, ou une nouvelle colle, qui attachera sans cesse à son volume, de nouvelles parties qui constituent la pierre contenuë dans les eaux que la Vessie reçoit, & garde en depôt jusqu'à l'excrétion. Les couches differentes de ces sortes de pierres, comparables aux envelopes des Oignons, confirment cette maniere d'accroissement successif, qui s'amasse quelquefois dans un volume si énorme, qu'il

tion pierreuſe. D'ailleurs des expériences réïtérées ne nous laiſſent point douter de cette formation particuliere par rapport à ſa couleur.

J'en ai trouvé une fois au nombre de treize, dont tout le creux de la Veſicule du fiel étoit rempli ; la figure de toutes ces pierres étoit presque cubique, avec des ſurfaces liſſes & polies, à cauſe du frottement qu'elles avoient ſouffert entr'elles par le mouvement du corps, & ſurtout par celui du diaphragme dans la reſpiration. D'ailleurs je trouvai dans ce cadavre le conduit cholidoque bouché par un amas graveleux ſemblable ; de là étoit venu ſans doute, que la partie de la bile la plus liquide s'échapant par les pores, ou par les veines réſorbantes de la Veſicule du fiel, permettoit au reſte, ſavoir aux parties terreſtres, alcalines, & huileuſes, de ſe coaguler & de ſe deſſécher en forme de pierres. Auſſi la préſence de ces ſortes de pierres dans le réſervoir de la bile, eſt-elle annoncée à l'ordinaire par cette jauniſſe noirâtre & rebelle, qui tient les malades pluſieurs mois, & ſouvent des années entieres ; & s'il n'arrive une diſſolution de ces pierres, & une évacuation de la matiere pierreuſe par le conduit cholidoque & par les inteſtins, les malades meurent par le défaut de la chylification, qui eſt interrompuë par l'obſtruction de la bile.

Mais, comme il n'y a point de régles ſans exception, je ne dois pas oublier ici, que j'ai rencontré dans la Veſicule du fiel, une autre fois, deux pierres de la groſſeur d'une olive, qui n'avoient point cette couleur marbrée, ſi particuliere aux pierres du réſervoir de la bile, & ſi eſſentielle à ces ſortes de concrétions, où la bile fournit les matériaux. Celles-ci au contraire, que j'ai l'honneur de montrer à l'Académie, ſont d'une couleur rouge blanchâtre ; je les ai tirées d'une Veſicule du fiel, entourée d'une eau auſſi claire & auſſi pure que celle d'une fontaine, ſans que j'y aye pû démêler le moindre veſtige de la bile. La raiſon en eſt, que l'illuſtre défunt avoit été hydropique longtems avant ſa mort, & que je lui trouvai le fôye tout ſquirreux. Il ne s'étoit donc fait aucune ſécrétion de la bile depuis bien du tems auparavant ; de ſorte que je regarde ces deux pierres comme une coagulation

lation ſucceſſive de la lymphe mucilagineuſe, qui ſuinte des replis réticulaires, & des lacunes qu'on rencontre dans la membrane intérieure de la Veſicule du fiel.

Mais la pierre qu'on nous a envoyée de *Sorau*, ayant toutes les marques extérieures de la ſorte de pierres qu'on trouve à l'ordinaire dans ce réſervoir du fiel, je ne doute nullement, qu'elle ne s'y ſoit formée auſſi, d'autant plus qu'elle montre, outre ſes différentes couleurs, des facettes égales & liſſes, qui marquent qu'elle a été frottée par d'autres qui ne ſont pas venuës au jour. La cauſe de ſon apparition, parmi les pus d'un abſcès crevé, ne ſera pas trop difficile non plus à expliquer, ſi l'on prend la peine de conſidérer, que cette vieille femme, qui l'a rejettée par un trou percé dans les hypochondres droits, (lieu qui répond à l'endroit ou le foye eſt placé en dedans,) a gagné auparavant une *Hepatitis*, on inflammation de ce Viſcere, qui faute du ſecours neceſſaire, a cauſé une ſuppuration totale, du moins dans le grand lobe du foye, dans lequel eſt nichée, dans un enfoncement proportionné, la Veſicule du fiel. Suppoſons, que la ſuppuration exceſſive de ce lobe, qui a duré pluſieurs jours de ſuite, ait entamé également les membranes de la Veſicule du fiel, la pierre en queſtion a trouvé par là une ſortie aſſez commode de ſa priſon, pour flotter dans le pus, & couler enſuite dehors par l'ouverture. Voudroit-on objecter, que la pierre pourroit également s'être formée dans la ſubſtance du foye, comme dans celle de ſon appendice, la Veſicule? Je dis, que cela ne paroit pas probable, parce que la pierre montre une figure pyramidale irréguliere à facettes polies; ſi elle avoit été formée dans le foye, ſa figure devroit être néceſſairement ronde, ou ſpheroïde, car ce viſcere, auſſi bien que la circulation dans ce viſcere, preſſant de tous côtés également, ne ſçauroit permettre la coagulation d'un fluide dans un corps ſolide, ſous une autre figure que ſous celle d'une ſphère.



RECHERCHES
SUR LES LOIX DU MOUVEMENT DU SANG
DANS LES VAISSEAUX.

PAR M. DE SAUVAGES.

I.

Le calibre de l'Aorte eſt bien différent dans l'homme, de ce que les Auteurs en diſent communément. M. *Keill*, qui a été ſuivi en cela de la plûpart des Sçavans, n'eſtime ce calibre que 0,28 de pouce quarré, ne lui donnant pour diametre que 0,5239 de pouce linéaire; mais ayant meſuré ſur quinze cadavres d'hommes faits la circonférence de cette artère entre les valvules & la naiſſance de la ſouclaviere droite, & ayant diviſé la ſomme de ces circonférences par 15, j'ai eu pour la circonférence moyenne 32 de nos lignes, ce qui donne 10.11 lignes de diametre, & 80 lignes quarrées pour orifice, ou calibre; ce qui eſt le double de 0,28 de pouce Anglois.

II. Il s'en faut encore de beaucoup que le calibre que j'ai trouvé par ce moyen, dans les cadavres, ſoit celui de l'Aorte dans l'homme vivant. L'Aorte, qui n'a à proprement parler point d'ouverture circulaire après la mort, ſe trouvant alors entièrement applatie n'a de calibre que celui que lui donne le ſang qui la dilate; & ce calibre eſt proportionné alors à la hauteur qui repréſente la force de ce fluide: En meſurant l'epaiſſeur de cette artère, j'ai trouvé qu'elle étoit plus grande ſur le devant que partout ailleurs: cette épaiſſeur fait l'effet d'une bande ligamenteuſe très élaſtique qui s'étend depuis là croſſe juſqu'aux artères iliaques & qui par ſon reſſort applatit ce canal, dès que le cœur n'a plus la force de le renfler.

III.

III. Pour mesurer la force élastique des artères, & juger si elles se contractent par cette force après la mort, ou si elles s'affaissent par leur poids, comme on le dit, j'ai lié en deux endroits dans un chien vivant, à 3 pouces de distance, l'artère carotide avec la veine & le nerf voisins; & ayant coupé le paquet en travers avec des ciseaux, les bouts de l'artère coupée se sont retirés d'un pouce l'un de l'autre, ceux de la veine de 10. 7. &c. lignes: enfin le chien étant mort, j'ai fait la même opération sur les vaisseaux de l'autre côté, & j'ay eu parfaitement le même résultat; d'où il est aisé de conclure que le ressort des artères, quelques heures après la mort, est tout aussi puissant que durant la vie, & qu'ainsi c'est par la force élastique que la bande ligamenteuse de l'aorte tient ce canal applati dans les cadavres.

IV. La force du sang, au sortir du cœur, est comme la hauteur à laquelle il peut s'élever dans un tube adapté à l'aorte; & sa pression contre un pouce de surface de ce canal est égale au poids d'une colomne de même base, & dont la hauteur est celle à laquelle il peut s'élever dans cette jauge.

V. Pour déterminer le calibre de l'aorte, il faut donc déterminer les differentes forces du sang. M. *Hales* a déterminé par des experiences très décisives, que la plus grande hauteur à laquelle le sang des grosses artères s'éleve dans des animaux de même masse & de même vigueur que l'homme, est de 7. pieds de roy, & que la moindre est de quatre pouces: au dessous de cette hauteur l'animal meurt subitement, la bande ligamenteuse de l'aorte n'ayant rien qui puisse contretenir son ressort qui tend à l'applatir.

VI. Connoissant ces deux forces extrêmes, on peut déterminer celle qui est la plus ordinaire en santé. Les animaux en qui on mesuroit la hauteur à laquelle le sang peut s'élever, faisoient alors les derniers efforts au commencement de l'expérience; & leurs artères qui battoient dans l'etat sain & tranquille 38. fois par minutes, battoient pendant ces grands efforts 100. fois; de même les artères d'un hom-

me, qui ne battoient que 64. fois par minute en santé & en repos, battoient, suivant l'observation de M. *Bryan Robinson*, environ 140. fois après une course violente. En supposant que le pouls n'a pas augmenté en calibre par ces efforts, augmentation qui ne fait rien à la vitesse du sang pour l'augmenter, on peut estimer que la force du sang dans ces deux états differents est comme les nombres du battement du cœur dans un temps donné; car ces nombres sont comme les coups des pistons d'une pompe auxquels la vitesse du fluide lancé est proportionnée; or les forces des fluides sont comme les quarrés de leur vitesse; donc les quarrés des nombres des pulsations en santé, & dans ces violents efforts, étant entre eux comme 10 à 54. on peut inférer que la hauteur moyenne à laquelle le sang s'éleve est en santé à celle de 7. pieds comme 10 à 54, c'est à dire de 15. 5. pouces, ou d'environ 16. pouces.

VII. Pour déterminer quels sont les calibres de l'aorte respectivement aux forces ou hauteurs du sang, j'ai adapté au bas d'un tuyau de verre plein d'eau à une hauteur constante, une Aorte dans laquelle l'eau entroit; & quand l'eau étoit dans le cylindre 4. pouces au dessus du niveau de l'aorte, je trouvai que la circonférence de cette artère avoit 36. lignes, que je pris pour sa circonférence la plus petite. Quand l'eau fut dans le tube de verre à 16 pouces, la circonférence de l'aorte fut de 40 lignes; & quand l'eau fut à 7 pieds, la circonférence fut de 50 lignes.

VIII. Ce qui donne pour diamètres respectifs de l'Aorte 11.4; 12.7; & 15.9 lignes, & pour orifices ou calibres 102.9; 126.6; & 198.4 lignes quarrées, par où l'on voit que l'orifice ordinaire de l'Aorte en santé est d'un pouce quarré anglois, au lieu d'un quart de pouce que l'estimoit le D. *Keill*, & qu'il est dans l'effort de la fièvre de beaucoup plus grand encore.

IX. Nous avons vû que l'Aorte avoit 32 lignes de circonférence avant d'être renflée. Les extensions des cordes & fibres tendues sont

font entr'elles comme les racines quarrées des forces employées à les tirer, selon des expériences faites sur des artères & sur les fibres circulaires d'une vessie, (quoique ces extensions, quand elles sont insensibles, comme dans les cordes métalliques de Luth, soient, ainsi que l'a trouvé *s'Gravesande*, proportionnées aux poids qui les tirent.) Ainsi les extensions ont été entr'elles comme 4, 8, & 18, les racines des hauteurs étant 2; 4; 9.1. ces extensions ajoutées à la circonference primitive 32, ont donné 36, 40, & 50 pour les circonférences entières.

X. Tandis que le calibre de l'Aorte varie, l'orifice du ventricule gauche du cœur reste le même, parce qu'il est soutenu par un bourrelet tendineux & charnu, qui a pour épaisseur la moitié de la base du cœur. Quant à la capacité du ventricule même, je ne doute pas qu'elle ne varie dans le même sujet, selon que le cœur se dilate plus ou moins fortement: & ainsi on peut estimer que la moindre quantité de sang que le cœur contienne étant de 4276. lignes cubiques, la quantité qu'il contient en santé est de 4989, & dans les grands efforts de 7970. La quantité ordinaire en santé est d'environ deux onces, selon l'estimation de presque tous les Auteurs.

XI. Ayant déterminé le calibre de l'Aorte, & la quantité de sang que le cœur y envoye à chaque contraction, il est aisé de déterminer la vitesse absoluë du sang dans ce canal; car il n'y a qu'à diviser la masse du sang envoyée par le calibre : ainsi divisant 4989 lignes cubiques par 126.6. calibre d'aorte, on a pour vitesse environ 39 lignes ou 3 pouces $\frac{1}{4}$ pour l'espace que le sang parcourt alors, & 3 pouces $\frac{1}{3}$ pour celui des plus grandes fièvres. Ceci paroîtra bien paradoxe; mais il faut considèrer que, bien que le sang, durant chaque contraction du cœur, ne marche pas sensiblement plus vîte durant la fièvre que durant la santé, il ne laisse pas d'aller plus vîte dans un temps qui comprend plusieurs de ces pulsations; car comme la vitesse du sang à travers l'orifice invariable du cœur même, est comme le nombre des injections faites par minute, si dans la fièvre le nombre des coups de piston de-

 vient

vient double ou triple, la viteſſe du ſang y devient auſſi double ou triple, quoiqu'à chaque ſyſtole du cœur elle ſoit la même.

XII. Il faut conſidèrer encore que le tranſport du ſang d'un ventricule à l'autre à travers les artères & les veines, n'augmente pas à beaucoup près comme les racines des efforts du cœur; car ces efforts s'employant plus à dilater les artères qu'à pouſſer le ſang en avant, & la dilatation des artères ne pouvant augmenter, ſans rallentir d'autant le cours du ſang, les grands efforts du cœur ſervent peu au tranſport du ſang.

XIII. Il eſt démontré en Hydraulique, qu'une machine fait le plus grand effet poſſible, quand la viteſſe du moteur eſt à celle du fluide qu'il frappe, comme 3. à 4. ou que le fluide eſt emporté avec un tiers de la viteſſe du moteur : or le plus grand effet poſſible ſe trouve, quand le produit de la maſſe tranſportée par ſa viteſſe eſt le plus grand, c'eſt à dire, quand on tranſporte plus de maſſe dans le même temps: donc le tranſport le plus avantageux, ou le plus copieux, du ſang d'un ventricule à l'autre, n'eſt pas quand la viteſſe du ſang lancé par le cœur eſt la plus grande, mais quand la viteſſe reſpective eſt ſeulement d'un tiers plus grande que la viteſſe de la colomne qu'elle doit faire avancer.

XIV. La Sageſſe ſuprême, qui a réglé les mouvemens involontaires du corps humain, n'a pas manqué à donner au cœur toute la perfection dont les machines hydrauliques ſont ſuſceptibles, & en rendre dans l'état de ſanté qui eſt le plus parfait, les mouvements les plus avantageux : ainſi il a falu qu'elle fit ſortir le ſang du cœur à chaque coup de piſton avec une viteſſe d'un tiers plus grande que celle de la colomne de ſang qui eſt un moment avant dans l'aorte; alors l'action reſpective eſt les $\frac{4}{9}$ de la force du cœur.

XV. On apperçoit d'abord après l'orifice artèriel du cœur un ſinus, ou renflement, qui répond aux valvules de l'aorte, & la circonférence de cette artère en ce lieu eſt à celle à l'orifice même, comme

37. à 32. ce qui fait le rapport des calibres de 2. à 3. les trois valvules sygmoïdes, qui forment les autres que le sang doit mouvoir, s'ouvrant successivement, laissent une ouverture triangulaire au sang qui sort du cœur, moindre environ de ⅓. que n'est celle de l'aorte au delà des valvules, en un certain temps de la systole du cœur ; ainsi la vitesse du sang doit s'y trouver triple de la vitesse au delà des valvules. Mais les vitesses sont en raison réciproque des calibres, quand il passe la même quantité de fluide : donc la vitesse du sang lancé par le cœur est à celle du sang qu'il rencontre immédiatement derrière les valvules, ou à celle même des valvules, comme 3. à 1.

XVI. Quand la force contractive du cœur vient à augmenter, les résistances du sang antécedent restant les mêmes, le rapport des vitesses du *Jet* à la vitesse du sang antécedent change, parce que la réaction du sang antécedent croissant comme les quarrés des vitesses, la dilatation de l'Aorte qui en est un effet, augmente dans un plus grand rapport que la vitesse du *Jet* lancé par le cœur : ainsi la vitesse du sang antécedent logé dans l'Aorte n'augmente pas à même proportion que celle du *Jet*, vû que l'Aorte est plus dilatable de beaucoup que l'orifice artèriel du cœur : donc la machine ne fait pas alors le transport du sang le plus abondant qu'il soit possible, eu égard aux forces employée par le moteur.

XVII. Mais, si le transport n'augmente pas à raison des forces employées, il y a un autre avantage qui en provient, quand ces efforts redoublent à propos ; car l'Aorte étant plus fortement distenduë, elle réagit, ou résiste d'autant plus au coup de piston du cœur : d'ailleurs le sang antecédent resiste proportionnellement au quarré de la vitesse du *Jet* : ainsi le sang par le cœur est broyé plus puissamment & plus échauffé que dans l'état de santé, ce qui est avantageux comme reméde, quand le sang péche par coagulation & grossièreté.

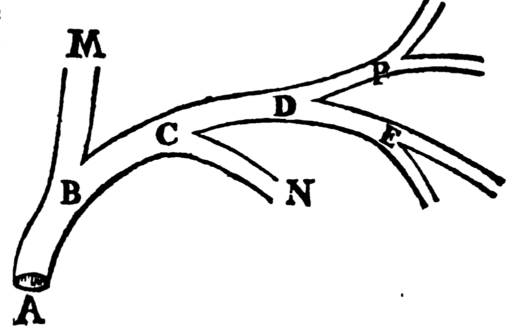
XVIII. Le broyement d'un corps est d'autant plus parfait qu'il est frappé plus fortement, & que le lieu qui le contient l'empêche da-

van-

vantage de ceder au coup qui le frappe ; plus aiſément il eſt transporté par le coup, moins la force appliquée a d'effet pour le broyer ; ainſi, quand le ſang eſt lancé plus foiblement par le cœur, celui qui va devant, & les artères même, réſiſtant moins, ce ſang jetté avance davantage, mais en eſt d'autant moins trituré.

XIX. Ce que j'ai dit de l'action reſpective du ſang lancé par le cœur contre celui du ſinus de l'Aorte, a lieu dans tout le trajet des artères, mais de moins en moins à meſure qu'elles s'éloignent du cœur ; car toujours le ſang pouſſé par le cœur durant la diaſtole des artères, rencontre & choque un ſang qui, à la fin de leur ſyſtole, n'a qu'environ 2 tiers de la viteſſe de celui qui le pouſſe : mais, pour entendre cette propoſition, il faut avancer ce que nous pouvons encore prouver, ſçavoir que la viteſſe du ſang durant la ſyſtole va toujours en augmentant vers les extrémités, & celle durant la diaſtole des Artères, va toujours en diminuant, du cœur vers les extrémités. Ainſi, comme elles ſe trouvent égales à leur entrée dans les veines, celle du ſang auprès du cœur durant le *Jet* du cœur eſt plus grand que celle du ſang antécedent. C'eſt le ſujet d'un Mémoire que j'ai envoyé à M. de *Buchner*, à Halle.

XX. La viteſſe du ſang dans les diverſes ſections de l'Aorte, ou ſomme des ſections de ſes branches, ne peut ſe déterminer que par le rapport de ces ſections à celle du tronc. Ce rapport eſt très difficile à trouver ; & après avoir pris des meſures ſur plus de 25. cadavres, je crois devoir m'en tenir à celle que prit le D. *Keill* ſur les vaiſſeaux injectés en cire par le célébre *Cowper :* il dit que, ſuivant ſes meſures, ſi on prend une artère quelconque, (excepté celles qui vont dans les Viſceres,) le calibre du tronc A eſt aux deux calibres enſemble des deux premieres branches qui partent BC. BM, comme une de ces



bran-

branches BC eſt aux deux CD, CN, qui en partent, & comme D eſt aux rameaux du 3ᵉ ordre DE, DP, & ainſi de ſuite. Ainſi le ſang qui paſſe du tronc dans les branches du premier ordre, va dans un lieu un peu plus large, comme celui qui paſſe d'un rameau du premier ordre dans ceux du ſecond, & ainſi de ſuite.

XXI. Or, quoiqu'il ait trouvé que pour l'aorte le premier terme ſoit au 2ᵉ comme 10000. à 10274 (au lieu que pour certaines artères qui vont aux viſceres, ce rapport eſt de 10000. à 12387.) il ne laiſſe pas enſuite de ſuppoſer toujours que ce dernier rapport a lieu pour l'aorte, & non le premier; ce qui eſt une erreur qui l'a conduit à des conſéquences trop généralement adoptées des Medecins.

XXII. Plus les artères vont en s'élargiſſant, comme les méſenteriques, les vénales, les carotides internes, & quand elles deviennent veines, avant d'être parvenuës à un grand nombre de ramifications, plus le paſſage du ſang eſt libre; ainſi la liberté du paſſage eſt d'autant plus grande que le rapport du premier terme au 2ᵉ. & que le nombre de leurs ramifications, ou de leurs nœuds (B. C. D. E. F.) eſt plus petit: ſurquoi il faut obſerver que, quoique le paſſage ſoit plus grand à meſure que les ramifications ſont d'un ordre plus éloigné, cependant comme les rameaux pris en particulier, deviennent par cela même plus étroits, ils approchent d'autant plus d'être auſſi étroits que les plus petites molecules, ou que les globules du ſang; & une fois parvenus à cette égalité, les globules y paſſent plus difficilement, car n'y paſſant qu'un-à-un, ils touchent par toute leur circonférence les parois du vaiſſeau, au lieu que quand 4 ou 5 y paſſent de front, la colomne ne touche ces parois que par 4 ou 5 points, ce qui fait un bien moindre frottement, & une moindre difficulté.

XXIII. L'artère méſenterique ſupérieure a pour dénominateur de ſa progreſſion 10000:12387. & ſi on ſuit le plus court chemin de ſon tronc aux boyaux, on n'y compte que 10 ou 11 ordres de ramifications; ſur le limbe du méſentere je compte pour tous les boyaux

yaux grêles 650 artèrioles; de là jusqu'à la convexité opposée du boyau, ces artèrioles ne font que 3 ou 4 ramifications, avant de se changer en vénules, ou rebrousser chemin vers le cœur. J'ai cherché à mesurer le calibre moyen de ces 650 artèrioles, mais je me suis convaincu qu'en les mesurant à la vuë simplement, on se trompe d'autant plus sur leur grandeur, qu'elles sont plus petites; car on fait sans y penser un effort des yeux, qui fait une illusion optique, & qui grossit les objets; on voit alors comme voyent les Myopes. J'ay découvert cette illusion sur un tube capillaire de verre, rempli de vif-argent; le diamètre m'en paroissoit à la vuë, double de celui qu'il avoit réellement; ce que j'ay trouvé en pesant le vif argent qu'il contenoit, le réduisant en lignes cubiques, & divisant ce volume de vif-argent par la longueur du tube; le quotient me donnoit le calibre du tube, qui s'est trouvé le quart de ce que me donnoit la vuë simple, & la confrontation avec une régle divisée en lignes & cinquièmes de lignes. Je me défie donc du rapport trouvé par M. *Keill*, & voudrois bien en trouver un d'une maniere plus exacte.

XXIV. Supposant pourtant le dénominateur cy-dessus donné (D) le nombre des termes (N) le premier terme (A) ou le calibre de l'artère mésenterique = 8 lignes quarrées, la somme des calibres du 14e ordre, qui sont ici les derniers, sera $D^{n-1}A$; $D = \frac{10000}{12387}$ dont le logarithme est 0,9296, qui multiplié par 13 fournit un logarithme auquel répond le nombre 16; ce qui fait voir que le passage total des dernieres artères sanguines du boyau grêle est 16 fois plus grand que le tronc de la mésenterique, ou de 128 lignes quarrées: & si nous admettons avec M. *Hales*, qui a suivi ces derniers vaisseaux au Microscope, que le nombre de ces derniers vaisseaux est 3 ordres après ceux du limbe du mésentere, ou 8 fois plus grand, on aura 5200 de ces vaisseaux, qui auront chacun pour ouverture 0,022, ou 22 milliemes de ligne quarrée.

XXV.

XXV. Quant à la progreſſion des artères qui vont dans les muscles, les os, en un mot les membres, il faut obſerver que leur calibre au ſortir de l'Aorte eſt proportionné au poids des parties qu'elles arroſent ; c'eſt ce que j'ai ſouvent vérifié. Ainſi le calibre de l'iliaque à l'origine de la cuiſſe eſt au calibre de la poplitée au deſſus du genou, comme le poids de toute l'extrémité inferieure au poids de ſa partie qui eſt au deſſous du genou. Et l'artère aux aiſſelles excede l'artère au coude, comme le poids du bras entier excede le poids de l'avant-bras & de la main.

XXVI. Mais il s'en faut bien que dans les viſceres le calibre des artères ſoit comme le poids des parties qu'elles arroſent ; l'artère rénale ſeule a un calibre auſſi grand que l'iliaque externe, qui arroſe toute la cuiſſe & la jambe ; & qu'eſt ce que le poids du rein eu égard au poids de ce membre ? Les reins peſent $\frac{1}{250}$ de tout le corps, & ſéparent autant d'humeur que tous les autres couloirs enſemble ; les cuiſſes & jambes ne ſéparent pas $\frac{1}{8}$ de tranſpiration de tout le corps : ainſi les artères n'ont dû être proportionnelles qu'à leur poids ſeulement, ou à peu prés, au lieu que dans les viſceres elles le ſont au poids & à la quantité de fluide qui doit les traverſer, ou s'en ſéparer.

XXVII. Il eſt donc vraiſemblable que les dernieres artèrioles des viſceres, ſurtout des poûmons, des reins, du méſentere, ne ſont pas à beaucoup prés ſi étroites que celles des membres ; ou, ce qui revient au même, que la progreſſion des ramifications ne parvient pas à un ſi grand nombre de termes que celle des extrémités & des chairs muſculeuſes : auſſi l'uſage des viſceres n'eſt pas tant de broyer & affiner le ſang, que celui des chairs qui ont beaucoup plus de fermeté & des appuis oſſeux bien plus ſolides, mais d'y faire d'autres changemens, tels que les ſecrétions, qui ne demandent pas des forces mécaniques, comme en demande le broyement.

XXVIII. Dans les queuës des poiſſons, les pattes des grenouilles, &c. on voit les globes du ſang paſſer à la file l'un après l'autre dans

F 2 les

les derniers vaisseaux sanguins. On sçait au juste quel est le diamètre d'un globule rouge ; dans tous les animaux à quatre pieds, grands & petits, ils ont même grandeur. M. *Jurin*, en présence de la Société Royale, & avec les Microscopes qu'elle hérita de *Leewenhœck*, vérifia qu'ils avoient en diametre $\frac{1}{2000}$ de pouce anglois, ou environ $\frac{1}{1940}$ de notre pouce ; ce qui revient à 0.00000033 de la section de l'Aorte, qui a un pouce anglois de calibre.

XXIX. Puisque les globules rouges sont obligés de devenir ovales en passant dans ces défilés, les dernieres artères sanguines ont à peine le diamètre de ces globules : on peut donc prendre pour dernier terme de la progression des vaisseaux, celui où les dernieres ont ce calibre, & pour premier l'unité, le dénominateur de la progression étant $\frac{10000}{10274}$, qui marque de combien les rameaux ensemble sont plus amples que le tronc dont ils partent. Mais, si l'on veut avoir l'un de ces rameaux, & le suivre jusqu'au bout sans ses branches, le dénominateur devient $\frac{10000}{5137}$, car communément de chaque nœud, B. C. D, il part deux branches BM. BC. ou bien CD. CN, & s'il en part davantage, la somme de leurs calibres suit le même rapport ; si le calibre de A est 10000, & celui de BM 5137, celui de BC 5137, la progression du tronc aux branches $\frac{10000}{10274}$ subsiste la même.

XXX. Pour avoir le nombre des termes N, d'une progression geométrique dont on connoit le premier terme $A = 1$, le dernier égal à 0.00000033 $= b$, & le dénominateur $\frac{10000}{10274} = D$, on a la formule $N = \frac{LB - LA}{LC + 1}$.

Or

Or LB—LA eſt LB = 6.48149, & LD = 2.8930, le quotient de la diviſion donne 22 pour le nombre des termes, & partant 23 eſt le nombre des ramifications, ou des ſommes des rameaux ſucceſſifs, qui croiſſent ſuivant le rapport cy-deſſus énoncé, & qui ſe terminent en vaiſſeaux capillaires, propres à ne laiſſer paſſer qu'un globule de ſang à la fois.

XXXI. Comme les rameaux capillaires, ainſi que les intercoſtales, les tronchiales, les ſpermatiques, n'augmentent pas le calibre de l'Aorte dans un ſi grand rapport de 10000 à 10274, ce n'eſt pas par leur nombre qu'on doit compter le nombre des ramifications ; & c'eſt le dénominateur ſeul qui doit le déterminer, quand on connoit le premier & le dernier terme.

XXXII. Si on a une progreſſion de vaiſſeaux, dont le dénominateur ſoit deux, comme dans la figure (n. 20.) A.B.C. &c. on voit que le premier nœud renvoyant deux branches, & chaque branche autres deux &c. on a cette progreſſion double des branches 1. 2. 4. 8. 16. &c. & ſi on veut ſçavoir quel eſt le nombre des branches capillaires du 23. ordre, on a ſuivant la formule (n. 24.) $D^{n-1}A$, qui donne pour le nombre cherché 4, 603, 000, & ſi on veut que de ces derniers capillaires ſanguins, il parte encore quatre ordres de vaiſſeaux lymphatiques, ſéreux, nerveux &c. le dernier terme ſera 73. millions, 600 mille de ces derniers vaiſſeaux : mais on n'a pas de terme connu pour ſe conduire dans cette progreſſion.

XXXIII. La ſomme des 4600, 000 vaiſſeaux ſanguins eſt plus ample d'un tiers que le calibre de l'Aorte, ou eſt égale à $\frac{1518}{1000}$ de pouce ; il s'en faut donc de beaucoup que le paſſage du ſang dans ces derniers vaiſſeaux ſanguins ſoit 44. mille fois, ni même 5 mille fois, plus ample que n'eſt le tronc de l'Aorte, comme M. *Keill* le dit, en prenant la progreſſion de l'artère méſenterique pour celle de l'Aorte, & en

en admettant qu'elle s'étend au nombre de 40. ou 50. termes ; ce qui est contraire à ce qu'il avoit avancé touchant le dénominateur de la progreſſion de l'Aorte.

XXXIV. Si on avoit un tuyau fort branchu, mais qui fut percé ſeulement d'une infinité de trous, qui ne laiſſeroient point paſſer des grains de millet, quoique la ſomme de ces trous excedât cent fois l'orifice du tuyau pris au tronc, il eſt certain que ce ſeroit la même choſe pour ces grains, que ſi le tuyau n'avoit point d'iſſuë, les grains paſſant bien dans toutes les branches d'un moindre calibre qu'un grain, mais non dans la ſomme, quelque grande qu'elle fut, des trous plus petits ; & ſi ces grains y paſſoient même, mais avec un frottement qui rallentit leur marche du double, du triple, il n'en paſſeroit pas plus par trois enſemble que par un ſeul qui ne les rallentiroit pas, & par 10 mille que par un ſeul qui les rallentiroit dix-mille fois moins.

XXXV. Il en eſt de même des derniers vaiſſeaux ſéreux & lymphatiques ; les molécules des fluides, qui doivent y paſſer, y esſuyent de ſi grands frottemens, qu'elle en ſont prodigieuſement retardées, & qu'on ne peut s'appercevoir de leurs progrès ; telle eſt la graiſſe dans les vaiſſeaux adipeux, le ſuc dans les tuyaux oſſeux, la matiere de la tranſpiration dans les tuyaux ſecrétoires de la peau. Que la ſurface de la peau ait par ſes pores ſécrétoires autant de vuide que de plein, ayant quinze-pieds, la ſomme des orifices ſera quinze cent fois plus grande que l'Aorte ; s'il paſſe 33 onces de fluide transpirable par jour à travers ces orifices, (quoiqu'il n'en paſſe réëllement qu'onze,) il paſſe deux onces au moins dans demi-ſeconde à travers l'Aorte, (ce qui fait 172800 onces par jour, ſi le ſang couloit continuellement du cœur dans l'Aorte,) ou 5236 fois plus qu'à travers la peau il ne paſſe de ſéroſité. Et ainſi la viteſſe du ſang au ſortir du cœur étant comme la dépenſe diviſée par le calibre, eſt 7,854,000 fois plus grande que celle du fluide tranſpirable.

XXXVI.

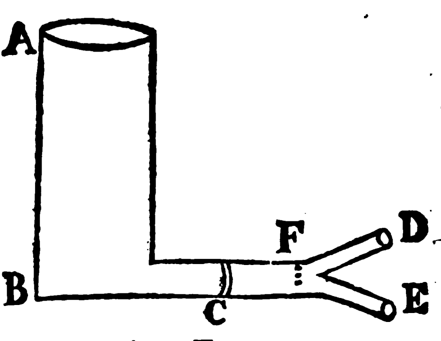
XXXVI. Si donc, eu égard à la quantité de fluide qui passe à travers les tuyaux secrétoires, séreux, lymphatiques &c. respectivement à la quantité du sang rouge qui passe à travers les artérioles, on peut négliger la somme des orifices des premiers, & ne compter pour quelque chose que celle des vaisseaux sanguins : moyennant quoi on ne se trompera peut-être pas beaucoup de juger que le sang rouge marche dans les plus petits vaisseaux un tiers plus lentement que dans les grosses artères, dans lesquelles la vitesse moyenne est un tiers moindre qu'au sortir du cœur : ainsi, quand le sang parcourt dans l'Aorte 39 lignes dans l'intervalle d'une pulsation à une autre, il ne parcourra qu'environ un pouce dans les plus petits vaisseaux, ce qui doit le rallentir dans les grands.

XXXVII. Suivant les expériences du Marquis *Poleni*, un tuyau de 7 lignes de longueur, & de 3 lignes de diamètre, au bas d'un réservoir de 13 pieds de hauteur, ne donne que $\frac{4}{5}$ de l'eau qu'il eut dû donner, n'eut été le frottement. La dépense *effective* est donc à la *virtuelle*, comme 4 à 5 ; & leur différence, ou le *déchet*, est d'un cinquième.

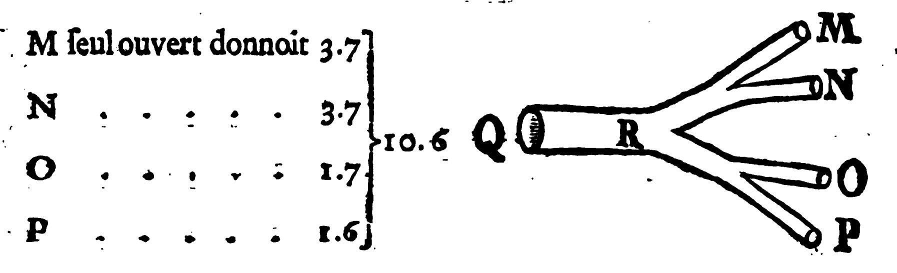
XXXVIII. Plusieurs expériences démontrent, comme M. *Carré* l'a enseigné, qu'à n'avoir égard qu'aux circonférences, les déchets sont réciproquement comme ces circonférences, ou comme les diamètres : ainsi un petit tuyau ne donne pas, à proportion de son calibre, autant qu'un grand, ayant plus de circonférence & de frottement eu égard à son calibre, que n'en a un grand eu égard au sien.

XXXIX. Mais quantité d'expériences m'ont convaincu, que les déchets sont aussi réciproquement proportionnels aux longueurs des tuyaux, ou à quelqu'une de leurs fonctions ; surtout à leurs racines quarrées : c'est ce qui paroîtra par les expériences suivantes. J'adaptai la portion de l'Aorte qui donne les troncs des iliaques, à un tuyau horizontal, au bas d'un réservoir plein d'eau à une hauteur constante, & je trou-

trouvai que par la ſeule branche D il couloit 16 meſures dans un temps donné, par la ſeule branche E il en couloit environ autant, ce qui fait 32; mais par les deux branches ouvertes enſemble, il n'en couloit que 24, le tuyau C qui s'enchaſſoit dans le tronc de l'Aorte étoit un peu plus ample que le calibre du tronc en F, & il coula 26. 41 meſures de ce tronc coupé en F.



XL. J'adaptai un tronc d'artère emulgente au même tuyau C. Elle donnoit 4 rameaux M. N. O. P.



M ſeul ouvert donnoit	3.7	10.6
N	3.7	
O	1.7	
P	1.6	

Mais tous ouverts enſemble donnerent 7 meſures, & le tronc ſeul en R donnoit 8 meſures. Je trouvai auſſi qu'une des carotides dont les quatre branches donnoient 6. étant ouvertes à la fois, en donnoient par le tronc coupé de plus en plus jusqu'à 20. à meſure que je raccourciſſois ce tronc par des coupes ſucceſſives, obſervant de le tenir toujours ſur le même plan, & l'eau du réſervoir à la même hauteur.

XLI. De ces expériences il eſt aiſé de conclurre que, quoique le tronc ſoit plus étroit que les branches du premier ordre, & celles-ci plus que celles du ſecond, cependant le tronc ouvert donne plus que les deux premieres branches enſemble, & celles-cy plus que les quatre qui en partent; & ainſi de ſuite.

XLII.

XLII. Ayant reïtéré, d'après M. *Hales*, cette expérience sur le tronc & la mésentérique supérieure, je trouvai à peu près comme lui que les dernieres artères sanguines qui se trouvent sur la convexité opposée au mésentere, dans la longueur des boyaux grêles, ne donnoient qu'un 20me au plus, tandis que les artères du Limbe au nombre de 650. donnoient $\frac{1}{16}$ de ce que donnoit le seul tronc coupé en travers. (*Hæmastat.* Exper. 9.)

XLIII. D'où il suit que les déchets des dépenses *virtuelles* des troncs & de leurs rameaux, vont toujours en croissant selon une progression dont le premier terme est $\frac{1}{5}$ de la dépense virtuelle pour les troncs d'un pouce en longueur, & de 3 lignes de diametre; & le dernier terme est $\frac{10}{20}$. Le dénominateur de cette progression se trouve 0.05376. pour l'artère mésenterique dont la progression a 14 termes, & 0.03175. pour l'artère aorte, ou ses branches, qui vont au 23 terme; d'où il suit que le déchet des dépenses pour les artères qui arrosent les visceres, est moindre que celui des artères qui vont dans les membres, au moins dans le rapport de 31 à 53. ou de $\frac{3}{5}$. Ainsi en faisant couler de l'eau par l'aorte dans les artères d'un cadavre, il passera une bien plus grande quantité à travers les visceres du bas ventre, & à travers le cerveau, qu'il n'en passera à travers les autres parties: & c'est ce que j'ai vérifié. L'eau chaude ne passe que très peu des artères qui vont aux muscles, dans leurs veines, tandis qu'elle passe abondamment des artères mésenteriques dans leurs veines, & même à travers le foye jusques dans les veines hépatiques.

XLIV. Cette théorie des frottemens nous conduit à une autre encore plus importante, & non moins négligée, qui est celle de la pression laterale des vaisseaux par les fluides qui y coulent dedans. On n'a connu jusqu'à M. *Dan. Bernoulli*, que la pression dans l'état hydrostatique, ou de repos; & on se tromperoit très fort de juger quelle est la même dans l'état du mouvement. Les veines ne sont certainement

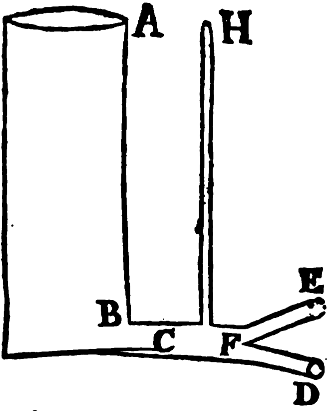
 pas

pas tant preſſées par leur ſang que le ſont les artères ; auſſi leurs membranes ne pourroient y réſiſter, & elles ſe dilateroient de plus en plus étant plus minces, & le devenant de plus en plus par leur dilatation.

XLV. Les preſſions que des vaiſſeaux eſſuyent quand le ſang y coule, ſont comme le poids d'une colomne de ce fluide, qui auroit pour baſe le produit du rayon de ce vaiſſeau par ſa longueur, & pour hauteur celle à laquelle le ſang s'éleveroit dans un tube adapté latéralement à ce vaiſſeau, ſans en rétrécir le calibre, (*Hydrodynam.* pag. 26.) Ainſi les preſſions ſur des vaiſſeaux de même longueur ſont comme leurs rayons, ſi les hauteurs génératrices de la viteſſe de leur fluide ſont les mêmes. Si l'artère Ruiſchiene a pour diametre un 20. de l'aorte priſe vis à vis, elle n'eſſuyera ſur même longueur qu'un vingtième de ſa preſſion; auſſi ai-je trouvé que ces parois n'avoient qu'un 20. de l'épaiſſeur des parois de l'aorte au même endroit.

XLVI. La hauteur preſſante du ſang ſur les parois des vaiſſeaux eſt la plus grande de toutes au ſortir du cœur ; car c'eſt là que la viteſſe du ſang eſt la plus grande de toutes: & la hauteur preſſante eſt comme le quarré de la viteſſe, quand les réſiſtances antérieures ſont égales.

XLVII. Si la viteſſe d'un fluide eſt gênée, la preſſion contre les vaiſſeaux qui le contiennent eſt comme la différence du quarré de la viteſſe *virtuelle* au quarré de la viteſſe *actuelle*. Dans l'aorte la viteſſe *virtuelle* eſt telle que, ſi on faiſoit une ſaignée dans une fiévre aiguë, le ſang jailliroit à 21 pieds de diſtance à la premiere ſeconde, ou ce qui revient au même, s'éleveroit à 7 pieds de hauteur: or ſa viteſſe actuelle eſt 3 pouces $\frac{1}{3}$ dans le temps d'une contraction du cœur, qui étant $\frac{1}{3}$ de ſeconde, donneroit 10 pouces par ſeconde, dont la hauteur génératrice eſt 1.64 de pouce, & la différence d'avec 7 pieds eſt 82 pouces 3 lignes.



XLVIII. Si on a une artère, ou un tuyau qui aille en s'élargiſſant, comme C E D E. & que le fluide coule d'un réſervoir, plein a la hauteur A, il eſt certain qu'en débouchant les orifices DE, qui enſemble excedent le calibre du tuyau CF, le fluide n'agira pas contre les parois de ce tuyau, & ne s'élevera pas dans la jauge *h*, qui eſt la meſure de la preſſion.

XLIX. Mais, ſi les branches ſont extrêmement longues, branchuës, pleines d'un fluide gluant & réſiſtant; qu'en un mot le fluide ſoit plus gêné dans le tronc que dans les branches du premier ordre, & dans celles-ci que dans celles du 3. &c. alors le fluide s'élevera plus haut dans la jauge adaptée au tronc, que dans celle adaptée aux branches du premier ordre, & en celles-ci plus que ſi elle l'étoit au troiſième ordre, & ainſi de ſuite; parce que ſelon les expériences citées (n. 40.) la viteſſe actuelle dans les branches eſt moindre que dans le tronc, & que l'excès de la viteſſe virtuelle ſur l'actuelle va toujours en diminuant en s'éloignant du trone.

L. Ainſi la viteſſe actuelle dans les artérioles inteſtinales eſt $\frac{1}{11}$ de celle dans le tronc, mais elle n'eſt qu'un 20me de la virtuelle du tronc, & la viteſſe actuelle dans les artérioles du Limbe du méſentere eſt un quatrième de celle du tronc, ſi le paſſage y eſt quatre fois plus ample, mais elle n'eſt qu'un 16me de la virtuelle; ainſi il y a une différence comme 12 entre ces deux ſortes de viteſſe dans ces artérioles du Limbe, & une ſeulement comme 4. entre celles des artérioles inteſtinales; donc la preſſion qui eſt rélative au quarré de ces différences, eſt toujours de plus en plus petite à meſure que l'on l'éloigne du cœur, ce qui eſt aiſé à prouver: car, ſi on enfonce un petit tuyau tout ouvert dans

l'artère d'un chien vivant à différentes diſtances du cœur, le jet du ſang ſera d'autant plus petit qu'on ſera plus éloigné du cœur.

LI. Ainſi il n'a pas été néceſſaire qu'à égal calibre, des artères plus éloignées du cœur euſſent autant de fermeté que celles qui en ſont plus proches.

LII. M. *Bernoulli* a démontré dans l'*Hydrodynamique*, que ſi le calibre eſt à l'orifice E + D (fig. précéd.) comme N eſt à 1. la preſſion, ou la hauteur de l'eau dans la jauge FH. eſt toujours comme $\frac{nn - 1}{nn}$ A ; ainſi, ſi l'orifice E + D eſt $\frac{1}{2}$ du calibre de C, l'eau s'éléve dans la jauge au $\frac{3}{4}$ de la hauteur (A) de l'eau dans le réſervoir; ſi l'orifice eſt $\frac{1}{20}$ du calibre du tuyau, la hauteur preſſante eſt égale a $\frac{399}{400}$ de la hauteur A.

LIII. Mais, ſi on conſidére les frottements ſans avoir égard aux calibres, il ſuffit que le ſang ſoit aſſez gêné dans les troncs pour qu'il n'en ſorte par les extrêmités qu'un 20me de ce que le ſeul tronc donneroit s'il étoit ouvert, afin d'être en droit d'en conclure que le ſang y eſt tout auſſi preſſé, que ſi c'étoit un tuyau cylindrique qui eut un orifice 20 fois plus petit que le tronc ; & dans l'un & l'autre cas la preſſion ſera la même, ou de $\frac{399}{400}$ de la hauteur totale qui pouſſe le ſang dans le tronc.

LIV. Dans les veines dont le calibre eſt un tiers plus grand que celui des artères correſpondantes, la viteſſe *actuelle* eſt un tiers plus petite que dans les artères, mais la viteſſe *virtuelle* n'eſt pas à beaucoup près ſi grande. Car M. *Hales* a fait voir que le ſang ne s'éleve qu'à $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{12}$ tout au plus dans les veines, de la hauteur à laquelle il s'éleve dans une jauge adaptée aux artères d'un animal vivant. Il y a donc plus de différence dans les artères entre la viteſſe virtuelle

&

& actuelle qu'il n'y en a dans les veines: car 84 surpasse plus 9 que 7 ne surpasse 4. De même les racines de ces hauteurs qui expriment ces vitesses, sont moins inégales dans les veines que dans les artères; ainsi dans les veines la vitesse avec laquelle le sang coule, est presque aussi grande que toute celle avec laquelle il peut y couler.

LV. De là vient que les veines sont si souples & ont des parois si minces; elles sont fort peu pressées par le sang qui y coule: aussi quand on les ouvre sans qu'il y ait fièvre ni pléthore, le sang n'en coule presque pas, à moins qu'on ne gêne son cours par une ligature entre le cœur & la saignée, & qu'on ne l'accélere en remuant le poignet.

LVI. La Théorie *Belliniene*, qui pose pour principe, que le sang véneux trouve une grande résistance en allant au cœur, & que cette résistance est diminuée notablement par une petite incision laterale à la veine, porte sur de faux principes: aussi la théorie de la dérivation & de la révulsion, qui porte sur ces principes, est tous les jours abandonnée par les Médecins qui se conduisent par la raison plutôt que par les préjugés & par l'usage.

LVII. Quand on obstruë, ou qu'on lie une veine, on diminuë le passage total du sang d'une certaine quantité; si on le diminuoit de moitié en bouchant la moitié des veines, la pression du sang contre les parois des vaisseaux seroit égale aux trois quarts de la force avec laquelle le sang est poussé par le cœur, ou égale à 63 pouces; si on bouche une veine entière qui reçoive une 20e partie du sang de l'Aorte, la pression est augmentée d'un 20e de la hauteur qui pousse le sang dans l'Aorte, ou d'environ 4 pouces; avec la différence que les vaisseaux voisins, s'ils ont quelque communication, s'ouvrant un peu plus, la pression en diminuë d'autant. M. *Keill* ayant mesuré exactement ce que l'artère crurale d'un chien vivant donnoit de sang étant coupée en travers, & combien en donnoit la veine crurale de l'autre côté en même tems, trouva que ces quantités étoient entr'elles comme 15 à 6. Le calibre de l'artère est à celle de la veine en ce lieu comme 2 à 3. Les vitesses étant

comme les dépenſes diviſées par le calibre ſont comme $\frac{15}{2}$ à $\frac{6}{3}$, ou comme 7.5 à 2.0, dont les quarrés ſont comme les hauteurs génératrices de ces viteſſes, ſçavoir comme 14 & 1. La viteſſe actuelle du ſang dans l'artère avant qu'on l'ouvrit, étoit à celle du ſang dans la veine comme 3 à 2. La viteſſe virtuelle de l'artère ſe trouve par cette expérience à ſa viteſſe actuelle 14 fois plus grande qu'elle ne l'eſt dans la veine, (ſelon M. *Hales* c'eſt 12 ſeulement ;) donc la preſſion du ſang contre les artéres eſt 12 ou 14 fois plus grande, que celle du ſang contre les veines.

LVIII. Les artères ſont autant preſſées à un 400e près qu'elles peuvent l'être, la force du cœur reſtant la même ; donc étant entièrement liées, elles ne doivent pas s'enfler ſenſiblement : c'eſt ce que j'ai bien vérifié en liant les carotides d'un chien vivant. Les veines n'eſſuyent pas en ſanté la 12ieme partie de la preſſion des artères ; donc en les bouchant entièrement, elles en éprouveront tout autant, & s'enfleront 10 ou 12 fois plus que ne font les artères : c'eſt ce que l'expérience confirme, car en liant les veines pour la ſaignée du bras, on les voit groſſir ſenſiblement entre la ligature & les extrémités. De là on peut tirer du jour pour la théorie des tumeurs : quant aux artères liées elles ne s'enflent pas ſenſiblement.

LIX. Abrégeons en finiſſant par quelques réfléxions ſur les uſages de l'admirable Machine hydraulique que nous conſidérons.

LX. Si le ſyſtème des vaiſſeaux n'eut été deſtiné, comme des tuyaux de conduite, qu'à transporter le ſang des artères aux veines, & de là au cœur, il eut falu, pour que la machine fut parfaite, qu'il ſe fut retrouvé dans le ſang véneux les $\frac{4}{9}$ d'effet rélatif à la force que le cœur employe. (n. 18.) Mais il y a une bien plus grande partie de la force du cœur conſumée ; & rien ne ſe conſume en vain dans une Machine auſſi parfaite que celle-ci l'eſt en ſanté : ce n'eſt donc pas le ſeul transport du ſang que la Sageſſe ſupréme y a eu en vuë.

LXI.

LXI. Les grosses artères & le cœur n'avoient pas besoin de tant de force & de tant de résistance, pour transporter seulement le sang ; en ouvrant davantage le extrémités artérielles, on en auroit conduit davantage avec moins de force & moins de résistance. Il faloit donc cet appareil pour une autre fin (n. 1.) qui est celle de briser, & broyer le sang toujours prêt à se coaguler faute de broyement. Il faloit allumer par là un degré de chaleur nécessaire à la fluibilité des humeurs, à la sensibilité des nerfs, à la flexibilité des muscles.

LXII. Le sang, après avoir été bien trituré, n'avoit besoin que d'un crible pour être passé : les artérioles sont les filieres auxquelles il passe ; leur force est suffisante pour cette opération, mais ne l'eut pas été pour le broyement. Les veines n'avoient pas besoin de beaucoup de fermeté, n'ayant qu'à conduire un sang broyé & affiné ? J'obmets beaucoup d'autres usages ; mais, quelle est la Machine hydraulique inventée par les hommes qui, avec aussi peu d'appareil, remplisse tant de vuës différentes ? Broyer, cribler, transporter un fluide, qui en même temps réchauffe, nourrit & entretient sa machine pendant près d'un siécle !



OBSERVATIONS
SUR LES MALADIES DU COEUR,
PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

I.

Le corps humain eſt conſtruit de maniere, que chacune de ſes parties, en vertu même de l'action continuelle qui eſt néceſſaire pour la conſervation de la vie, contribuë inſenſiblement à ſa propre deſtruction ; & c'eſt ainſi que la Nature, par la ſtructure même du corps, a poſé un terme naturel à la vie. Outre cela, les diverſes variations, tant externes qu'internes, auxquelles la vie humaine eſt ſujette, peuvent ſouvent accélérer cette deſtruction des parties, au point que la Machine, ſans attendre la mort naturelle, s'écroule dans peu, à moins que connoiſſant la cauſe du mal on ne la diſſipe, en s'y oppoſant dès les commencemens par des remèdes convenables. Auſſi, dès que l'on eſt aſſuré par des ſignes extérieurs de l'endroit où réſide le mal, & des effets qu'il y produit, on eſt d'autant plus en état d'égorger, comme s'exprime fort bien *Hippocrate*, cet ennemi dès ſa naiſſance, & d'empêcher qu'il ne cauſe une ruïne totale.

II. Mais il arrive ſouvent que le germe de quelque maladie cruelle eſt tellement caché dans quelque recoin du corps, qu'il ne peut être découvert que par un homme très exercé dans un ſemblable examen, & parfaitement verſé dans la connoiſſance de la ſtructure du corps humain, & de l'uſage de ſes parties. Ces conditions ſont d'autant plus néceſſaires, que la partie léſée eſt plus noble, & que la vie eſt plus aiſément en danger, lorſque cette partie vient à ſouffrir quelque atteinte, même legère. De toutes les parties du corps humain il n'y en

en a point dont l'importance ſurpaſſe celle du cœur ; il eſt le principe du mouvement de toute la machine ; & dès que ſon action vient à être troublée, ou empêchée, tous les autres membres languiſſent, toutes les autres parties du corps défaillent dans leurs actions & dans leurs fonctions. Cette piece ſi eſſentielle du corps humain n'a pourtant point de prérogative par deſſus les autres ; elle eſt expoſée comme elles, tant aux maladies qui naiſſent de ſon action continuelle qu'à d'autres qui ſont accidentelles, & prennent leur ſource, ſoit dans le liquide qu'elle reçoit & qu'elle diſtribuë, ſoit dans les canaux par lesquels ce liquide entre & ſort, dans le diametre & la configuration desquels il peut arriver divers changemens extraordinaires, & préjudiciables aux fonctions naturelles. Les maladies & la mort viennent également, de ce que les canaux que le cœur remplit & gonfle par ſon action, lui oppoſent une trop grande réſiſtance, ou réciproquement, de ce que le cœur pouſſant le ſang avec trop de force endommage les canaux qui le reçoivent.

III. J'ai donc crû m'occuper utilement, en raſſemblant avec ſoin pendant le cours de pluſieurs années les obſervations qui concernent les maladies du cœur, & des grands vaiſſeaux, tant celles qui reviennent plus fréquemment, mais auxquelles on n'a pas apporté aſſez d'attention, que d'autres qui ſont plus rares. J'ajouterai l'hiſtoire de ces maladies, autant qu'elle a pû parvenir à ma connoiſſance. Il eſt fâcheux cependant qu'on ne puiſſe le plus ſouvent pas s'aſſurer des circonſtances d'un mal, à cauſe de l'état abject & de la condition miſérable du plus grand nombre des malades qui ſont l'objet de ces obſervations ; gens de la ſituation desquels perſonne ne ſe trouve en état de rendre compte, lorsqu'ils viennent à mourir. On rencontre les mêmes difficultés, lorsqu'on veut s'inſtruire de la vie qu'ont menée ceux qui meurent dans les Hôpitaux, & quel a été le cours de leurs maladies. Comme ils arrivent tard dans ces Maiſons, où l'on ne les retire que parce qu'ils ſont comme abandonnés, dans la privation de tout ſecours & de tout commerce, il n'eſt presque pas poſſible d'acquérir des lumieres ſur les cauſes de leur état, qu'ils ignorent pour l'ordinaire

[illegible] qu'il les emporte avant qu'on [illegible] les progrès & les' ſymptômes.

O[illegible]

SECTION I.

Sur la cohéſion du Péricarde avec le cœur.

La Nature n'a rien épargné pour faciliter un mouvement libre au cœur, en rendant la ſurface interne du péricarde, auſſi bien que la ſurface externe du cœur, polies & gliſſantes. C'eſt à cet effet qu'eſt deſtinée une vapeur très ſubtile, qui s'exhale continullement par une infinité de vaiſſeaux artèriels, de la tunique du péricarde, & de celle de la ſurface externe du cœur, qui lui eſt continuë. Cette vapeur lymphatique eſt ſans ceſſe réſorbée par les veines, tant que le corps eſt dans un état naturel & ſain. Elle eſt, comme toutes les autres liqueurs lymphatiques du corps, de la nature des liquides gélatineux, que le ſéjour, la chaleur, & la preſſion, épaiſſiſſent, & changent en filamens celluleux, plus ou moins ſolides & conſiſtans, ſuivant qu'une plus grande ou moindre quantité de ces liquides continuë encore à les humecter. C'eſt ce que prouve une foule d'exemples des viſceres qui s'attachent l'un à l'autre dans le bas ventre, & des poûmons colés à la pleure dans la cavité du thorax; cela n'arrive, dans l'un & l'autre de ces cas, qu'à cauſe de l'épaiſſiſſement de quelque liquide qui s'exhale, & ſéjournant dans un endroit, produit des fibres celluleuſes, ſouvent même ligamenteuſes, dont la dureté va quelquefois juſqu'à rendre la liaiſon, ou adhérence des parties, plus forte que toutes celles qui ſont l'ouvrage de la Nature. Une infinité de vaiſſeaux, portant la nourriture dans une ſemblable toile celluleuſe formée extraordinairement, en augmentent l'étenduë, & en forment un réſeau d'un tiſſu indeſtructible. C'eſt ce que j'ai appris en injectant des poûmons attachés à la pleure ; l'injection ayant fait paroitre des vaiſſeaux ſans nombre, qui ſe prolongeoient, & ſe diſperſoient dans la celluleuſe, d'où ils alloient continuër à la ſurface des poûmons. Cela fait voir pourquoi les poûmons dans cet état d'adhérence ſont plus ſujets à s'altérer & à s'enflammer, que lors-

lorsqu'ils jouënt librement dans les ſacs de la pleure. En effet il y a tant de ces vaiſſeaux attachés au poûmon & à la pleure, qui ſouffrent une compreſſion, que le fluide qui y ſéjourne produit très facilement, & pour les cauſes les plus legères, des inflammations qui s'étendent fort loin, affectant également l'une & l'autre de ces parties. Lors donc qu'en même tems le poûmon ſe trouve bleſſé, & attaché à la pleure, la moindre cauſe pléthorique produit auſſi-tôt un ſentiment de douleur, ou la pleuropneumonie. C'eſt pour prévenir ce danger que la Nature a fourni l'exhalation continuelle du liquide ſubtil dont nous avons parlé, & l'humectation qui en réſulte; méchaniſme qui a ſurtout lieu dans les viſceres, dont les fonctions naturelles demandent un mouvement tout à fait libre. Cette humeur ſubtile & gélatineuſe, qui exhale donc du péricarde, lorsqu'il arrive quelque obſtruction dans les plus petits vaiſſeaux ſecrétoires, ſoit enſuite d'une inflammation, ſoit à cauſe de la viſcidité des humeurs, ſoit enfin par ſa propre épaiſſeur, de ſorte que les veines (a) ne puiſſent plus en faire la réſorption convenable; cette humeur, dis-je, devient plus épaiſſe & condenſée par la preſſion continuelle du cœur ſur le péricarde, & par la réſorption des veines qui en tirent le plus liquide. Cette liqueur épaiſſie forme alors des fibres celluleuſes, ſolides, & qui uniſſent ſi fortement le cœur au péricarde, que cela paroit former un tout continu, & jette dans l'erreur ceux qui ne ſont pas connoiſſeurs dans ce genre, en leur faiſant croire que le péricarde manque. Cependant quelques vaiſſeaux exhalans du péricarde qui ſont encore ouverts, verſent une liqueur, qui empêche cette celluleuſe extraordinaire de trop ſe roidir; ce qui fait que le cœur, nonobſtant la force de cette cohéſion, peut continuer à ſe mouvoir, quoique d'un mouvement irrégulier, ſoit à l'égard de la force, ſoit par rapport à l'égalité des pulſations. Mais cette celluleuſe factice s'accroit toujours de nouvelles fi-

(a) Le péricarde eſt pourvû d'une quantité innombrable de ces veines, comme le découvrent clairement l'injection, & la tranſſudation perpétuelle du liquide qu'elles fourniſſent à la cavité du péricarde.

bres, à mesure que la liqueur continuë à s'y porter ; & cette liqueur s'y répandant s'épaissit, & faute d'une résorption suffisante devient une matiere crasse, tenace, ou stéatomateuse, qui, à proportion qu'elle acquiert de l'étenduë ou de la masse, met toujours la vie en plus grand danger, en empêchant le mouvement naturel du cœur, & produit toujours de nouvelles adhérences, qui augmentent la force & la grandeur de l'adhérence totale.

Lancisius, dans son Traité *de l'Anevrisme*, ne rapporte qu'une Observation qui concerne la cohèsion extraordinaire du péricarde au cœur ; & M. *Senac*, dans son excellent Ouvrage sur le Cœur, en fait à peine mention. Il touche seulement en peu de mots la sécheresse du péricarde, parlant d'ailleurs avec assez d'étenduë des autres maladies du cœur, à proportion de leur importance. Je vais donc fournir ici un nombre plus considérable d'Observations sur ce mal, qui feront mieux connoitre les dangereux effets qui en résultent.

OBSERVATION I.

Histoire.

Une Dame de naissance, digne d'un meilleur sort, d'un corps foible & délicat, avoit commencé à être sujette dès l'age de quatorze ans à s'émouvoir vivement pour les moindres causes ; son visage se couvroit aussi-tôt d'une rougeur universelle, & elle sentoit des agitations intérieures autour du cœur. S'étant ensuite mariée, elle se trouva dans une situation où il ne lui manquoit aucune des commodités de la vie ; & sa santé se soutint assez bien pendant quelque tems, pour un corps aussi délicat que l'étoit le sien. Sa premiere grossesse ne fut accompagnée d'aucune incommodité ; mais les couches ne lui furent pas aussi favorables : ses angoisses ordinaires s'accrurent considérablement, & elle se plaignoit souvent de tourmens dans la région du cœur. Elle parut cependant se rétablir ; & étant devenuë une seconde fois enceinte, elle fit une fausse couche, depuis laquelle sa santé n'alla plus qu'en em-

pirant.

pirant. Son visage étoit presque continuellement couvert de rougeurs, sans même qu'il y en eut de causes manifestes ; quelquefois en parlant sa respiration s'arrêtoit tout d'un coup, ou bien ses paroles se précipitoient rapidement ; les angoisses des environs du cœur, & une oppression qui la rendoit comme toujours haletante, ne lui laisserent presque aucun repos ; elle étoit sur ses gardes, & veilloit sans cesse sur elle-même, pour ne rien dire ou faire avec trop d'action : & elle étoit d'autant plus obligée à ces précautions, que c'étoit une Dame d'un esprit vif & d'un génie extraordinaire. Sa situation devenoit donc très fâcheuse toutes les fois qu'elle étoit exposée, ou à quelque mouvement trop véhément, ou aux effets de quelque passion, ou à une tension un peu forte du ventricule ; ce qui lui faisoit redoubler ses attentions pour ne pas se trouver dans ces cas, dont les effets étoient si fâcheux, qu'ils la jettoient quelquefois dans des défaillances. Des terreurs & des tremblemens accompagnoient aussi pour l'ordinaire ces angoisses ; & dans les tems même où elle étoit d'ailleurs le mieux, elle se plaignoit d'un tiraillement continuel, & tout à fait inquiétant, dans la région du cœur, qui devenoit l'incommodité la plus fâcheuse, lorsque les circonstances susdites s'y joignoient. De plus elle eut, à trois reprises différentes, à la suite de quelque mouvement leger du corps, & sans aucuns signes qui eussent précedé, des attaques de crachement de sang. Les conseils & les remèdes d'un habile Médecin, dont elle se servoit, la guérirent parfaitement de cette incommodité, ce qu'on peut regarder comme une chose assez étonnante ; & il ne lui en resta, ni toux, ni aucun signe de phtisie. Tout le monde prétendoit cependant qu'elle avoit le poûmon ulcéré, & qu'elle étoit phtisique, à cause des symptômes que nous avons rapportés, & que les mêmes causes faisoient revenir très aisément ; à quoi se joignoit une maigreur qui alloit tous les jours en augmentant.

Le Médecin, qui ne s'en tenoit pas à ces indications vagues, mais qui étoit accoûtumé à rechercher avec plus d'exactitude les vrayes causes d'un mal, jugea qu'il ne restoit aucune atteinte au poûmon ; mais que cette grande sensibilité, cette foiblesse de tout le corps, & la trop

grande expansion du ventricule, qui étoit suivie de la rétropression du diaphragme sur les intestins qui étoient foibles, que tous ces symptomes réûnis venoient du mouvement irrégulier du cœur. Comme l'abondance du sang augmentoit les rougeurs du visage, & ramenoit les hémoptysies, il ordonna des saignées, auxquelles il joignit des résolvens doux, des eaux minérales legères & aussi résolventes, des alimens laiteux, & des évacuans foibles; prescrivant en même tems un régime de vie extrèmement modéré, une diète des plus simples, & qui pût procurer la digestion la plus facile. Cependant la cause du mal demeuroit toujours inconnuë & cachée; les précautions dont on vient de parler ne servant qu'à en prévenir les accroissemens subits, sans pouvoir la détruire entièrement, & amener la malade au point desiré d'une guérison parfaite par l'usage des remèdes prudemment administrés. Elle demeura toujours foible & angoissée; & au milieu de toutes les commodités dont elle jouïssoit, elle étoit toujours harcelée par cet ennemi secret, par ce tiraillement continuel qui ne cessoit de l'inquiéter, comme elle le disoit elle-même, & en vint au point de ne lui pas laisser le moindre relâche. Pendant le tems de cet état le pouls de la patiente étoit foible, & ses petits battemens se suivoient avec une grande fréquence; souvent il devenoit intermittent, surtout après que la respiration avoit été trop véhémente, ou l'esprit trop agité de quelque passion. La foiblesse augmenta considèrablement de jour en jour, sans que tous les remèdes fortifians fussent d'aucune utilité; les angoisses & les palpitations de cœur s'accrurent avec force, & la mort vint enfin les terminer, au grand regret de tous ceux qui s'étoient flattés de la conservation d'une personne dont l'excellent caractère lui avoit concilié l'estime universelle. On avoit tout lieu de croire que la cause particuliere du mal étoit cachée dans le corps; & c'est pour la découvrir qu'on résolut de procéder à la dissection du cadavre.

Dissection Anatomique.

Après avoir donc premièrement ouvert l'abdomen, tous les boyaux furent trouvés très sains, & dans une parfaite intégrité; les intestins

teſtins n'avoient rien de gonflé, & leurs veines ne parurent point trop remplies; mais la ſtructure des tuniques étoit fort mince, & elles ſe tendoient un peu avec le ventricule, lorsque l'air, ou quelque petite quantité de matiere, y entroit. Auſſi-tôt après l'ouverture du thorax, les poûmons en s'affaiſſant donnerent une preuve de leur bon état. Leur couleur étoit naturelle, & le ſang ne les gonfloit trop que dans leurs lobes inférieurs, la tunique étant remplie d'air, comme de coûtume. Le poûmon gauche étoit tant ſoit peu adhérent à la pleure par ſa partie poſtérieure, ſans qu'il y eut pourtant aucun ſigne d'inflammation, ni de ſuppuration. Pour parvenir donc à connoitre l'état du cœur, je m'efforçai d'ouvrir le péricarde; mais je fus arrêté, & je le trouvai continu au cœur. Dès que j'eus remarqué cette cohéſion contraire à l'état naturel, je procédai avec beaucoup de précaution pour le détacher du cœur, à la ſurface extérieure duquel il étoit lié de toutes parts avec beaucoup de force par le moyen des fibres celluleuſes, qui, ſurtout à la pointe & à la baſe du cœur, étoient ſi ſolides & ſi ferrées, qu'elles rendoient la ſéparation très difficile dans ces endroits. Il y avoit fort peu d'humidité, & les interſtices ſecs des fibres celluleuſes ne ſe montrerent remplis d'aucun fluide. Le cœur même étoit gonflé par le ſang coagulé dans ſes cavités; ſa ſubſtance muſculeuſe étoit pâle & lâche, & il n'y avoit presque point de graiſſe, ſans que d'ailleurs on remarquât aucune défectuoſité dans ſes vaiſſeaux, ou dans ſes valvules.

Explication Phyſiologico-Pathologique.

Perſonne ne ſçauroit nier que la parfaite ſanté & la conſervation de notre corps ne ſoyent fondées ſur le mouvement libre, régulier, & égal du cœur, qui eſt une machine deſtinée à pouſſer les liquides dans les canaux qui ſont employés, tant à procurer la circulation du ſang qu'à effectuer les ſecrétions néceſſaires pour la conſervation du corps. Il s'enſuit néceſſairement de là que, lorsque le mouvement du corps eſt troublé, il en réſulte du déſordre dans la circulation, auſſi bien que dans les fonctions & les ſecrétions des viſceres & des autres parties du corps,

corps, qui retirent quelque utilité de ces opérations. C'eſt rélativement à cet uſage que la Nature a renfermé le cœur dans un ſac lâche & d'une ſurface gliſſante, tel qu'eſt le péricarde, afin qu'il ne s'attachât point aux parties voiſines, & que ſon mouvement ne vint point à être troublé & dérangé par le mouvement de ces parties. C'eſt pourquoi le cœur même, par le moyen de ſa propre ſurface, & d'une liqueur qui en exhale continuellement, humecte & enduit, en quelque ſorte, le ſac du péricarde dans lequel il eſt contenu. Et afin que celui-ci affermiſſe en même tems la ſituation du cœur, il eſt fortement attaché par ſa baſe à la partie gauche de la chair coſtale du diaphragme, & à la ſurface ſupérieure du milieu du tendon large du diaphragme, à l'aide de fibres celluleuſes très ſolides, & ſi ſerrées, que la pointe du ſcalpel le plus aigu a beaucoup de peine à les ſéparer, & à rompre leur étroite liaiſon. Le mouvement du cœur étant beaucoup plus rapide que celui du diaphragme, ces deux parties n'auroient pu avoir une liaiſon immédiate entr'elles, ſans que l'action de l'une ou de l'autre en eût été altérée ; & ç'auroit été la même choſe qu'un ſac fortement adhérent au diaphragme eût été attaché au cœur, ou que le cœur lui-même l'eut été au diaphragme. S'il arrive donc que le péricarde tienne à la ſurface du cœur, celui-ci ne peut plus continuer à ſe mouvoir régulierement à cauſe du mouvement du diaphragme, que la reſpiration fait continuellement élever & abaiſſer. Car dans l'état naturel, ſix ou ſept pulſations, ou battemens du cœur, ne répondent qu'à un ſeul acte de reſpiration, ou au mouvement alterne du diaphragme. Ainſi, pendant que le diaphragme deſcend, il force le cœur qui lui eſt adhérent par le moyen du péricarde, de deſcendre vers l'abdomen, & l'arrête fortement, de ſorte que la pointe ne ſçauroit s'approcher de la baſe, ni la parfaite contraction du cœur s'exécuter ; car la ſurface qui devroit être libre, afin que la cavité diminuée par la contraction puiſſe s'évacuer, eſt liée par autant de cordes, ou fils, qu'il y a de filamens qui forment le tiſſu extraordinaire de la celluleuſe. Ces obſtacles diminuent dans le tems où le diaphragme monte vers le thorax ; & alors le cœur ſe contractant plus parfaitement peut s'évacuer : cependant il demeure toujours retenu par

ſa

ſa ſurface extérieure; & il eſt obligé d'employer une force beaucoup plus grande que celle qui ſeroit naturellement requiſe, pour effectuer cette évacuation complette, qui ſe fait par la contraction. L'abord du ſang dans les vaiſſeaux & dans les viſceres ſe fait donc d'une maniere inégale & irréguliere; il s'accumule dans les veines pendant l'inſpiration, & le reflux naturel du ſang dans les cavités du cœur eſt empêché par là; d'où procédent les rougeurs du viſage, l'inégalité du poux tremblottant & fréquent, les angoiſſes, les affections ſpasmodiques, les tremblemens, les oppreſſions, les foibleſſes, & même les ſurſauts apoplectiques, qui ſont autant de conſéquences néceſſaires de cet état. Quand enſuite le diaphragme relâché dans l'expiration revient vers le cœur, celui-ci preſſe avec plus de force le ſang accumulé dans ſes cavités, & le chaſſe dans les vaiſſeaux artèriels; tandis que les veines de leur côté le reverſent en plus grande quantité dans le cœur: & les viſceres, auxquels la quantité de ſang néceſſaire pour les ſecrétions avoit manqué, lorsque la contraction du cœur n'avoit pû s'achever parfaitement durant l'inſpiration, ſe trouvent enſuite accablés, ſoit par la trop grande abondance, ſoit par la trop forte impulſion du ſang, qui entre dans leurs petites embouchures ſecrétoires, les gonfle trop, les remplit de particules groſſières, de ſorte que ces canaux qui ſont d'une extrème petiteſſe, viennent inſenſiblement à s'obſtruer. Dans les viſceres plus lâches qui ſont deſtinés à faciliter la circulation de toute la maſſe du ſang, tels que ſont les poûmons, les vaiſſeaux trop foibles ſe rempliſſant exceſſivement deviennent tendus jusqu'à crever; ce qui produit les hémorrhagies. Le cœur ainſi agité ſans relâche d'un mouvement irrégulier, ſe trouve obligé d'employer des forces beaucoup plus grandes que celles qui lui ont été aſſignées par la Nature, tantôt pour ſurmonter la réſiſtance du diaphragme, tantôt pour chaſſer la trop grande maſſe du ſang; ce qui fait qu'inſenſiblement il ſe relâche, & s'affoiblit: la réſiſtance des vaiſſeaux artèriels augmente à proportion, la circulation ſe dérange; les ſecrétions vont en diminuant; les rougeurs, l'inégalité du pouls, les palpitations, la foibleſſe univerſelle du corps, ne font que s'accroître, jusqu'à ce que les forces néceſſaires

 pour

pour le mouvement du cœur ſoyent détruites, tant par la trop grande réſiſtance qu'il éprouve, que par les progrés de ſon propre affoibliſſement: & cette deſtruction n'eſt autre choſe que la mort même. Cette foibleſſe eſt augmentée par la dilatation trop ſenſible du ventricule & des inteſtins, qui eſt ennemie du cœur; il ne ſçauroit entrer dans l'eſtomach une quantité d'alimens ſuffiſante pour la nourriture du corps, & ces alimens n'éprouvent pas une digeſtion parfaite à cauſe de la foibleſſe des inteſtins.

A' l'aide de ces principes, il devient facile d'expliquer tous les ſignes rapportés dans l'hiſtoire de la maladie précédente, & tous les ſymptômes auxquels la malade a été expoſée. Leur origine peut être démontrée avec beaucoup de clarté. Car, pour parler d'abord de ce ſymptôme continuel, qui a accompagné toute la maladie, je veux dire, de ce tiraillement incommode de la région du cœur & du diaphragme, qu'on peut regarder comme le ſigne pathognomique du mal; chacun comprend ſans peine qu'un cœur attaché au péricarde par tant de filamens celluleux aboutiſſans à ſa ſurface, qui devroit être parfaitement libre, pour que ſon action fut parfaite, eſt obligé par leur moyen de ſuivre le mouvement du diaphragme dans l'inſpiration; & c'eſt préciſément de là que doit naître cette ſenſation inquiétante d'un tiraillement continuel dans la région du cœur, parce que ſa contraction eſt empêchée en même tems, ce qui trouble la liberté de la circulation, & la parfaite impulſion du ſang dans les vaiſſeaux. Et quand même une contraction véhémente du cœur ſurmonteroit le diaphragme, celui-ci ne pourroit alors s'abaiſſer autant qu'il eſt néceſſaire pour rendre la reſpiration complette; laquelle étant ainſi troublée, ſoit par cette cauſe, ſoit par la volonté même de l'ame, qui cherche à prévenir la douleur cauſée par la tenſion, la circulation du ſang dans les poûmons trouve des obſtacles, de façon que la ſenſation continuelle du tiraillement ſuſdit doit être permanente, & accompagnée d'une autre ſenſation non moins fâcheuſe de réplétion & de tenſion, qui procede de l'irrégularité de la circulation, & de ce que le ſang ſéjourne trop ſouvent dans le cœur.

L'irré-

L'irrégularité & l'embarras de la circulation par l'artère pulmonale, ſont cauſe qu'il reſte une trop grande quantité de ſang dans les rameaux de la veine cave; de là ces rougeurs du viſage qui ont tant fatigué la malade, auſſi bien que la maniere ſubite dont elles paroisſoient & disparoiſſoient, ſuivant que le cœur éprouvant plus ou moins de réſiſtance pendant l'acte de la circulation, ne pouvoit atteindre au point de contraction requis. Quand après cela l'impétuoſité du cœur trop irrité, ſoit par l'extenſion, ſoit par la traction, s'augmentoit aſſez pour ſurmonter la réſiſtance qui lui étoit contraire, les vaiſſeaux artériels des poûmons ſe relâchoient, & ſe déchiroient; d'où procédoit une hémoptyſie qu'aucuns ſignes n'avoient annoncé: & il eſt évident que la même choſe arrivoit également dans les veines, lorsque le reflux dans le ventricule poſtérieur du cœur étoit empêché.

La connoiſſance diagnoſtique du mal dans le corps vivant de la malade pouvoit donc être acquiſe, en obſervant les ſymptômes dont voici l'énumeration; une ſenſation incommode de tiraillement dans la région du cœur; des rougeurs ſubites qui ſe manifeſtoient au viſage; la reſpiration angoiſſée & oppreſſée, ſans aucun ſigne de léſion dans le poûmon; le pouls irrégulier, tant à l'égard de la force que par rapport à la fréquence, & qui s'augmentoit en parlant, ou toutes les fois que quelque autre cauſe prolongeoit l'inſpiration, jusqu'à ce qu'il parvînt à une ceſſation momentanée du mouvement du cœur, qui étoit ſuivie de défaillance; une grande foibleſſe du corps, ſans qu'il parût qu'aucun des viſceres qui ſervent à la nutrition fuſſent endommagés; une inquiètude d'eſprit continuelle cauſée par cette fâcheuſe ſenſation; le mouvement du cœur troublé, dès que le ventricule ou les inteſtins ſouffroient la plus legère expanſion. Le pronoſtic étoit aiſé à déduire de ces ſignes; c'eſt qu'on ne pouvoit jamais eſpèrer de conduire la malade à une guériſon parfaite: car les fibres une fois formées, & qui tenoient au cœur de façon qu'il en naiſſoit un obſtacle à ſon mouvement, ne pouvoient être détachées & détruites; & les circonſtances indiquées par les ſignes détaillés ci-deſſus, ſont d'autant plus dangereuſes

qu'u-

qu'une semblable adhésion est plus étenduë & plus forte, ce qui peut varier suivant la nature & les dispositions du corps attaqué. L'indication des moyens de soulagement tend donc à procurer l'amollissement continuel des fibres du corps, pour prévenir que ces fibres celluleuses qui se sont formées contre nature, en devenant trop roides, n'arrêtent totalement l'action du cœur. Or, comme cet amollissement ne sçauroit avoir lieu qu'au moyen de ce fluide subtil du péricarde, qui s'exhale sans cesse dans les interstices des fibres, il est nécessaire d'employer un délayement copieux & continuel, pour rendre les liqueurs du corps aussi propres qu'il est possible à la circulation, & à la secrétion par les plus petits vaisseaux destinés à les exhaler : mais en même tems il faut prendre garde que la trop grande quantité de sang, par sa résistance, ne surpasse les forces d'un cœur affoibli, ou que sa trop grande expansion ne devienne préjudiciable aux autres viscères du corps. Un autre objet d'attention encore, c'est de maintenir la liberté de la respiration ; & dans cette vûe on doit empêcher que l'abdomen trop gonflé ne résiste à l'expansion des poûmons, & à la descente naturelle du diaphragme, afin que l'inspiration se faisant dans l'espace de tems le plus court qui lui convient, la circulation du sang par les poûmons soit aidée, car lorsqu'il s'en arrête trop dans les poûmons, il en naît une résistance au libre mouvement du cœur.

Aussi voyons-nous dans nôtre malade, que ces remèdes ont détourné avec beaucoup de succès tous les accidens qui pouvoient causer une mort subite. Le Médecin habile & prudent a toujours employé les émolliens, les délayans, les résolvans, & les laxatifs doux, avec la saignée, & une diéte émolliente des végétaux les plus convenables à la digestion. C'est de là qu'est venuë cette circonstance vrayement étonnante, du retour assez fréquent d'un crachement de sang impétueux, sans que les poûmons ayent été endommagés, & de la parfaite guérison de ce mal, qui ne feroit jamais arrivée sans la sage application des remèdes susdits, vû l'obstacle que formoit le mouvement irrégulier du sang dans les poûmons, causé par le defaut du cœur dont nous

avons

avons rendu compte. Mais la maladie en question, accompagnée de symptômes beaucoup plus fâcheux, produit bientôt des effets mortels, dès que le diaphragme descendant subitement & avec force, entraîne le cœur avec soi, & que les muscles de l'abdomen trop relâchés ne suffisent pas pour lui résister. C'est ce que l'Observation suivante va confirmer.

OBSERVATION II.

Histoire.

Une femme robuste, & ayant de l'embompoint, d'une médiocre stature, & dont le corps étoit bien formé, devint enceinte dans le cours de sa vint & unième année, s'étant toujours assez bien portée jusques-là. Pendant le cours de sa grossesse elle se plaignit d'angoisses & de tourmens continuels dans la région du cœur, étant pour l'ordinaire pâle, & ayant la respiration un peu embarrassée. On attribuoit ces symptômes à l'expansion de l'abdomen causée par la grossesse, & l'on ne soupçonnoit aucun autre mal. Le 29 de Decembre 1754. elle sentit les douleurs de l'enfantement; & quoiqu'angoissée, elle eut pourtant une couche assez promte & heureuse. Mais bientôt après, étant encore au lit comme accouchée, ses angoisses augmenterent excessivement, les vuidanges s'arrêterent; on les fit revenir par le secours des lavemens, mais avec un surcroît d'angoisses; comme le poux étoit dur & tremblottant, on ordonna la saignée, qui procura à la malade un soulagement de quelques heures, au bout desquelles revinrent la fréquence, l'inégalité, la dureté, & les tremblemens fréquens du pouls, avec un tel tourment d'entrailles, qu'elle n'eut pas un moment de relâche, & tomba dans un état desespéré. La saignée fut réïtérée, & encore suivie de quelque repos par le relâchement des symptômes susdits; mais le sang tiré de la veine ne se coagula point de la maniere ordinaire, la sérosité ne s'en étant point séparée; il ressembloit à une masse de bouïllie, gélatineuse, tremblante, & bleüâtre, quoiqu'à la premiere saignée le sang eut encore été naturel. Les angoisses ne cesserent plus, ou

plutôt elles s'accrurent si fort, avec le tremblement, l'inégalité, & l'intercadence du pouls, que le 31 Decembre la malade fut dans des sueurs froides continuelles. Une diarrhée colliquative l'épuisoit en même tems, de sorte que le pouls s'étant affoibli de plus en plus, tandis que sa frèquence augmentoit, & des spasmes avec le hoquet s'y étant joints, elle succomba, & le premier jour de l'année 1755. fut le dernier de sa vie.

Dissection Anatomique.

Il n'étoit pas difficile de juger qu'il y avoit ici quelque cause cachée, d'un ordre particulier; une mort subite, & des symptômes aussi violens, ne pouvant venir naturellement à la suite d'une couche naturelle & facile, après laquelle il n'y avoit eu aucune suppression. Il n'y avoit donc que la dissection anatomique qui pût mettre sous les yeux la cause de cette mort violente. On y procéda; & ayant commencé par l'ouverture de l'abdomen, on examina les visceres, où tout étoit dans un tel état de perfection, que je ne crois pas avoir jamais vû ces parties, sans en excepter la rate, dans un état aussi naturel. Je m'attachai donc à considèrer soigneusement l'uterus, pour voir s'il contenoit quelque défaut qui fut la cause du mal. L'uterus encore au dessus des os pubis, étoit contracté jusqu'au tiers de la grandeur totale que lui donne l'état de grossesse; on n'y voyoit aucune inflammation, mais il étoit naturel, d'un rouge pâle, & sa tunique fibreuse repliée formoit à la surface des rayes blanchâtres. Il n'y avoit non plus aucun signe d'inflammation intérieure dans sa cavité; mais les embouchures des vaisseaux artèriels qui étoient demeurés depuis la séparation d'avec le placenta, ne permettoient pas, à cause de leur extrème petitesse, de faire la moindre injection, qui passât par eux jusqu'à l'uterus, au lieu que dans toute la substance de l'uterus l'injection de ces vaisseaux se fit à un très grand point de subtilité. Aucun des vaisseaux de l'abdomen, non plus que ceux des visceres & des membranes, n'étoient trop gonflés de sang; au contraire les intestins étoient plutôt pâles, parce que ces vaisseaux étoient trop vuides, & il en étoit de même du ventricule, quoique la tuni-

tunique musculaire de ces parties fut composée de fibres robustes. Les viscères dans l'abdomen n'avoient aucune cohésion contraire à la nature, ni les vaisseaux aucune dureté nuisible, qui pût donner lieu à quelque angoisse. Cela me fit juger que la cause que je cherchois, devoit exister dans le thorax ; mais je fus bien surpris, après l'avoir ouvert, de trouver les poûmons parfaitement naturels de toutes parts, qui s'affaisserent, dès qu'on eut fait le plus petit trou à la pleure, n'étant adhérens par aucun endroit, & n'ayant aucun nœud squirreux dans leurs glandules, ce qui est assurément d'une extrème rareté ; en un mot, sans aucune sorte d'obstruction, de sorte que leur extrème beauté m'a engagé à les conserver pour être injectés. Je ne laissois pas d'être embarrassé dans ma recherche, ne sachant pas où je pourrois trouver, dans un état aussi parfait des viscères, dequoi expliquer suffisamment l'origine d'une maladie promte, violente, & mortelle ; lorsque l'ouverture du péricarde me mit tout d'un coup au fait, & ne me permit pas de douter à quelle cause il faloit attribuer tous ces symptômes. En effet cette membrane tenoit si fortement de toutes parts à la surface du cœur, par des fibres celluleuses rougeâtres, qu'il ne restoit pas le plus petit espace, comme cela devroit naturellement arriver. Il y avoit cependant des fibres plus fortes & plus compactes, qui lioient la surface plane du cœur avec le péricarde ; & vers la pointe elles étoient d'une extrème densité : leurs interstices étoient remplis d'une sérosité rougeâtre & visqueuse. Le cœur même avoit ses cavités pleines de sang grumeleux, & les veines étoient gonflées de sang ; mais pour les artères, elles étoient vuides, ou du moins il n'y restoit qu'une très petite quantité de sang séreux.

Explication Physiologico - Pathologique.

Tout ce qui a été dit ci- dessus, fait connoitre assez aisément l'effet de l'adhérence du cœur au péricarde, qui tend à diminuer l'impulsion du sang dans les artères, & par là même à troubler la circulation. Mais il convient d'indiquer plus exactement les raisons qui ont déterminé l'accident fatal & subit, dont il s'agit ici. Pour cet effet on doit remar-

marquer d'abord l'aſcenſion du diaphragme, ou plutôt ſa rétrogreſſion contre la cavité du thorax, qui eſt cauſée dans les femmes enceintes par l'expanſion de l'uterus, qui pouſſe vers le haut les parties contenues dans l'abdomen. Car le diaphragme, qui, dans la plus forte expiration naturelle, ne monte que jusqu'à l'interſtice de la quatrième côte, éleve dans la groſſeſſe jusqu'à la troiſième le ſommet de ſa voûte tendineuſe; & s'applique fortement aux côtes par les aîles de ſa partie muſculeuſe coſtale, que le foye & le ventricule preſſent & pouſſent vers le haut: en ſorte que toute ſa ſurface forme une courbure beaucoup plus grande durant la groſſeſſe, qu'elle n'a coûtume de l'être dans l'état naturel. Quand enſuite l'uterus eſt vuide, le diaphragme deſcend, avec les viſceres de l'abdomen qui y ſont naturellement attachés par le moyen du péritoine; & cela d'autant plus qu'il offenſe moins les muſcles réſiſtens de l'abdomen, qui ont été un peu relâchés par ſa trop forte expanſion. Auſſi les accouchées ſont-elles haletantes d'abord après leur délivrance; ce qui oblige à les ſoulager par la ligature de l'abdomen, qui aide à l'exſpiration. Lorsqu'il vient donc à ſuivre une inſpiration trop forte, & trop longtems continuée, pendant laquelle le diaphragme deſcend plus qu'à l'ordinaire, le mouvement du cœur en eſt d'autant plus empêché, que le diaphragme l'oblige à deſcendre plus bas avec lui, par où il réſiſte à proportion, quant à la force & quant à la durée, à la contraction du cœur. En effet celui-ci devroit ſurmonter la réſiſtance du diaphragme, en même tems que celle des artères dans lesquelles il chaſſe le ſang, s'il vouloit preſſer le ſang avec une force ſuffiſante pour la circulation, & parvenir à une évacuation complette. Ses forces ne ſont donc pas ſuffiſantes pour ſurmonter cette double réſiſtance, il ne peut néceſſairement ſe faire qu'une contraction imparfaite, par laquelle toute la cavité du cœur n'eſt pas évacuée, ni le ſang chaſſé par une action complette jusques dans les plus petits vaiſſeaux. Le cœur étant alors continuellement irrité par le ſang qui demeure dans ſes cavités, devient agité & tremblant, & les pulſations des artères, qui ne ſont pas auſſi remplies qu'elles devroient l'être, ne peuvent qu'être petites & debiles. Voilà ce

ce qui rend le pouls tremblottant, & cause en même tems les embarras de la respiration, parce que le sang s'arrête dans les artères des poûmons, auxquelles manque la force suffisante que le cœur devroit leur communiquer. Il ne sçauroit manquer non plus d'y avoir une extrème inégalité dans le pouls, vû que dans l'exspiration, qui se fait pleinement lorsque le diaphragme en remontant exerce un plus grand effort, le cœur irrité, & qui s'évacuë plus facilement dans une contraction complette, chasse dans les artères la quantité de sang qui s'étoit accumulée durant l'inspiration; ce qui donnant une plus grande expansion aux artères, les coups deviennent plus forts, & le pouls est plus dur. Cependant il se rassemble une plus grande quantité de sang dans les veines, par la descente du diraphragme dans ce cas vers la cavité de l'abdomen, pandent laquelle il tire continuellement le cœur en bas. Ce sang ne pouvant ensuite s'évacuer entierement, les angoisses continuelles & l'irrégularité du pouls durent toujours, jusqu'à ce que la saignée désemplissant les veines, & amoindrissant la quantité du sang, diminuë l'irritatiou & la résistance que le sang fait naturellement éprouver au cœur. Mais comme le cœur, par la même raison que le diaphragme, ne sçauroit changer sa situation, lorsqu'il est tiré en bas, cette force ne sçauroit troubler longtems la circulation, sans que le corps perde insensiblement les forces nécessaires à la conservation de la vie. En effet l'impulsion foible & irréguliere qui se fait dans les artères, s'oppose aux secrétions des humeurs, dont le corps a un besoin continuel pour entretenir les forces naturelles qui sont le principe de la vie. Elles décroissent donc rapidement avec celles du cœur trop fréquemment & trop fortement irrité; & tout le corps s'affoiblit, toutes ses parties languissent, dès qu'elles sont destituées du fluide nerveux d'où dépend la vigueur naturelle des fibres. C'est par cette raison qu'il faut expliquer l'accablement subit & total dans lequel tomba ce corps auparavant si robuste, en sorte que, dès le second jour de la couche, la malade eut des sueurs froides continuelles, & une diarrhée colliquative qu'il ne fut pas possible d'arrêter, les embouchures des vaisseaux exhalans étant relâchées, & les forces de la circulation aussi

bien que celles des inteſtins, ſi diminuées, que la réſorption du liquide que les excrétions répandent dans les inteſtins ne pût être faite, & qu'il continua à couler comme une ſource jusqu'à l'entiere deſtruction des forces vitales. Le ſang même ne put pas être fourni & rendu par l'action du cœur, & la force qui le condenſe, dans la quantité néceſſaire pour la conſervation naturelle du corps. Le principe coagulant manquoit à celui qu'on tira de la veine, auſſi bien que la rougeur qui lui eſt ordinaire, & la ſéparation de la ſéroſité d'avec les globules. Il n'eſt pas difficile de comprendre pourquoi ces propriétés manquoient au ſang dont il s'agit, puisqu'elles dépendent de la force du cœur & des artères en contraction, qui agit ſur le ſang d'une maniere ſuffiſante pour le condenſer. Or le ſang ne devient propre à la circulation & aux ſécrétions que par la condenſation & le mêlange exact de ſes parties, qui ne pouvoient avoir lieu dans le cas dont nous avons rendu compte. De là vint donc, comme une ſuite naturelle, l'affoibliſſement total & ſubit, l'évacuation des artères & des muſcles, & la pâleur de la ſubſtance même du cœur. Le flux des vuidanges, qui ſe faiſoit plus librement par les artères relâchées, & par les veines ouvertes, augmentoit dans ce cas le déſempliſſement des vaiſſeaux ; & la ſaignée n'étoit qu'un remède palliatif pour diminuer les angoiſſes.

On ne pouvoit donc faire qu'un très mauvais pronoſtic de cet état d'anxiété continuel, ſans que le poûmon fut léſé, qui indiquoit que c'étoit de la pulſation du cœur que venoit ce déſordre dans l'action des poûmons. Un tel mal ne pouvoit être qu'incurable, & conduire rapidement à la mort, dans des circonſtances ſemblables à celles où ſe trouvoit notre malade ; car toute anxiété qui ne procéde pas d'un empêchement dans la reſpiration volontaire, dénote du déſordre dans la circulation, & quelque maladie de cœur ; ce que confirme encore le tiraillement perpétuel dans la région du cœur, dont nous avons parlé. La cure d'une maladie de cet ordre n'eſt pas poſſible ; on peut tout au plus y apporter quelque ſoulagement, & la ligature de l'abdomen en feroit un, ſi, en rendant la circulation par les vaiſſeaux comprimés plus

diffi-

difficile, elle n'oppofoit une plus grande réfiftance au cœur, & par conféquent elle ne fçauroit contribuër à la diminution du mal. Tant que la groffeffe a duré, lorsque la malade s'eft plainte d'angoiffes & d'une fenfation inquiètante dans la région du cœur, fans que les poûmons fuffent endommagés, on a pû venir au fecours par les réfolvans, les délayans, & les faignées, qui empêchoient que l'épaiffeur des humeurs ne changeât en fibres le liquide dont le péricarde eft humecté.

OBSERVATIONS III. & IV.

Hiftoire.

De là vient que cette maladie eft auffi ordinaire aux perfonnes qui font attaquées de l'hydropifie afcite, à caufe du trop grand épaiffiffement de l'humeur qui s'exhale dans l'abdomen. Car le liquide coagulable du cœur fe condenfant en elles, comme celui de l'abdomen, par la preffion du péricarde vers le cœur que caufe la trop grande expanfion de l'abdomen dans l'hydropifie, dégénére en fibres celluleufes, qui forment ce tiffu extraordinaire fi pernicieux. C'eft ce que j'ai trouvé dans un homme hydropique fexagénaire, que j'ai difféqué le 29 de Fevrier de cette année, & dans le cadavre d'une femme qui étoit attaquée à la fois des hydropifies afcite & anafarque. Il n'y avoit dans l'un ni dans l'autre pas un feul point du péricarde détaché du cœur; ils tenoient enfemble avec une continuité parfaite. Mais dans l'homme, le ventricule antérieur du cœur avec l'oreillette droite étoit tellement rempli & tendu, qu'en faifant la plus legère ouverture au péricarde, le fcalpel pénétroit jusqu'à l'entrée de la cavité droite du cœur, & l'abondance de fang qui fortoit de la playe, fembloit une vraye rupture. Les poûmons étoient en bon état, & fans aucune léfion, dans ces deux corps; & ceux qui affifterent à la diffection, ne purent même voir fans étonnement un état naturel des poûmons auffi rare & inattendu. C'eft donc, felon toutes les apparences, dans le défordre du mouvement du cœur qu'il faut chercher la caufe de ces angoiffes extrèmes qu'éprouvent les hydropiques, & de leur augmentation, après que les eaux font

évacuées. L'hydropisie s'accroit aussi par l'affoiblissement de l'action du cœur sur le sang & sur les vaisseaux, d'où résulte l'épaississement des liquides, & leur effusion dans les vénules séreuses. L'Observation suivante va faire voir que cette maladie du cœur peut aussi influër sur les forces de l'ame.

OBSERVATION V.

Histoire.

Un Soldat de la garnison de Berlin, jeune homme de 26 ans, robuste, assez réplet, & d'une constitution très saine, menant une vie réglée, & vaquant à tous ses exercices autant que ses forces le lui permettoient, ne laissoit pas d'être inquiet sans aucune cause manifeste, & le plus leger mouvement lui causoit d'abord des angoisses. Le 20 de Fevrier de cette année 1755. il sortit le matin de chez lui, & alla se jetter dans la riviere, où il périt. Ayant été livré au Théatre Anatomique pour faire la dissection, tous ceux qui en furent témoins admirerent d'abord la beauté & l'intégrité de son corps. Comme on ne connoissoit aucune cause morale, qui eut pû le déterminer au suicide, je m'attachai à rechercher soigneusement si l'on pourroit en découvrir de physiques dans l'état de son corps, & dans la structure de ses organes. J'ouvris premièrement l'abdomen, qui étoit entouré de muscles très robustes, & qui contenoit les visceres les plus sains & les plus parfaits que l'on ait jamais vûs. Les vaisseaux étoient gonflés, comme je les ai trouvés dans les noyés, d'un sang non coagulé, mais fluide; ce qu'il faut attribuer à sa partie volatile & spiritueuse, qui ne sçauroit s'exhaler des vaisseaux, lorsque le corps est dans l'eau. Je procédai ensuite à l'ouverture du thorax, qui étoit exactement rempli de ses visceres; je préparai la pleure dans les interstices des côtes; je trouvai le poûmon qui lui étoit étroitement contigu de toutes parts, au point qu'il sembloit être à nud, sans le moindre vestige d'air entre lui & la pleure. Je n'ai aussi jamais rencontré d'air dans un grand nombre d'expériences que j'ai faites sur des chiens, en présence d'une foule d'Auditeurs &

des

des Spectateurs ; car, toutes les fois que l'eau entroit dans la cavité du thorax par le trou fait à la pleure, il ne sortoit pas la plus petite bulle d'air. Les poûmons étoient très gonflés, mais parfaitement sains, tout à fait remplis de sang & d'air, sans aucune obstruction, ni corruption des glandes bronchiales ; ils n'étoient point adhérens à la pleure, excepté le gauche qui étoit en partie attaché à sa surface postérieure par une celluleuse molle. Une chose assez rare dans les adultes, c'est que la partie suprème du médiastin antérieur étoit remplie par deux glandules *thymus*, d'une grandeur considérable, ayant trois pouces & demi de longueur, & six à dix lignes de largeur, leur extrémité allant en croissant. D'ailleurs l'un & l'autre se laissoient enfler, étant lobuleux, & parfaitement semblables à ceux du fœtus, ayant des vaisseaux remarquables, tant artériels qui viennent de la mammaire interne, & de la thyreoïde inférieure, que veineux qui s'inserent dans les veines souclavieres. La couleur étoit d'un blanc tirant sur le rouge ; & la celluleuse d'alentour étoit molle, ayant peu de graisse. Il s'agissoit après cela d'ouvrir le péricarde pour examiner l'état du cœur. Mais, contre toute attente, je le trouvai très fortement attaché au cœur, par des fibres celluleuses. Ces fibres étoient fort serrées, & lioient toutes les parties du cœur avec le péricarde ; elles étoient molles, & arrosées dans leurs interstices par un liquide séreux, gluant, & un peu gélatineux. A' la pointe du cœur, & vers l'entrée de sa cavité droite, les fibres plus nombreuses & plus dures formoient une liaison plus étroite avec le cœur, que dans le reste de sa surface, qui n'étoit pourtant libre nulle part. Le cœur lui-même étoit extrèmement rempli d'un sang tenace, quoique non coagulé ; mais dans sa structure il étoit beaucoup plus lâche que les autres muscles, & plus pâle. Il n'y avoit aucun défaut dans ses orifices, ni dans ses vaisseaux ; le cerveau n'étoit non plus endommagé en rien, mais il remplissoit la cavité du crane dans un état d'intégrité parfaite.

Explication Physiologique.

Il paroit donc clairement que la cause du dérangement de l'esprit dans ce Soldat étoit corporelle ; & qu'elle étoit comme cachée dans

cette cohésion du péricarde au cœur, qui tourmentoit continuellement ce malheureux par une sensation incommode. En effet il est bien difficile de soutenir une semblable sensation, qui ne laisse point de relâche, sans que l'esprit en soit troublé; surtout, si les angoisses qui s'y joignent, mettent le malade hors d'état de vaquer à ses occupations. Peut-être même qu'il n'y a point de sensation qui cause un plus grand tourment que celle-là, puisqu'elle accompagne sans cesse la respiration. Et comme l'habitude du corps peut cependant paroitre robuste, & ne point indiquer un mal semblable, il est aisé qu'on regarde comme un paresseux, & un négligent, & qu'on châtie comme tel, un homme, qui ne se trouvera pas capable de soutenir sans une extrême angoisse un mouvement du corps véhément & continué. C'en est assez pour engager un simple Soldat à s'ôter la vie; & il s'y déterminera plutôt qu'un homme qui jouïssant de toutes sortes de commodités, peut se dispenser des travaux rudes, & éviter à son gré les mouvemens trop forts. Les jeunes gens sont sujets à cette maladie aussi bien que les adultes; ceux surtout qui dès leurs plus tendres années ont été nourris d'alimens glutineux, & farineux, de bouïllies, qui ont augmenté la ténacité des humeurs, & engorgé les glandes lymphatiques. Le plus ou le moins de voracité des enfans, le trop d'indulgence des parens, ou leur pauvreté qui les prive de nourritures plus saines, donnent des accroissemens plus rapides à ce mal, & font qu'il y en a diverses especes rélatives aux matieres qui causent cette liaison d'humeurs.

OBSERVATION VI.

Histoire.

Un jeune garçon de neuf ans étoit malade d'une obstruction des glandes lymphatiques, ou conglobées par tout son corps. Il appartenoit à des parens très pauvres, & gagnoit sa vie en mendiant. Il mourut d'une fievre étique, sans qu'on en eut pris aucun soin; & son cadavre ayant été envoyé à notre Théâtre Anatomique, y fut soumis à la dissection.

Dissec-

Diſſection Anatomique.

Je remplis tous les vaiſſeaux de matiere céreuſe; mais, comme les inteſtins avec le ventricule étoient corrompus, ils ſe déchiroient trop aiſément en pouſſant cette matiére dans les artères, pour que l'injection pût pénétrer dans les plus petits vaiſſeaux du corps. Ce travail fut donc inutile; mais, en examinant attentivement ce corps, j'y fis les obſervations ſuivantes. Les glandules méſaraïques, ſquirreuſes partout, rendoient le méſentére noüeux, & inacceſſible à la circulation du ſang & du chyle. Le ventricule étoit ſi relâché dans la cohéſion de ſes fibres, qu'une partie de ſa ſurface poſtérieure s'écouloit comme une mucoſité, étant entierement gangréné dans cette partie. Les inteſtins auſſi ſe déchiroient très aiſément & d'eux-mêmes, s'entr'ouvrant par leur propre poids. Les gros boyaux étoient extrèmement remplis d'excrèmens, qui rendoient l'abdomen gonflé; & ſa ſtructure étoit pareillement tout à fait relâchée, à cauſe de la corruption des matieres fécales amollies. Le foye étoit attaché au diaphragme par pluſieurs ligamens qui n'étoient pas naturels; & il étoit auſſi plus relâché que dans ſon état ordinaire. Les vaiſſeaux artériels avoient de même conſidérablement perdu de leur force & de leur cohéſion naturelle. Les poûmons rempliſſoient le thorax, attachés presque partout à la pleure; & ils étoient tout remplis de glandules endurcies & ſtéatomateuſes, tant conglobées de l'œſophage que bronchiales, de façon que les vaiſſeaux, tant les plus grands, comme l'artère pulmonale & la veine cave ſupérieure, que les plus petits, ſçavoir ceux qui environnoient les bronchies & le péricarde, formoient une ſi grande compreſſion, qu'ils ne laiſſoient pas le moindre paſſage à l'injection la plus ſubtile. En ouvrant le péricarde, je le trouvai entierement adhérent au cœur par des fibres celluleuſes courtes & épaiſſes, en ſorte qu'il étoit presque impoſſible de l'en ſéparer ſans offenſer les vaiſſeaux du cœur, vû la ſéchereſſe & la multitude de ces fibres. Le cerveau étoit mou, mais il ne ſe trouva nulle part ſquirreux.

Expli-

Explication Physiologique.

Ce cas nous fait voir que les humeurs, devenuës trop épaisses & tenaces, à cause d'une nourriture mal-saine, forment des fibres celluleuses, qui lient partout les visceres entr'eux d'une maniere contraire à l'état naturel ; & que l'adhérence du péricarde qui nait de ce vice des humeurs, favorise à son tour cet épaississement, parce que l'action du cœur sur le sang diminuë ; d'où vient un désordre qui ne tarde pas à affecter toutes les parties du corps. De là le suc rendu acre dans les intestins, & s'épaississant de plus en plus, s'arrête dans les plus petits vaisseaux du ventricule & des boyaux, y dissout la liaison des fibres, & y cause la stagnation & la gangrène. Cela ne sçauroit arriver sans que tout le corps soit attaqué de consomption & d'étisie, vû que les secrétions qui servent à la nutrition, sçavoir celles du chyle & de la lymphe, sont empêchées & gâtées ; d'où personne ne doutera que ne doivent aussi-tôt s'ensuivre une destruction considérable des forces dans tout le corps, qui ne tarde pas à devenir mortelle. Pour conserver quelque doute à cet égard, il faudroit n'avoir aucune connoissance de la maniere dont se fait la secrétion du fluide nerveux, dans les petits canaux les plus subtils du cerveau.

C'est également de la tenacité & de l'épaississement des humeurs, que procède cette cohésion du péricarde au cœur, dont la force est irrésoluble, & l'effet mortel. Elle s'exécute par le moyen de la liqueur stéatomateuse. Je vais rapporter à ce sujet deux Observations, dont la premiere est extrèmement utile, parce que mon respectable beau-père, M. le Docteur *Sprögel*, qui avoit traité le jeune homme dont il s'agit ici, a bien voulu me communiquer le cours entier de sa vie & de sa maladie.

OBSER-

OBSERVATION VII.

Histoire.

Un jeune homme, qui a fini sa carrière à l'âge de quatorze ans, s'étoit parfaitement bien porté pendant les cinq premieres années de sa vie. A' huit ans il eut la petite vérole pétéchiale, dont il ne laissa pas de se rétablir tout à fait. Mais n'ayant pas ensuite observé une bonne diéte par rapport à la quantité des alimens, il se remplit d'humeurs corrompues, & la gale l'attaqua dans sa onzième année. L'ayant fait rentrer très mal à propos, ses membres se desséecherent, & ses mains & ses pieds eurent un arthritisme nouëux avec une fièvre continuë, de sorte qu'il paroissoit presque bossu, & la difficulté de respirer le tourmentoit continuellement. A' la faveur des meilleurs remèdes qui lui furent donnés, il se remit de cette maladie au bout de six mois, & recouvra même les forces du corps avec la santé. Mais ayant commis de nouveaux excès dans son régime, son ventre s'enfla; il eut des douleurs de colique & des vomissemens fréquens, la respiration surtout étant fort embarrassée par la trop grande expansion de l'abdomen. Les remèdes vinrent pourtant encore à bout de surmonter cette attaque, de sorte qu'à douze ans il jouïssoit de sa premiere santé. Parvenu à quatorze, il retomba par la trop grande quantité d'alimens qui lui remplissoient l'abdomen, & lui causoient des indigestions continuelles; le vomissement, la diarrhée, la fièvre, les oppressions, les angoisses, & les sueurs colliquatives, le tourmenterent sans relâche. Une pareille maladie devint bientôt mortelle. Au bout de sept jours, le pouls, aussi bien que toutes les forces du corps, s'étant continuellement affoibli, sans aucune cause sensible, & les remèdes résolvans, évacuans, & fortifians, les plus efficaces, n'ayant servi de rien, le malade expira.

Les Parens eux-mêmes attribuant la rapidité avec laquelle cette maladie avoit été suivie de la mort, à l'effet de quelque poison, parce qu'auparavant ils avoient vû ce jeune garçon se remettre de maladies beau-

beaucoup plus violentes, causées par de semblables indigestions, desirerent qu'il fut ouvert, pour mieux s'assurer de la cause d'un mal aussi violent.

Dissection Anatomique.

L'ouverture de l'abdomen ayant donc été faite, il ne parut aucun défaut dans les visceres ; & lorsque le sternum eut été écarté, la structure des poûmons se montra pareillement dans une parfaite intégrité. Mais il y avoit entre le cœur & le péricarde une matiere stéatomateuse, épaisse d'un pouce en plusieurs endroits, très dense, & adhérant si fortement tant à la surface du cœur qu'au péricarde, qu'on ne pouvoit l'en séparer sans lésion de ces parties. Quant à la substance musculeuse du cœur, qui forme les cavités des ventricules, elle étoit comprimée, pâle, flasque, & relâchée.

OBSERVATION VIII.

Histoire.

J'ai trouvé pareillement, dans un autre jeune garçon de dix ans, une semblable matiere stéatomateuse séche, de l'épaisseur d'un demi-pouce, qui environnoit le cœur de toutes parts, & y adhéroit très fortement aussi bien qu'au péricarde, les ventricules du cœur étant si comprimés que ce cœur, bien que rempli de cire, égaloit à peine en grosseur celui d'un enfant de quatre ans. Les artères coronaires n'avoient pas pû être remplies, leur compression fermant le passage à la liqueur injectée. Les autres visceres, excepté le relâchement excessif, qu'on y remarquoit partout, & leurs veines trop remplies, étoient dans un état parfait, le reste du corps étant tout défiguré par une maigreur étique.

Explication Physiologique.

La matiere qui croupissoit dans le péricarde fait voir, que cette maladie avoit été longtems à se former, & qu'elle avoit pris des accroissemens insensibles. En effet la liqueur lymphatique coagulable du péricarde, se change par la longueur de son séjour & par sa pro-

pre

pre nature en fibrés, comme l'ont prouvé les Obfervations rapportées précédemment, ou comme on le voit dans celle-ci; cette liqueur ayant trop de crudité dans fes particules, devient une femblable matiere ftéatomateufe, plus terreftre, moins glutineufe, & cohérente. Il eft affez manifefte qu'un tel chyle, crud & mal préparé, vient d'indigeftions caufées par une quantité copieufe d'alimens; & cette gale qui s'étoit répanduë fur toute la peau du corps le confirme encore davantage. Lorsqu'on eut donc fait paffer la gale, il ne put s'en enfuivre que l'épanchement de cette matiere impure dans les parties intérieures. Les liquides épaiffis s'arrêtant par la preffion des vaiffeaux artèriels dans les plus petits conduits des artères qui charrient la lymphe, ont occafionné l'arthritisme nouëux, qui a pû neanmoins être preffé plus aifément par la force des vaiffeaux, & fe réfoudre tant à l'aide de la circulation qu'en employant les remèdes réfolvans néceffaires. Mais cette liqueur pleine de particules impures, ayant été portée dans le péricarde, s'eft refufée à une réforption complette. Sa partie la plus fubtile eft la feule qui rentre dans les veines; la matiere épaiffie s'arrête, & fa maffe s'accroit enfuite infenfiblement, parce qu'en vertu de l'attraction, d'autres particules femblables y adhérent avec une extrême facilité; & l'excés des alimens, fuivi d'une mauvaife digeftion, ne ceffe d'en augmenter le nombre. Le mouvement du cœur durcit de plus en plus cette matiere croupiffante dans le péricarde, lorsque le cœur dans fa dilatation s'appliquant au péricarde en exprime ce qu'il renferme de plus fluide, ce qui refte continuant à fe coaguler & à fe durcir de plus en plus. Une maladie de cet ordre a dû faire des progrès infenfibles, jusqu'à ce que la maffe de la matiere foit parvenuë à un point que par fa réfiftance elle fe foit oppofée à la dilatation du cœur, & ait enfin détruit les forces dont il a befoin pour fa contraction, & pour chaffer les liqueurs, par la compreffion des vaiffeaux coronaires & des nerfs, d'où réfulte l'écoulement du fluide artèriel & nerveux, néceffaire pour le mouvement des mufcles. On comprend fans peine que toutes les fecrétions requifes pour la confervation du corps, font entierement dérangées dans un femblable cas, dès qu'on fçait quelle eft

la quantité suffisante de sang qui doit passer par les artères, & ensuite être intimement mêlée & atténuée par la force du cœur & des vaisseaux, laquelle est requise pour que la secrétion des humeurs s'éxécute d'une maniere convenable. Après cela, toutes les choses qui par quelque compression résistent encore plus à la dilatation du cœur, augmentent les effets mortels que ce désordre produit dans la circulation. Telle est entr'autres l'expansion du ventricule & des intestins, causée par une trop grande quantité d'alimens, qui n'ont pû être digérés, & qui est nuisible en ce qu'elle repousse le diaphragme vers le cœur. En effet la quantité de sang suffisante pour produire les secrétions ne sçauroit alors entrer dans le cœur qui est trop comprimé ; la circulation libre du sang est aussi empêchée dans les poûmons par leur compression, le diaphragme résistant à cette respiration parfaite qui est nécessaire pour le passage du sang, parce qu'il est repoussé dans la cavité du thorax par la trop grande expansion des intestins & du ventricule. De là l'anxiété, & la palpitation causée par le sang que la compression des vaisseaux dans l'abdomen détermine plus fortement vers les parties supérieures, ce qui irrite continuellement le cœur ; & il en résulte aussi une résistance plus grande à la circulation du sang qui doit passer par les artères dans les veines. Le cœur affoibli par les causes dont on vient de faire l'enumération, est un principe d'accroissement du mal, & finalement de la mort. Car l'impulsion du sang dans les artères étant diminuée, les forces de tout le corps périssent faute de fluide nerveux, de sorte que, ni les artères ne peuvent agir suffisamment sur le sang, ni les intestins sur les matieres qui y entrent; les humeurs particulieres du ventricule & des intestins, qui servent à délayer & à assimiler le chyle, manquant par la même raison. Le chyle étant ainsi résorbé tout crud, sans avoir été mêlé & atténué par la circulation, augmente la ténacité des humeurs, & par conséquent la maladie, de façon qu'en peu de tems le cœur comprimé, & affoibli par la matiere croupissante, perd avec les forces le mouvement nécessaire à la vie. Quand le mal s'est accrû à ce point, les remèdes ne sçauroient plus produire aucun effet, n'y ayant point d'art qui puisse résoudre une matiere épaissie dans

une

une cavité. Cela fait assez voir, comment ce jeune garçon a été emporté si vîte par un mal, qu'il avoit auparavant surmonté plusieurs fois avec facilité. C'est que le mal s'étant accrû, la compression causée par l'expansion du ventricule & des intestins est devenuë d'autant plus nuisible, soit en diminuant l'action impulsive du cœur sur les artères, soit en ôtant les forces nécessaires pour se débarrasser de l'indigestion; d'où sont venus le relâchement des intestins, l'écoulement de la sueur, une fièvre incurable, & cette extrème diminution du pouls & des forces. La pâleur de la substance musculeuse du cœur, à l'ouverture du cadavre, a aussi indiqué l'effet du mal; car la compression des vaisseaux coronaires, le défaut du fluide artèriel, & les obstacles au passage du fluide nerveux par les nerfs comprimés, ont causé le relâchement de toutes les fibres avec la pâleur.

On peut apprendre par là, combien la trop grande quantité d'alimens, dont on permet aux enfans de se gorger, & les indigestions qui en proviennent, leur attirent de maux, en leur faisant rassembler dès les premieres années de leur vie un chyle visqueux & crud, matiere qui, dès qu'elle abonde, produit des maladies incurables. C'est aussi un avertissement du danger auquel on s'expose, en faisant rentrer inconsidèrement la gale, qui cause de grands dégâts intérieurs, en se jettant sur les visceres du corps, & les attaquant souvent d'une maniere dont l'issuë est mortelle.





RÉLATION ABRÉGÉE
CONCERNANT UNE EXCRESCENCE MONSTRUEUSE QUI A ÉTÉ TROUVÉE SUR UN SAPIN.

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

La ſaiſon ne m'ayant pas permis de continuer & d'achever les eſſais que j'ai entrepris au ſujet de la pouſſière des fleurs, je me vois obligé de ſubſtituer à leur placc le récit d'une production monſtrueuſe très rare, & tout à fait remarquable. Depuis que je m'applique à l'étude de l'Hiſtoire naturelle, je n'ai encore pû trouver rien d'exact & de ſatisfaiſant ſur un ſujet ſemblable. J'ai l'honneur de mettre ſous les yeux de l'Académie en nature ce qui doit faire le ſujet de ce Mémoire, & j'y joins le deſſein que j'en ai fait tirer, où l'on a fort bien exprimé tout ce qu'il étoit poſſible de repréſenter dans une figure ainſi réduite. Comme ce morceau a déjà dix ans d'anciemneté, & qu'à cauſe de ſa ſubſtance en partie friable, en partie caſſante, il ne ſçauroit être conſervé fort longtems dans un Cabinet d'Hiſtoire naturelle, je n'ai pû me diſpenſer d'en faire deſſiner la figure.

Je me ſuis crû autoriſé à prendre ce ſoin, non ſeulement à cauſe de la rareté & de la figure extraordinaire de cette piece, mais auſſi parce qu'elle a été trouvée dans la Marche Electorale, & cela près de *Zehdenick*, dans le bois nommé *Bürger-Heyde*; comme le témoigne plus au long l'Atteſtation que je m'en ſuis fait donner. D'ailleurs je regarde cette production monſtrueuſe rare, (qu'on pourroit plutôt nommer le débris d'une production plus conſidérable,) comme un objet dont l'examen eſt très important en Phyſique, puisque, pour opérer ſa formation, il a falu entr'autres cauſes une coaleſcence préternatu-

relle

relle de parties, dans l'union de branches qui appartiennent à des Plantes dont la ſtructure intérieure eſt tout à fait différente, comme on le voit au ſimple coup d'oeil; & c'eſt ce dont nous parlerons dans la ſuite avec plus d'étenduë.

Voici l'occaſion qui m'a conduit à cette découverte. Le Garde des forêts à *Zehdenick* cherchoit un jeune & mauvais ſapin, pour en faire une hutte où il vouloit renfermer un cheval; & il choiſit pour cet effet un Arbre qui avoit environ ſeize jets de haut, qu'il regardoit comme ayant ſeize bonnes années, mais qui, ſuivant ma conjecture, n'étoit qu'une foible tige à faire des lattes. En abattant cet arbre, (ce qui ſe fit le 18 Mars, 1746.) on y remarqua une excreſcence particuliere, qui étoit placée immédiatement ſous la touffe de l'arbre, fermement fixée au deſſous des jeunes jets extérieurs, & qui ſe partageoit en deux branches principales, ſous la forme d'un bois de cerf monstrueux. Ce qui en reſte actuellement peut faire juger aiſément, combien elle doit avoir perdu de ſa beauté, ſi l'on penſe combien il y manque de branches, qui ſe ſont rompuës d'elles-mêmes en abattant l'arbre, ou qu'on a été obligé d'en couper depuis, parce qu'elles s'étoient peu à peu gâtées: ſans compter que cette piece a demeuré quelque tems entre des mains fort groſſieres, avant que de tomber entre celles de M. *Feldmann*, qui raſſemble avec beaucoup de ſoin & d'habileté les Curioſités naturelles du Cercle de *Ruppin*, du *Prignitz*, & de la Vieille-Marche. Ce n'eſt qu'au bout de pluſieurs années qu'il a rencontré l'occaſion de la ſauver de ſa deſtruction totale, & de la préſerver de l'oubli où elle ne pouvoit manquer de tomber.

C'eſt de cet habile homme, dont le nom n'eſt pas d'ailleurs inconnu aux Savans, & ſe trouve même dans les Mémoires de notre Académie, que j'ai reçu cette production ſinguliere, qu'il a jugée avec beaucoup de raiſon mériter un examen plus attentif.

Comme de ſemblables recherches ſur les Plantes & les Animaux qui dégénerent, ou dont les eſpeces forment des mêlanges ſinguliers, ont

ont, & auront toujours, un véritable prix & une utilité considérable, par rapport à la Physique, à la Médecine, à l'Oeconomie, & à la Méchanique, on ne regardera sans doute pas comme superfluë une courte description d'un semblable sujet, accompagnée de quelques remarques: c'est sur quoi va rouler le reste de ce Mémoire.

Cette Piece, pour abréger, est donc, comme on l'a déjà remarqué, le debris encore très intéressant d'une production monstrueuse de la derniere rareté, dont la hauteur étoit d'environ deux pieds & quelques pouces, & qui se séparoit en deux branches principales, lesquelles se portoient vers en-haut, ayant tout à fait l'air d'un bois de cerf, les deux ramurés, pour parler en termes de Vénerie, *A. A.* différant beaucoup l'une de l'autre par rapport à la figure, la hauteur, la force & la courbure, & se terminant par en-haut par divers ailerons *B. B.* frisés, en forme de peigne, ou de figure arrondie, avec de petites éminences, *O. O. O.*

Si les trois tiges principales, notées par les lettres *C. C. C.* ne s'étoient pas rompuës à la chûte de l'arbre, que celle qui est marquée *D.* ne se fut pas desséchée, & que la tige *E.* n'eut pas été cassée par un tourbillon l'année d'après sa formation, (comme le nœud *H.* qui s'en est formé, sert à le prouver,) notre production auroit été garnie de sept branches principales, qui l'auroient renduë beaucoup plus agréable à voir.

Il s'agit d'expliquer distinctement, & de la maniere la plus vraisemblable, l'origine de cette excrescence monstrueuse. Pour cet effet nous ne dirons que ce que les circonstances mêmes nous indiquent. Selon toutes les apparences, une très forte plante de Gui, qui se trouvoit trop près sur un jet foible, ou même sur celui où elle a été trouvée, y ayant été appliquée, & comme collée par quelque violent tourbillon, s'y est unie intimément, quoique d'une maniere tout à fait contraire à la Nature; & ces deux substances entièrement différentes entr'elles ont concouru à la formation de notre excrescence monstrueuse.

C'est

Tab. I.

ad pag. 88.

B
Q
S
S
O
P
L
O
O
R
B
M
K
N
A
d
c
A
b
c
B
C
H
G
E
G
F
F
I

Mem. de l'Acad. Tom. XI pag. 214.

C'eſt ce qui peut être inféré, non ſeulement de la conformité & reſſemblance extérieure de cette production avec le ſapin & le gui, mais auſſi de ce qu'à la baſe on trouve encore réellement du gui *F. F.* mêlé avec le bois de ſapin ; & quelques branches de gui *G. G.* qui ſont mortes d'abord après la ſeconde année, achevent de mettre la choſe hors de tout doute.

Autant qu'on en peut juger ultérieurement par la baſe de cette production, il faut qu'elle ait été ſuſpenduë à la touffe du ſapin ; & c'eſt ſon propre poids qui aura contribué à ce qu'on y remarque de particulier. Au reſte, en continuant à l'examiner de plus près, on s'apperçoit fort aiſément que tout a été originairement dans un état fort embarraſſé & embrouillé, de ſorte qu'il lui a falu quatre ans pour ſe déveloper entièrement. La forte compreſſion du gui & de la branche de ſapin, écraſés l'un contre l'autre, comme nous l'avons préſuppoſé, a été ſuivie de la guériſon, du recouvrement des parties endommagées, & de leur réünion en un ſeul tronc ; & c'eſt tout ce qui a pû s'exécuter dans le cours de la premiere année. On peut d'ailleurs s'aſſurer que les choſes ſe paſſent ainſi pour l'ordinaire, par quantité d'Expériences faites ſur d'autres arbres.

L'année ſuivante, de ce tronc bien réüni & paſſablement dur, comme d'une baſe commune, ſont ſorties, à cauſe de la force & de l'abondance du ſuc dans ce jeune ſapin, quatre fortes branches, de deux deſquelles il reſte encore des marques à la partie poſtérieure de notre production, & les deux autres ſubſiſtent, & ſont demeurées de chaque côté. En effet le nœud *H.* qui eſt formé de la branche rompuë par l'abondance du ſuc en circulation, avec la partie inférieure qui reſte d'une branche du côté droit, & dont la figure a déjà été donnée à part, dont la baſe *I* eſt ronde, & va en s'étendant avec ſon bord recourbé, ne reſſemblent pas mal, dans l'endroit où ils ſe joignent avec le tronc noüeux, à l'aîle d'un oiſeau de médiocre grandeur, renverſée, rognée, & déployée.

Les deux principaux jets particuliers, qui ſe trouvent encore dans cette piece, paroiſſent être nés la troiſième année ; ils ſortent par en-haut, & tiennent fortement enſemble l'un derrière l'autre. Le jet inférieur de la branche *a* qui eſt placé au côté droit, a environ un pied de longueur ; au commencement il eſt épais de deux doigts, & ſe diviſe à quatre doits de largeur de ſa baſe en deux branches rondes, de la groſſeur du doigt ; & la branche *b* reſſemble aux jets d'un jeune ſapin, quand ils pouſſent hors de leurs boutons. Il ſe penche un peu en dehors, cependant il tend en même tems encore plus vers le haut ; & ſa branche d'à côté *c* a été briſée jusqu'à quelques pouces.

L'autre jet de la branche principale, qui ſubſiſte vis à vis à main gauche, a un pied & demi de haut, *A.* +. Il ſort tout près du premier par derrière ; & après avoir acquis beaucoup de force, à la largeur d'une bonne main de ſon origine, il forme pareillement une fourchette fort étroite *d.* Il eſt applati en large, & donne dans ſa diviſion deux rameaux particuliers, dont l'intérieur *K.* qui a le côté plat en dehors, ſe racourcit & ſe recourbe par en-haut en forme de ſabre ; le reſte eſt moins courbé : & il ſe termine par dedans en un bord qui va de biais, un peu friſé & dentelé, *L.*

La branche extérieure *M.* ſe tourne d'abord après ſa diviſion ; elle préſente ſon côté uni en dedans, & elle a auſſi vers le bas, au bord de derrière, deux grandes infléxions *N.* & enſuite en tirant vers le haut quelques dentelures *O.* après lesquelles elle devient aſſez unie en ſe tournant en dehors, formant en même tems du côté intérieur un bord en biais, friſé & dentelé, *P.*

Sur ces deux branches principales & leurs diviſions, ſont venues enfin, dans le cours de la quatrième année, les plus belles bordures friſées & dentelées, paſſablement droites, applaties, & minces ; & il eſt auſſi ſorti de nouveaux jets tendres, où l'on peut bien remarquer l'effet d'un ſuc tardif, & qui a de la peine à s'élever. Deux cependant d'entr'eux avoient atteint la longueur de près d'un pied, & ſont unis comme *Q.* ou fort endommagés, comme *R.* Les autres ſont de différen-

férentes grosseurs, mais en général beaucoup plus petits, taillés en dentelures, crûs l'un dans l'autre, la plûpart gâtés, mais qui ne laissent pas de conserver leurs petites feuïlles, ou pointes de sapin, dans l'ordre convenable. Voilà tout ceque je trouve à décrire dans cette production ; & il n'est pas nécessaire d'en dire davantage, parce que toutes ses autres propriétés, qui lui viennent du gui & du sapin, peuvent être fort aisément comprises & expliquées par ce que nous venons de rapporter.

Ceux qui sont au fait de toutes les descriptions qui se trouvent dans les Naturalistes, par exemple, dans les *Ephémerides des Curieux de la Nature*, dans les *Recueils de Breslau*, dans *le Commerce Littéraire de Nüremberg*, & dans d'autres Journaux, ou Ecrits qui roulent sur ces matieres, au sujet des productions monstrueuses que la Nature fournit en assez grand nombre, ne douteront assûrément pas que celle qui vient d'être décrite ne soit une des plus rares; quoique les especes de monstres qu'on appelle *fasciata*, *laticantia*, & *compressa*, soyent d'ailleurs assez communes parmi les Plantes tant sauvages, que cultivées. Car, outre la singularité de la figure, on trouve dans notre sujet des propriétés, qui différent essentiellement entr'elles. Dans toute l'Histoire naturelle il ne se rencontre, autant que je puis le sçavoir, que deux monstres de sapin, qui ayent quelque analogie avec le nôtre. Le premier est celui que M. *G. W. Wedel* a décrit dans les *Ephémerides des Curieux de la Nature*, Dec. I. Ann. 3. Obs. 142. p. 224. en le qualifiant *ramus Pini monstrosus & fasciatus*, & en joignant une figure à la description. On avoit trouvé cette branche dans une forêt de Thuringe, d'où elle avoit été portée dans le Cabinet des Curiosités du Duc de *Weymar ;* elle consistoit en deux jeunes jets de pin d'une assez bonne hauteur. La figure en avoit assez de rapport à celle de notre sujet; mais cette branche n'étoit pas aussi endommagée, ni déjà autant divisée que la notre, & l'on n'y découvroit point des traces de gui, comme ici. Elle se terminoit par en-haut en bords larges, épais, & dentelés, avec de petits nœuds & des pointes de pin.

 Le

Le second monstre est celui qui se trouve à *Nürembeɹg*, dans le Cabinet de Curiosités naturelles de M. le Conseiller de Cour *Trew*, & qui est décrit dans le *Commerce Litteraire de Nüremberg*, ann. 1737. pag. 163. sous la qualification de *ramus Pini monstrosus*, *fasciatus*, & *bifurcatus*. Suivant cette description, ce n'est qu'un jet d'été, (*ramus novus*,) de deux pieds, épais d'un pouce par en-bas, mais vers le haut de deux, uni, & divisé en deux parties, qui sont garnies de pointes larges, & qui forment un arrondissement beau à voir. Il n'y a donc point de gui non plus à observer ici. Outre les monstres qui viennent d'être indiqués, on en trouve un du même ordre, avec ses fruits, dans le Cabinet de l'Académie ; mais, à parler exactement, il n'a aucun rapport avec celui que nous traitons, non plus que les précédens.

Notre production monstrueuse étant donc composée, comme on l'a déjà dit, de gui & de sapin, & les traces de l'un & de l'autre y subsistant d'une maniere aussi sensible, elle ne doit pas être regardée comme une simple excrescence de sapin, parce que la réünion de ces deux substances a produit certains changemens, auxquels le gui n'a pas peu contribué : & nous sommes à cet égard du même sentiment, M. *Feldmann* & moi. Mais que le gui seul, & sans l'addition d'autres arbres, puisse former des *monstra fasciata*, c'est ce dont on trouve une conviction suffisante dans la belle figure, & dans la description exacte, qui ont été fournies par M. le Professeur *Gottsched*, dans sa *Flora Prussica Læseliana*, pag. 288. Tab. 85. On y voit un gui crû sur un Frêne, consistant en six plantes, dont chacune a sa tige particuliere, avec des fruits d'un blanc jaunâtre, & qui est réellement comme un gui tombé en hyver. Nous aurions tort d'oublier aussi dans cette énumération celui qui se trouve quelquefois en Prusse sur les Aunes, dont on voyoit ci-devant une piece considérable dans l'*Herbarium vivum* de feu M. le Conseiller de Cour *Neumann*.

Quand on compare soigneusement ensemble toutes les circonstances qui viennent d'être rapportées, il en résulte une conviction suffi-

sante

sante, qu'aucun des *monstra vegetabilia fasciata* susdits, ne peuvent être rapportés à la classe qui comprend notre sujet, puisqu'il ne s'y trouve aucune *symphyse* de parties, ou *coalescence prèternaturelle* de diverses Plantes.

M. le Professeur *Bœhmer*, dans le Programme qu'il a donné à *Wittemberg*, en 1752. *de Plantis fasciatis*, pourra nous fournir des instructions plus étenduës à cet égard, parce qu'il y a rassemblé un grand nombre de ces cas, qui à la vérité ne sont plus aussi rares qu'ils l'étoient autrefois, parce qu'on n'y apportoit pas alors le même degré d'attention qu'on y donne à présent.

Quoiqu'il en soit, une chose qui est encore très remarquable, c'est qu'il y a des années où l'on trouve plus de semblables monstres, ou même d'especes différentes, que dans d'autres; & l'on peut distinguer à cet égard les années 1740. 1741. 1743. au moins dans certains païs, ou contrées. Car, par exemple, il est certain, que dans les années susdites, on a trouvé dans les territoires de *Francfort*, de *Fürstenwalde*, de *Cüstrin*, de *Lebus*, & de quelques autres lieux, un plus grand nombre des plantes qu'on nomme *Plantæ fasciatæ*, *proliferæ*, *frondosæ*, & *floribus plenis donatæ*, de plusieurs especes, qu'il ne s'en étoit rencontré au moins dans l'espace de vint ans. Sur quoi il convient encore d'observer, que, bien que les causes de ces productions monstrueuses dans le Régne végétal puissent beaucoup différer entr'elles, cependant elles dépendent assez généralement de la température des saisons, & de la surabondance d'un suc nourricier de diverses qualités, dont il faut considèrer les effets extraordinaires, quoiqu'en même tems analogues, dans toutes les évolutions des Plantes. C'est à quoi nous pourront conduire annuellement les Herbes & les Plantes que l'on cultive dans les Jardins tant de plaisir que d'usage, dont nous n'alléguerons que les asperges, les camomilles, les épinars, les bettes, les courges, les melons, les amaranthes, les choux, la salade, & autres especes semblables, qui ont de ces tiges larges & plattes, avec des têtes taillées en frisures, dentelures, & autres arrondissemens; ce qui peut s'éten-

s'étendre jusqu'aux champignons, dont la petite tête est surmontée d'une frisure dentelée. Mais tout cela ne sçauroit pourtant être rapporté à une même classe avec notre production monstrueuse, n'y ayant rien de commun que la figure extérieure.

Pour revenir à présent aux Plantes qui s'étant réünies croissent ensemble, on peut à leur occasion faire usage des remarques suivantes.

Tous les végétaux, qui ont entr'eux une affinité considèrable, par rapport à leur structure tant intérieure qu'extérieure, peuvent se réünir, & croître ensemble, soit en tout, soit en partie ; mais cela arrive aussi quelquefois à ceux qui différent totalement entr'eux par leur structure, soit extérieure, soit intérieure. Cet accroissement de Plantes réünies peut s'exécuter d'une maniere tout à fait naturelle, aussi bien dans des Plantes, ou dans quelques unes de leurs parties, qui tirent une nourriture commune de la même Plante, que lorsque deux Plantes sont entièrement distinctes l'une de l'autre. Celles-ci venant à se toucher, s'il arrive que leurs écorces, encore minces & remplies de suc, soyent froissées & blessées en différentes manieres, les Plantes s'appliquent alors les unes aux autres, & continuent à croître ensemble, comme l'Expérience commune en fait foi.

Quand donc un pareil cas existe, l'union de ces Plantes dure le plus souvent d'une maniere conforme aux loix de la végétation, & cela même assez longtems, sans que la maniere de se nourrir, de croître, de se multiplier, & de se conserver dans l'exercice des autres fonctions nécessaires, soit altérée dans l'une des deux Plantes ; auquel cas une semblable coalescence peut à bon titre passer pour naturelle. En effet il arrive alors une véritable union entre deux corps organisés, qui étoient auparavant tout à fait séparés ; & cette union est d'une telle force que de part & d'autre ils s'insinuent, s'insérent, & s'incorporent l'un dans l'autre, leurs sucs respectifs passant d'une partie dans l'autre, sans trouver le moindre obstacle, & sans qu'il en résulte aucune conséquene fâcheuse.

Mais,

Mais, lorsqu'une ſemblable coaleſcence ne ſe fait qu'en partie, & par conſéquent d'une maniere ſeulement apparente & imparfaite ; ou qu'il ſe trouve réellement dans cette reünion quelque choſe d'où naiſſent des conſéquences deſavantageuſes à l'une ou à l'autre des Plantes, parce qu'elles troublent plus ou moins les loix naturelles de l'accroiſſement, de la nutrition, & de la multiplication, on eſt alors en droit de lui donner le nom d'une réünion d'accroiſſement non-naturelle, & contraire même à la Nature.

Nous trouvons de côté & d'autre divers exemples fort remarquables d'accroiſſemens réünis d'une maniere naturelle & fortuite dans des arbres, buiſſons, ou ronces, ſans que l'Art y ait contribué en rien. On trouve, par exemple, des Tilleuls ſur des Ormes, des Chênes ſur des Tilleuls, des Aunes ſur des Saules, des Bouleaux ſur des Sapins, des Sureaux ſur des Trembles, & ainſi de pluſieurs autres; & quoique cela arrive communément par l'union qui ſe forme déjà entre les tiges & les branches, il eſt pourtant certain auſſi, que la ſemence qui eſt jettée par le vent ſur les branches encore tendres, ou que les Oiſeaux y apportent, peut s'y attacher, pouſſer ſes racines à travers l'écorce, & en tirer une nourriture ſuffiſante pendant longtems, jusqu'à ce qu'elle s'uniſſe auſſi parfaitement qu'une ente ou une greffe.

De même donc que de pareilles circonſtances peuvent exiſter d'elles-mêmes, indépendamment de l'Art, & cauſer, ou du moins aider, une coaleſcence entre les Plantes ; de même auſſi l'Art peut mettre en œuvre divers ſecrets, pour imiter & perfectionner ces opérations naturelles ; & les manieres différentes de copuler, d'inoculer, d'enter, de greffer, &c. qui confirment ce que j'avance, ſont trop connuës pour que je ſois obligé d'entrer à cet égard dans un plus grand détail.

Cependant les eſſais & les obſervations de M. *Du Hamel* ſur ces matieres méritent une attention particuliere ; il y enſeigne fort bien la maniere de traiter toutes les playes de Plantes, & il explique avec

clarté

clarté comment s'exécute l'union des greffes avec les arbres qui les reçoivent. On trouve cet Ecrit dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1746. page 319 & suivantes. C'est aussi un cas bien remarquable que celui dans lequel un arbre s'unit par ses branches à deux autres arbres, de façon que c'est d'eux seulement qu'il tire & reçoit toute sa nourriture, ses racines demeurant suspenduës en l'air, sans être le moins du monde couvertes de terre. C'est sur quoi on peut consulter la *Statique des Végétaux* de M. *Hales*, p. 131. Il se rencontre de tems à autre des exemples semblables dans les Jardins de Berlin; & même dans de vieilles hayes fort négligées, d'Ormes, de Charmes, & d'Aunes.

Tout comme l'accroissement réüni a lieu dans les grosses Plantes à bois, suivant le détail qu'on vient de lire; de même il peut arriver aussi, en partie naturellement & par quelque cas fortuit, en partie d'une maniere contraire à la Nature, dans d'autres Plantes tendres, & qui ont beaucoup de suc: & particulièrement même dans les herbes, comme l'Expérience nous l'apprend. Néanmoins on y rencontrera plutôt ce cas à l'égard des parties d'une même Plante qui se réünissent, que par rapport à deux Plantes tout à fait séparées, qui viendroient à se joindre; & cela arrivera beaucoup moins encore, quand ces plantes ont une structure tout à fait différente. Lors donc qu'une pareille union a lieu, on peut assurément la mettre au nombre des cas les plus rares, qui méritent une attention toute particuliere; & bien qu'on n'ait encore eu que fort peu d'occasions de les remarquer, il se peut qu'ils ayent assez souvent lieu parmi les Plantes sauvages, sans tomber pour cela sous nos yeux & entre nos mains.

Il y a présentement deux exemples de cet ordre, qui sont connus des Naturalistes; le plus récent est celui du *Ranunculus Belliflorus*, dont M. le Professeur *Gesner* de Zurich a donné une description circonstanciée avec une belle figure. Deux causes rendent ce cas d'un ordre si singulier, qu'on peut bien dire qu'il n'a pas encore son semblable. Car 1. il s'y trouve une coalescence préternaturelle de Plantes

de

de divers Genre, de divers Ordre, & de diverſe Claſſe, ſçavoir de la Pâquerette & de la Renoncule. 2. On n'avoit point encore d'exemple de cette nature dans les Plantes herbacées, parce que perſonne n'avoit encore fait attention à une choſe que j'indiquerai tout à l'heure; de ſorte que dans les commencemens les Naturaliſtes n'ont pu qu'être un peu déconcertés, lorsque de ſemblables cas ſe ſont préſentés.

Outre l'exemple ſi remarquable qu'on vient de rapporter, il s'en trouve encore un, qui peut paſſer pour tout auſſi extraordinaire que merveilleux, & qui ſert à conſtater encore mieux le précédent. Il a déjà eu lieu avant notre tems, & cela dans l'eſpece d'herbe cultivée, à laquelle nous donnons le nom particulier de grain (*Cerealia*). On en trouve la rélation dans le *Muſeum* d'*Olaus Wormius* L. II. cap. 7. pag. 150. & il auroit été à ſouhaiter que la figure néceſſaire y eut été en même temps jointe.

Wormius avoit conſervé dans ce tems-là dans ſon Cabinet de Curioſités naturelles cette production monſtrueuſe, née de la coaleſcence jusqu'alors inouïe du ſeigle avec l'orge; & il la nommoit *Hordeum hermaphroditicum*.

Il raconte qu'il l'avoit reçûe d'un Miniſtre, nommé *Butrup*, & que celui-ci l'avoit trouvée en ſe promenant dans ſes champs parmi les grains. Quant à la Plante monſtrueuſe même, il dit que c'étoit un court épi, partagé en quatre pointes, d'un pouce de longueur, qui à la premiere vûe paroiſſoit être un vrai épi d'orge, mais qui renfermoit réellement du ſeigle & de l'orge. Les quatre branches de cet épi, ſuivant ſon récit, étoient diſpoſées de façon qu'alternativement la premiere n'avoit que des grains d'orge, (au nombre de cinq,) & la ſeconde des grains de ſeigle. A' l'egard des grains d'orge, ils avoient comme à l'ordinaire, leur longueur, leur dureté, leur rudeſſe, & les barbes dont ils ſont garnis; caractères qui ne ſe trouvoient point dans ceux de ſeigle. En ſuppoſant que le rapport de *Wormius* eſt exactement vrai, nous devons regarder ce cas comme tout auſſi extraordinaire que celui du *Ranunculus Bellidiflorus* de M. *Gesner*; puisque jusqu'à préſent,

ſent, dans toutes les coaleſcences des Plantes, on n'a pû encore en montrer aucune où ſe ſoit trouvé un pareil entrelaſſement, & pour ainſi dire, entortillement des parties, & ſurtout des vaiſſeaux, qu'une Plante ait porté les feuilles, les fleurs, & les fruits d'une autre, en même tems que ſes propres feuilles, fleurs, & fruits.

Il ſe préſente encore quelques phénomenes, que des perſonnes qui ne ſont pas ſuffiſamment exercées dans l'étude de la Nature pourroient être tentées de rapporter aux accroiſſemens de Plantes réünies dont il eſt ici queſtion, mais qui n'y appartiennent pas. Néanmoins ils ne laiſſent pas de répandre quelque jour ſur cette matiere. Les racines, par exemple, de chien-dent & de convolvule percent celles de pluſieurs Plantes bulbeuſes, ou tubereuſes, & par ce moyen paroiſſent être cruës enſemble, quoiqu'il n'en ſoit rien.

Bien que les deux exemples ſus-mentionnés d'une réünion fortuite de deux herbacées, ſoient réels & exactement vrais, cependant on n'eſt pas encore en état d'en produire aucun qui ſoit l'effet de l'art; & on n'a pu obſerver dans ces Plantes aucun effet analogue à ceux qui ſe manifeſtent dans les Plantes ligneuſes. Les prétendus ſecrets qu'on annonce quelquefois dans ce genre, ne ſont que des imaginations creuſes de cerveaux vuides, ou des inventions d'eſprits badins, qui veulent tromper les Naturaliſtes, & ſe moquer d'eux. Sans entrer donc ici dans le détail des tentatives faites à ce ſujet à Leipſig, à Berlin, & dans quelques lieux voiſins de la Marche, nous nous contenterons d'indiquer une couple de ces ſecrets les plus communs du Jardinage, qui peuvent être rapportés ici; c'eſt la prétenduë inſertion, ou greffe, des fraiſes ſur des choux, & des oignons de hyacinthe ſur des bettes-raves; à quoi l'on pourroit en ajouter d'autres ſemblables.

Ayant parlé ci-deſſus des accroiſſemens réünis des végétaux & de leurs parties, qui ſe font d'une maniere fortuite ou artificielle, naturelle ou contraire à la Nature, & ayant traité en abrégé des premiers, il nous reſte à dire ici quelque choſe des autres. Pour ce qui concerne donc en particulier l'accroiſſement réüni des végétaux & de

leurs

leurs parties, qui se fait d'une maniere non-naturelle, ou contraire à la Nature, de façon qu'elle est troublée de plus en plus par là dans ses fonctions, que l'ordre & la régularité ne peuvent plus s'y maintenir, qu'elle devient imparfaite, foible, malade, & qu'à la fin elle meurt; nous avons quelques remarques à proposer, qui éclairciront cette matiere.

Les essais de l'Art, (qu'on peut appeller ici au secours pour arriver à une plus grande conviction,) nous conduisent assez loin pour être en état d'affirmer, que, quand on veut unir entr'elles des Plantes différentes, ou leurs parties, de maniere qu'elles ayent une communication réelle de suc, d'écorce, & de bois, en se fournissant des secours réciproques, sans qu'il en résulte aucune mauvaise conséquence, en sorte que ce ne soit pas une simple liaison superficielle, apparente, & imparfaite, comme cela arrive le plus souvent; le meilleur moyen de parvenir à son but, c'est en prenant des Plantes d'une même espece naturelle, que diverses causes ont modifiées & changées, ou en un mot, des variétés d'une seule & même espece. On peut encore se promettre une réussite semblable, si l'on associe ensemble les especes naturelles d'un seul & même genre, comme des poires, des pommes, & des coins; ce que s'étend également aux especes de deux Plantes qui ont beaucoup de rapport entr'elles, comme le gui, l'épine blanche, l'alisier, le sorbier planté, &c. ou même les prunes, les abricots, les pêches, les amandes, &c. avec leurs variétés. Mais, comme il y a toujours entre les individus même une certaine différence, & des propriétés qui leur sont particulieres, il en peut résulter des limitations & des exceptions. Suivant cela, une espece d'arbre, dont l'écorce est épaisse & pleine de suc, qui pousse des jets hâtifs, où il y a aussi beaucoup de suc & de force, conviendra fort mal, & pourra très difficilement être unie, à une autre espece, dont l'écorce est mince & séche, & qui pousse des branches tardives & foibles. Je ne prétens pas que cette association ne puisse jamais réussir; mais la raison seule fait voir, que, quand même on seroit venu à bout d'unir réellement, ou apparemment, deux pareilles especes pour les faire croître ensem-

ble, l'une ne pourroit pourtant pas donner à l'autre une nourriture convenable & ſuffiſante, ou réciproquement, que l'une ne pourroit recevoir & employer tout le ſuc nourricier que l'autre lui fourniroit trop abondamment. Les ſuites d'une ſemblable réünion ſont toujours mauvaiſes. Car, quand on ſe contenteroit d'en faire l'application à la greffe, elle pouſſera toujours au bout de quelques années au delà de ſa tige, & périra; ou bien la partie inférieure ſe ſéparera de la partie ſupérieure, & donnera des rejettons de côté. Suppoſé même que rien de tout cela n'arrivât, cela donne toujours des arbres monſtrueux, noueux, crévaſſés, ou qui demeurent foibles & presque infructueux. Tout cela eſt fondé ſur l'expérience.

Je ſçais bien que des gens induſtrieux, & qui auroient envie de pouſſer leur induſtrie au delà des bornes dans lesquelles la Nature & l'Art ſemblent nous avoir renfermés, trouvent bien des choſes à objecter; ſurtout ceux qui ſont maîtres en l'art de greffer dans leur poële, où ils font beaucoup plus de greffes & de tailles qu'on n'en exécute dans les Jardins, parce qu'ils poſent pour fondement de leurs opérations imaginaires la conſéquence du *poſſe ad eſſe*. En effet, bien que ſouvent les Ormes, les Tilleuls, les Chênes, les Saules, & même les pieds de Vigne, les Ceriſiers, & d'autres arbres ſemblables, ſe joignent & croiſſent enſemble, au moins ſelon l'apparence extérieure; cependant la courte durée de ces réünions en fait voir les mauvaiſes ſuites: & leur promte mort prouve clairement, que les choſes n'étoient pas à cet égard, telles qu'on les avoit imaginées; ce dont l'examen de ces arbres morts eſt très propre à convaincre.

Nous devons mettre encore au nombre des accroiſſemens réünis dans les Plantes, qui ſont ſuivis de quelque déſavantage pour l'une ou pour l'autre partie, les cas rélatifs aux Plantes qu'on nomme *paraſites*, & parmi lesquels on trouve encore des différences conſidérables. Car il ſe trouve de ces Plantes paraſites, qui s'attachent les unes à des Plantes annuelles, ou à des herbes, les autres à des arbuſtes foibles ou forts, & s'y uniſſent ſi étroitement, qu'elles ſucent la meilleure partie de leur

ſuc

ſuc nourricier, de ſorte qu'elles les font périr entièrement, ou du moins les affoibliſſent, & les rendent infructueuſes. La *Cuſcuta*, (Goutte, ou Augure de Lion,) les deux ſortes d'*Orobanche* qui croiſſent dans ce païs-ci, & d'autres, en fourniront aiſément les preuves. Au contraire l'*Hyppopitis*, l'*Hippociſtis*, le *Nid d'oiſeau*, & la *Latharée*, qui ſe placent ſur la racine des arbres, ne font pas un dommage auſſi conſidérable, à moins qu'elles ne s'emparent à la fois de toutes les racines, ou de moins des principales, & les revêtent enſemble; mais c'eſt ce que nous n'avons encore obſervé, ni chez nous, ni ailleurs. Cependant ce qu'il y a à remarquer par rapport aux Plantes ſusdites; c'eſt 1. qu'elles ſont la plûpart abondantes en ſuc, 2. qu'elles ne ſçauroient s'unir réellement avec les arbres, ou pour un tems long & durable, comme nous l'avons fait voir ci-deſſus.

Mais les choſes ne ſe paſſent pas de même à l'égard des autres Plantes paraſites, qui peuvent ſubſiſter pendant pluſieurs années, & qui ſont auſſi ligneuſes que les arbres d'où elles tirent leur nourriture; elles s'y uniſſent réellement & d'une façon particuliere. Le gui peut nous ſervir d'exemple & de preuve pour toutes les autres. On l'a regardé comme la Plante la plus dangereuſe de toutes, parce qu'il ſe place en plein air ſur les jeunes arbres les plus forts & ſur les branches, & qu'à l'aide d'une eſpece de peau large & d'une racine platte, il s'inſinuë dans l'écorce, & ſe multiplie tellement, qu'à la fin il prend la ſupériorité, rendant tout à fait infructueuſes les branches qu'il ſuce fortement & continuellement, ou les conduiſant au point qu'elles ſe changent en productions monſtrueuſes, ſe deſſechent, & finalement périſſent.

Cette circonſtance à laquelle on ne prend guères garde dans les forêts, par rapport aux Noiſettiers, Chênes, Bouleaux, Sapins, Pins, Saules, Aunes, Ormes, Peupliers, Tilleuls, Erables, & autres Arbres ſemblables, eſt de la derniere importance, quand il s'agit d'Arbres fruitiers, comme les Pommiers, Poiriers, Piſtachiers, Amandiers, Oliviers, & autres. On ne ſçauroit obvier à un ſemblable mal, qu'en déli-

délivrant l'arbre du gui qui l'infeste, & pour lui rendre sa premiere fertilité il faut l'étêter; mais par là on est quatre ou cinq ans, sans qu'il donne aucun rapport.

Le gui s'insinuant toujours plus d'année en année, comme nous l'avons dit, sous l'écorce supérieure des Arbres, aussi avant qu'il est possible d'y pénétrer, pousse en même tems en dessous partout, & souvent très près l'un de l'autre, une quantité de petits coins, qui entrent dans les interstices utriculeux de l'écorce inférieure, & quand le bois est jeune, vont plus avant, jusqu'à la contexture celluleuse, où non seulement ils s'affermissent, mais s'approprient une quantité considérable de suc. On pourroit donner à ces petits coins, qui prennent leur accroissement avec le bois, & qui à la fin deviennent eux-mêmes du bois, on pourroit, dis-je, à cause de leur délicatesse & de la figure qu'ils ont dans les commencemens, leur donner le nom d'*avances*, ou *productions mammillaires*. Dans leur fort accroissement, ils pressent & dérangent les fibres du jeune & nouveau bois avec la texture celluleuse, & les tirent ensemble des deux côtés dès le commencement, de façon que ces vaisseaux prennent une toute autre direction, fausse & contraire à la Nature, qui s'augmente d'année en année, à mesure que ce corps qui est en forme de hache s'accroit, de sorte que le passage des sucs, qui sans cela est libre, est nécessairement bouché: puis, quand cette organisation déréglée a eu lieu pendant un certain tems, il ne sçauroit en résulter que divers effets contraires à la Nature, semblables à ceux que nous avons observés dans notre production monstrueuse; effets qui sont en si grand nombre, & si variés, que personne ne sçauroit être en état de les déterminer d'avance.

Une des questions qui peuvent encore se présenter à ce sujet, c'est de sçavoir, si le gui s'attache d'abord à une tronc fort de quelque arbre qui vient bien, & qui a déjà des années, ou sur ses branches; & si, avec sa base, ou racine large, qui va toujours en s'étendant, il peut prendre le dessus, ou si cela n'arrive, que quand l'arbre est encore tout jeune? Ce qui fait encore une différence remarquable, c'est

lors-

lorsque le *gui*, placé ſur un jeune arbre, & qui croit fort vîte, s'eſt fortifié en même tems que lui, s'étant principalement enraciné & affermi ſur ſes jets extérieurs, & ſur des branches encore jeunes & tendres.

Dans le premier cas, on peut toujours dire que le gui produit de mauvais effets, mais beaucoup plus lentement, de ſorte qu'ils ne ſont pas ſi tôt ſenſibles. Meis quand il s'attache à de nouveaux jets vers la cime des jeunes arbres, ou qu'en général il s'attaque à de tendres branches, qui ne ſe ſont pas encore formées, ou qui le ſont tout récemment, de ſorte que leur ſubſtance eſt encore pleine de ſuc, tendre & poreuſe, le mal fait des progrés rapides, auxquels on ne ſçauroit s'oppoſer trop tôt.

En effet les fibres, qui, ſi elles n'avoient pas été troublées dans leur ſituation naturelle, ſe feroient arrangées régulierement, & auroient donné aux parties de la Plante la forme qui leur convient, ſont obligées par le déſordre qui s'y répand, par les compreſſions & les ſéparations qu'elles éprouvent, & par les embarras multipliés qui traverſent leur cours, de prendre toutes ſortes de directions & de figures, devenant plattes, calleuſes, nouëuſes, friſées, écaillées, dentelées, tailladées, faiſant des branches eſtropiées, & donnant des productions monſtrueuſes, comme l'expérience le fait voir. Si nous réfléchiſſons donc ſur tout ce qui ſe paſſe alors dans les ſucs nourriciers, & autres qui traverſent une Plante, dont toutes les parties ont une ſtructure ainſi endommagée, nous verrons qu'il doit arriver toutes ſortes d'accidens & de ſingularités, ſuivant que ces ſucs ſont pouſſés avec plus ou moins de force ; & il ne nous reſtera aucun doute ſur les dommages dont le gui peut devenir la cauſe.

Nous nous étendrions ici davantage, comme l'importance du ſujet le mérite aſſurément, ſi nous n'avions deſſein de pouſſer encore plus loin nos obſervations ſur le gui, & ſur les ſuites fâcheuſes qu'il entraine, pour en rendre compte dans une autre occaſion à cette Illuſtre Académie.

NOU-

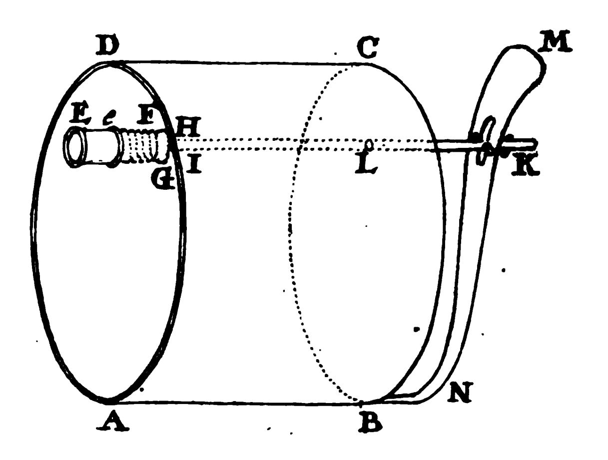
NOUVELLES EXPÉRIENCES
SUR LA RE'SISTANCE QUE SOUFFRE UNE BALLE DE FUSIL EN PASSANT PAR L'AIR.
PAR M. SULZER.

Il eſt généralement reconnu, que la théorie du jet des bombes & des boulets de canon eſt encore défectueuſe, malgré les travaux de tant de Géométres qui ſe ſont appliqués à la perfectionner. Les difficultés qu'on trouve dans cette matière viennent principalement de la réſiſtance de l'air, dont on ne connoit pas exactement les loix. Il eſt démontré que la réſiſtance que ſouffre une balle, qui ſe meut dans l'air avec une petite viteſſe, eſt égale à la preſſion d'un cylindre d'air, dont la baſe eſt égale à l'aire du grand cercle de la balle, & la hauteur à la moitié de la hauteur, de laquelle un corps tombant dans le vuide acquerroit la viteſſe de la balle; en ſorte que nommant cette hauteur v, la hauteur du cylindre d'air ſeroit $\frac{1}{2}v$. Il y a longtems qu'on a obſervé, que cette loi de la réſiſtance n'a point lieu dans les grandes viteſſes, comme ſont celles des bombes & des boulets de canon. M. *Robins*, Géometre Anglois, eſt le premier qui ait fait des Expériences exactes pour découvrir la loi de la réſiſtance pour ces grandes viteſſes: & il paroit par ſes Expériences, que la réſiſtance devient quelquefois le double de la quantité $\frac{1}{2}v$.

Quoique ces Expériences de M. *Robins* ſoyent très ingénieuſes, j'avouë quelles ne me paroiſſent pas d'une aſſés grande certitude pour établir les loix de la réſiſtance d'une maniere à ne laiſſer plus aucun doute. Ces Expériences ſont fondées principalement ſur l'eſtimation de la force de la poudre à canon. Or cette matiere étant ſujette à de grandes difficultés, on ne peut pas ſe fier entièrement ſur les principes

ſur

Tab. II. ad pag. 105.



fur lesquels tout le reste de la théorie est fondé. C'est ce qui m'a engagé à faire de nouvelles Expériences, qui ne fussent sujettes à aucun doute, en employant des forces parfaitement connues. J'espérois que ces Expériences confirmeroient la théorie de M. *Robins*, ou qu'elles me donneroient assés de lumières pour en établir une autre.

Mon premier soin étoit de trouver un moyen d'employer une force exactement connuë, pour jetter des balles avec des vitesses suffisantes. Le fusil à vent pouvoit me rendre ce service, si je pouvois le charger de façon à connoitre exactement l'élasticité de l'air, qui devoit chasser la balle. J'ai obtenu cette commodité de la maniere suivante.

J'ai fait adapter à une pompe une espece de barometre, où le mercure monte dans le tuyau de verre, à mesure que l'on comprime l'air dans la boëte moitié remplie de mercure, & dans laquelle le tuyau passe. J'ai donné à cette boëte une communication avec la pompe, moyennant laquelle on y peut très fortement comprimer l'air. D'un autre côté j'ai fait accomoder un cylindre de métal, de façon à y pouvoir comprimer & renfermer l'air pour le faire servir ensuite au fusil à vent. En comprimant donc l'air dans ce cylindre, on le comprimoit également dans la boëte du barometre, ce qui fit monter le mercure, dont la hauteur m'indiquoit toujours au vrai l'élasticité de l'air comprimé. Toutes les fois que je jugeois l'air assez comprimé dans le cylindre, je le fermois pour empêcher l'air comprimé d'en sortir.

Voici maintenant la description de ce cylindre, & la manière de l'employer pour le fusil à vent. A B C D est le cylindre; à un des fonds est attaché un petit tuyau E F, dont la moitié E*e* est au dehors du cylindre, & l'autre moitié *e*F en dedans. La pièce G H est une espèce de soupape de cuivre, doublée de cuir pour fermer ce tuyau en F, & pour l'ouvrir. Cette soupape a une queüe I K, qui passe en L par l'autre fonds du cylindre. Le trou rond en L étant doublé de cuir, & la queüe bien polie, l'air n'y trouve point de sortie. M N est un levier, moyennant lequel on peut fermer & ouvrir la soupape.

pape. Lorsqu'on veut charger le cylindre, on affermit le tuyau E e, qui a un écrou, contre l'extrémité d'un des tuyaux de la pompe, l'autre tuyau communiquant au barometre. Alors on charge le cylindre d'autant d'air que l'on veut, on connoit toujours son élasticité moyennant sa communication avec le barometre. Quand on l'a assez chargé, on presse fortement la soupape contre l'ouverture du tuyau EF, pour empêcher l'air de sortir. Cela fait, on détache le cylindre de la pompe. Maintenant pour décharger, on affermit un tuyau, qui tient lieu du fusil, dans l'écrou Ee; & on le charge de la balle. Cela étant fait, on met le tout sur un affut; & l'ayant dirigé comme l'on veut, on frappe le levier en M avec un marteau, ce qui ouvre subitement la soupape, & laisse à l'air la liberté d'agir contre la balle. Je remarque encore, que j'ai eu grand soin de faire bien percer & bien polir la cavité, ou l'ame du fusil, comme aussi de bien arrondir les balles de plomb dont je me suis servi. Ces balles passoient librement par le fusil, sans pourtant laisser un espace sensible par lequel l'air auroit pu passer entre les parois du fusil & la balle. Une zone du plus fin papier, collée autour de la balle, la rendoit déjà trop grande pour le fusil. De cette maniere j'étois assuré que la balle ne souffriroit rien de la friction en passant par le fusil, & que l'air n'échaperoit pas inutilement.

Je viens maintenant aux Expériences mêmes que j'ai faites. Ayant chargé le fusil, je l'ai placé dans la position verticale, & j'ai observé les tems que la balle restoit dans l'air après l'explosion. Je marquerai toujours les charges par les hauteurs du mercure dans le barometre en pieds de Rhin.

Charges.		Tems.
9.08	——	12. ½ secondes.
8.75	——	12.
6.54	——	11.
4.71	——	10.
2.36	——	7.½

J'ai

J'ai répété chaque coup trois fois, & je n'ai jamais trouvé une différence sensible entre les tems des mêmes charges.

Pour tirer maintenant de ces Expériences les conclusions nécessaires pour la théorie de la résistance ; je chercherai premièrement les vitesses avec lesquelles chaque balle est sortie du fusil; en second lieu, je chercherai la hauteur à laquelle elle est parvenue dans l'air, & le tems de sa montée, suivant les principes de la résistance de M. *Robins*; en troisième lieu, je calculerai le tems de sa descente, pour avoir le tems entier qu'elle a dû rester dans l'air selon cette théorie. Les différences entre les tems calculés & les tems observés, nous fourniront un fondement solide de juger de la valeur des principes connus touchant la résistance.

Calcul des vitesses des balles.

Je crois pouvoir négliger dans ce calcul, tant la friction de la balle, qui doit avoir été très petite, que la résistance de l'air, pendant le moment qu'elle a employé à parcourir la longueur du fusil.

Soit la capacité du récipient A	=	a pieds.
L'amplitude du fusil	=	b.
Sa longueur	=	c.
L'aire du grand cercle de la balle	=	e.
Son diamètre	=	g.
Son poids	=	p.
La hauteur de la colomne de mercure	=	f.
La raison des densités du plomb & du mercure	=	$\frac{1}{m}$
La hauteur d'une colomne de plomb, dont le poids seroit égal à celui de la colomne de mercure, seroit donc	=	mf.

La

La balle est donc poussée au commencement par une force égale au poids d'une colomne de plomb haute de mf pieds, & dont le diamètre est égal au diamètre de la balle. Le poids de la balle étant p, le poids d'un cylindre de plomb de même hauteur, seroit $\frac{3}{2}p$, & le cylindre entier de la hauteur mf pèsera $\frac{3mf}{2g}$ fois plus que la balle; donc la force accélératrice sera au poids de la balle comme $\frac{3mf}{2g}$ à 1.

Que la balle ait parcouru une partie de la longueur du fusil égale à x, & que les élasticités soyent comme les densités; (*) la force accélératrice en x sera $\frac{3amf}{2ag + 2bgx}$: Soit alors la vitesse de la balle due à la hauteur v, nous aurons cette équation

$$dv = \frac{3amf}{2ag + 2bgx}dx,$$ dont l'intégrale est

$$v = \frac{3amf}{2bg} \text{ Log. hyp. } \frac{a + bc}{a}$$ en mettant $x = c$;

ou bien en multipliant le second membre par 2.30258, pour avoir après des Logarithmes ordinaires, la vitesse avec laquelle la balle sort du fusil sera due à la hauteur $\frac{3.45387\,amf}{bg} \log \frac{a + bc}{a}$.

En appliquant ce calcul à nos Expériences, nous avons les valeurs suivantes pour les lettres connues:

$a =$

(*) Les Expériences dont j'ai rendu compte à l'Acad. en 1753. prouvent à la verité, que les élasticités croissent en moindres raisons que les densités. Voyez Mém. de l'Académ. Ann. MDCCLIII. Mais cela n'influe pas sensiblement ici, parce que l'air reste presque également dense pendant tout le tems de l'accélération. Mais il faut certainement avoir égard à cela, quand on calcule la force d'une balle jettée par la poudre; car alors, vers la fin de l'accélération, l'air est quelquesfois plus de 15. fois moins dense qu'au commencement.

$a = 0.00677$ pieds		$e = 0.000508$	
$b = 0.000532.$		$g = 0.02546.$	
$c = 2.5833.$		$m = 1.2378.$	
$\frac{a+bc}{a} = 1.203.$		$\frac{am}{bg} = 618.7$	

Et au premier coup $f = 9.08$ ce qui donne

$$v = 1557$$

& les autres valeurs sont comme suit,

si $f = 8.75,\ v = 1500.$
$6.54,\ v = 1121.$
$4.71,\ v = 807.$
$2.36,\ v = 404.$

Calcul du tems de la montée.

Ayant ainsi trouvé les vitesses avec lesquelles les balles sont jettées dans l'air, je chercherai les hauteurs auxquelles elles ont dû parvenir, & le tems de la montée. Je me servirai pour exprimer la résistance, de la formule que M. *Euler* a donnée en conséquence des conclusions, que M. *Robins* avoit tirées de ses Expériences. En nommant v la hauteur génératrice de la vitesse, la résistance de l'air est égale à la pression d'un cylindre d'air, dont la hauteur est $\frac{1}{2}v + \frac{v^2}{2h}$, où la lettre h marque la hauteur de l'atmosphère, qui est à peu près de 27979 pieds.

Que la balle commence donc à monter avec la vitesse initielle duë à la hauteur $= l$, & qu'après un tems quelconque elle ait parcouru l'espace x, ayant alors une vitesse duë à la hauteur u; il y a deux causes qui diminueront sa vitesse, lorsqu'elle continuera son chemin par l'espace infiniment petit dx, savoir son propre poids $= 1$, & la résistance de l'air. Cette dernière force étant égale à la pression d'un cylindre d'air de $\frac{hu+u^2}{2h}$ pieds de hauteur, ce cylindre sera $\frac{hu+u^2}{2gh}$

 fois

fois plus haut que le diamètre de la balle ; &, si nous supposons le plomb n fois plus pesant que l'air, ce cylindre d'air sera $\frac{3hu + 3u^2}{4hgn}$ plus pesant que la balle. De là nous avons cette équation pour la diminution de la vitesse :

$$du = - dx - \frac{3hu + 3u^2}{4hgn} dx,$$

ou bien $$dx = \frac{- 4hgn\,du}{4hgn + 3hu + 3u^2},$$

qui se change en celle-ci :

$$\frac{3dx}{4ghn} = \frac{du}{2m(u + \frac{1}{2}h + m)} - \frac{du}{2m(u + \frac{1}{2}h - m)}.$$

En posant $m = \sqrt{(\frac{1}{4}hh - \frac{4}{3}ghn)}$, & en prenant les intégrales, on a

$$x = \frac{2ghn}{3m} \log \frac{u + \frac{1}{2}h + m}{u + \frac{1}{2}h - m} + \text{Log. C.}$$

La constante doit être telle que, lorsque $x = 0$, u devienne $= l$; donc

$$x = \frac{2ghn}{3m} \log \frac{(u + \frac{1}{2}h + m)(l + \frac{1}{2}h - m)}{(u + \frac{1}{2}h - m)(l + \frac{1}{2}h + m)}.$$

Si l'on suppose dans cette équation $u = 0$, on obtient la hauteur entière de la montée de la balle, que nous nommerons H. Nous avons donc

$$\text{H} = \frac{2ghn}{3m} \log \frac{(\frac{1}{2}h + m)(l + \frac{1}{2}h - m)}{(\frac{1}{2}h - m)(l + \frac{1}{2}h + m)},$$

& les 5 valeurs de cette formule, conformément aux 5 valeurs de la lettre l, que nous avons trouvées plus haut, seront telles :

l étant

h étant	$=$	1557,	H sera	$=$	546.
h . .	$=$	1500,	H . .	$=$	537.
h . .	$=$	1121,	H . .	$=$	502.
h . .	$=$	807,	H . .	$=$	393.
h . .	$=$	404.	H . .	$=$	257.

Maintenant, pour trouver les tems de la montée, nous mettrons dans l'équation différentielle $-dx = dt\sqrt{u}$, ce qui donne celle-ci pour le tems $dt = \frac{\frac{4}{3} g h n \, du}{(u + \frac{1}{2} h + m)(u + \frac{1}{2} h - m)} \cdot \frac{1}{\sqrt{u}}$.

Soit $\sqrt{u} = y$, cette valeur substituée donne

$$dt = \frac{\frac{4}{3} g h n \, dy}{(yy + \frac{1}{2} h + m)(yy + \frac{1}{2} h - m)} =$$

$$\frac{\frac{4}{3} g h n}{m}\left(\frac{dy}{(yy + \frac{1}{2} h - m)} - \frac{dy}{(yy + \frac{1}{2} h + m)}\right).$$

Soit $\frac{1}{2} h - m = \alpha^2$ & $\frac{1}{2} h + m = \beta^2$ nous aurons

$$dt = \frac{4ghn}{3m}\left(\frac{dy}{yy + \alpha\alpha} - \frac{dy}{yy + \beta\beta}\right), \quad \text{équation}$$

intégrable moyennant la quadrature du cercle. Car $\frac{dy}{yy + \alpha\alpha}$ est l'élément d'un arc, dont le rayon est $= \alpha$, & la tangente $= y$, & $\frac{dy}{yy + \beta\beta}$ est l'élément d'un arc dont le rayon est β, & la tangente $= y$. Nous avons donc en intégrant

$$t = \frac{4ghn}{3m} \text{ arc tang } y - \frac{4ghn}{3m} \text{ arc tang } y,$$

ou en réduisant les deux arcs au même rayon qui soit $= 1$.

$$t = \frac{4ghn}{3\alpha m} \text{ arc tang } \frac{y}{\alpha} - \frac{4ghn}{3\beta m} \text{ arc tang } \frac{y}{\beta}.$$

Pour avoir ce tems en fecondes, il faut exprimer les quantités en parties millièmes du pied de Rhin, & enfuite multiplier par 250; ou bien, pour abréger, nous exprimerons tout en pieds de Rhin entiers, & nous multiplierons par $\frac{\sqrt{1000}}{250} = 0.12649.$

En appliquant cette équation à nos Expériences, nous aurons les valeurs fuivantes pour les élémens de notre formule.

$\sqrt{\frac{y}{\alpha}} = \sqrt{\frac{l}{\alpha}} = 2.2370$	$\sqrt{\frac{l}{\beta}} = 0.2374$		
$= 2.1981.$	$= 0.2332$	$g = 0.02546.$	$\alpha = 17.62$
$= 1.9001.$	$= 0.2016$	$h = 2\ 7979.$	$\beta = 166.03$
$= 1.6118.$	$= 0.1710$	$n = 9048.$	$\frac{4ghn}{3m} = 628.24$
$= 1.1407.$	$= 0.1211$	$m = 13678.8$	

c tang $\sqrt{\frac{l}{\alpha}} = 65^{\circ}.55'$	$= 1.1504$	At $\sqrt{\frac{l}{\beta}} = 13^{\circ}.21.$	$= 0.2330$	$\frac{4ghn}{3\alpha m} = 35.65$[illegible]
$= 65.\ 32$	$= 1.1437$	$= 13.\ 8.$	$= 0.2292$	
$= 62.\ 15$	$= 1.0864$	$= 11.\ 24.$	$= 0.1982$	$\frac{4ghn}{3\beta m} = 3.783$
$= 58.\ 11$	$= 1.0155$	$= 9.\ 42.$	$= 0.1605$	
$= 48.\ 46$	$= 0.8512$	$= 6.\ 54.$	$= 0.1204.$	

De là nous obtenons les valeurs fuivantes pour les tems de la montée.

$t = 5.\ 07$ fecondes

$t = 5.\ 04$

$t = 4.\ 79$

$t = 4.\ 49$

$t = 3.\ 76$

Il nous reste maintenant le

Calcul des tems de la descente.

En descendant la balle n'est accélérée que par son propre poids. Qu'après le tems t la balle soit descenduë par l'espace $= x$, & sa vitesse soit alors duë à la hauteur s, la résistance sera exprimée par cette formule $\frac{3hs + 3ss}{4ghn}$.

Nous avons donc cette équation :

$$ds = dx - \frac{3hs + 3ss}{4ghn}\, dx$$

ou $$\frac{3dx}{4ghn} = \frac{ds}{\frac{4}{3}ghn - hs - ss}.$$

Soit $\sqrt{(\frac{1}{4}hh + \frac{4}{3}ghn)} = \mu$; nous aurons

$$\frac{3dx}{4ghn} = \frac{ds}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)\ (\mu + \frac{1}{2}h + s)},\ \text{ou}$$

$$dx = \frac{2ghn}{3\mu}\left(\frac{ds}{\mu + \frac{1}{2}h + s} + \frac{ds}{\mu + \frac{1}{2}h - s}\right).$$

Donc $$x = \frac{2ghn}{3\mu}\ \text{Log}\ \frac{(\mu + \frac{1}{2}h + s)\ (\mu - \frac{1}{2}h)}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)\ (\mu + \frac{1}{2}h)}.$$

Ayant trouvé plus haut la hauteur entière H par laquelle la balle descend, nous la mettrons ici au lieu de x pour trouver la vitesse finale de la balle. Nous avons donc

$$\frac{3\mu H}{2ghn} = \text{Log}\ \frac{(\mu + \frac{1}{2}h + s)\ (\mu - \frac{1}{2}h)}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)\ (\mu + \frac{1}{2}h)}.$$

 On

On en mettant le nombre dont le logarithme hyperbolique est $1 = e$.

$$e^{\frac{3\mu H}{2ghn}} = \frac{(\mu + \frac{1}{2}h + s)\ (\mu - \frac{1}{2}h)}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)\ (\mu - \frac{1}{2}h)}.$$ Mettons

$e^{\frac{3\mu H}{2ghn}} = E$. Nous tirerons de notre équation cette valeur pour s.

$$s = \frac{(E - 1).\ \frac{4}{3}ghn}{(\mu + \frac{1}{2}h)E + \mu - \frac{1}{2}h}.$$

Il faut donc déterminer la valeurs de s pour nos cinq cas.

Nous avons ici $\mu = 14293.3$; donc

si $H = 546$ - - $E = 6.1471$ & $s = 254$
$H = 537$ - - $E = 5.9655$ $s = 252$
$H = 502$ - - $E = 5.3068$ $s = 246$
$H = 393$ - - $E = 3.6951$ $s = 221$
$H = 257$ - - $E = 2.3568$ $s = 174$

Posons maintenant $dt = \frac{dx}{\sqrt{s}}$; nous aurons dans l'équation différentielle $\frac{ds}{\frac{4}{3}ghn - hs - ss} = \frac{3dt\sqrt{s}}{4ghn}$.

Soit encore $\sqrt{s} = y$. Nous aurons

$$\frac{2dy}{\frac{4}{3}ghn - hyy - y^4} = \frac{3dt}{4ghn}$$ ou

$$dt = \frac{4ghn}{3\mu}\left(\frac{dy}{\beta^2 + y^2} - \frac{dy}{\gamma^2 - y^2}\right),$$

posant $\beta^2 = \mu + \frac{1}{2}h$ & $\gamma^2 = \mu - \frac{1}{2}h$. Le premier terme du

du second membre dépend encore de la quadrature du cercle, & l'autre des logarithmes. Nous avons donc

$$t = \frac{4ghn}{4\beta\mu} \text{ Arc. tang } \frac{y}{\beta} + \frac{2ghn}{3\gamma\mu} \; l\frac{\gamma + y}{\gamma - y}.$$

De là nous trouvons les tems des descentes, en substituant pour y successivement $\sqrt{254}$, $\sqrt{252}$ &c.

Dans le premier cas,	t	=	6. 03	secondes
2 - -	t	=	5. 94	
3 - -	t	=	5. 65	
4 - -	t	=	5. 75	
5 - -	t	=	3. 86	

En ajoutant les tems de la montée à ceux de la descente, nous avons les tems entiers.

	Tems calculés.		Tems observés
I.	11. 1 sec.	- - -	12. 5
II.	10. 98	- - - -	12.
III.	10. 44	- - - -	11.
IV.	10. 24	- - - -	10.
V.	7. 62	- - - -	7. 50.

On voit par ces résultats, que dans les cas où la vitesse a été peu considérable, les tems calculés sont trop grands; dans les autres ils sont trop petits. Le contraire auroit plutôt dû arriver. Car la friction de la balle dans le fusil, que nous avons négligée, auroit diminué les vitesses initielles; ce qui auroit fait le même effet, que l'augmentation

de la réſiſtance, & cela auroit eu plus d'effet dans les petites viteſſes. Cette circonſtance peut nous aſſurer, que la friction n'a pas été conſidérable, conformément à ce que j'ai ſuppoſé au commencement.

En examinant les équations finales, on verra que, plus la lettre *h* eſt grande, plus les tems deviennent grands. D'où il eſt évident, que la formule employée fait la réſiſtance trop grande pour les grandes viteſſes, & trop petite pour les petites viteſſes. Dans les grandes viteſſes des boulets de canon, on ſera obligé de donner à la lettre *h* la valeur de 30000, & davantage, pour avoir la véritable loi de la réſiſtance; dans les petites viteſſes il faudra diminuer cette valeur juſqu'à 25000 pour le moins.



THÉORIE
DE L'INCLINAISON DE L'EGUILLE MAGNETIQUE, CONFIRMÉE PAR DES EXPÉRIENCES,

PAR M. EULER LE FILS.

Traduit du Latin.

I.

Si l'Eguille magnétique étoit tellement mobile autour de son centre de gravité, qu'elle pût se diriger sans aucun obstacle vers toutes sortes de situations; cependant, à cause de la vertu magnétique dont elle est imprégnée, elle affecteroit toujours une certaine situation préférablement à toutes les autres, & s'y fixeroit. Cette situation semble indiquer d'une maniere suffisamment fondée la direction naturelle de la force magnétique; car l'éguille étant suspenduë du centre de gravité, est indifférente à toutes les situations, entant qu'elle est animée par la gravité seule, & il n'y en a aucune dans laquelle il ne lui soit égal de s'arrêter. Puis donc que, ce nonobstant, elle choisit une situation qu'elle préfere à toute autre, la cause n'en sçauroit être attribuée qu'à la seule force magnétique, qui se joint à l'action de la pesanteur; &, de quelque maniere que cette force agisse, dès là qu'elle réduit l'éguille dans cette situation, il est nécessaire que sa direction y soit conforme; ce qui met en état de faire une juste estimation de la direction naturelle de la force magnetique.

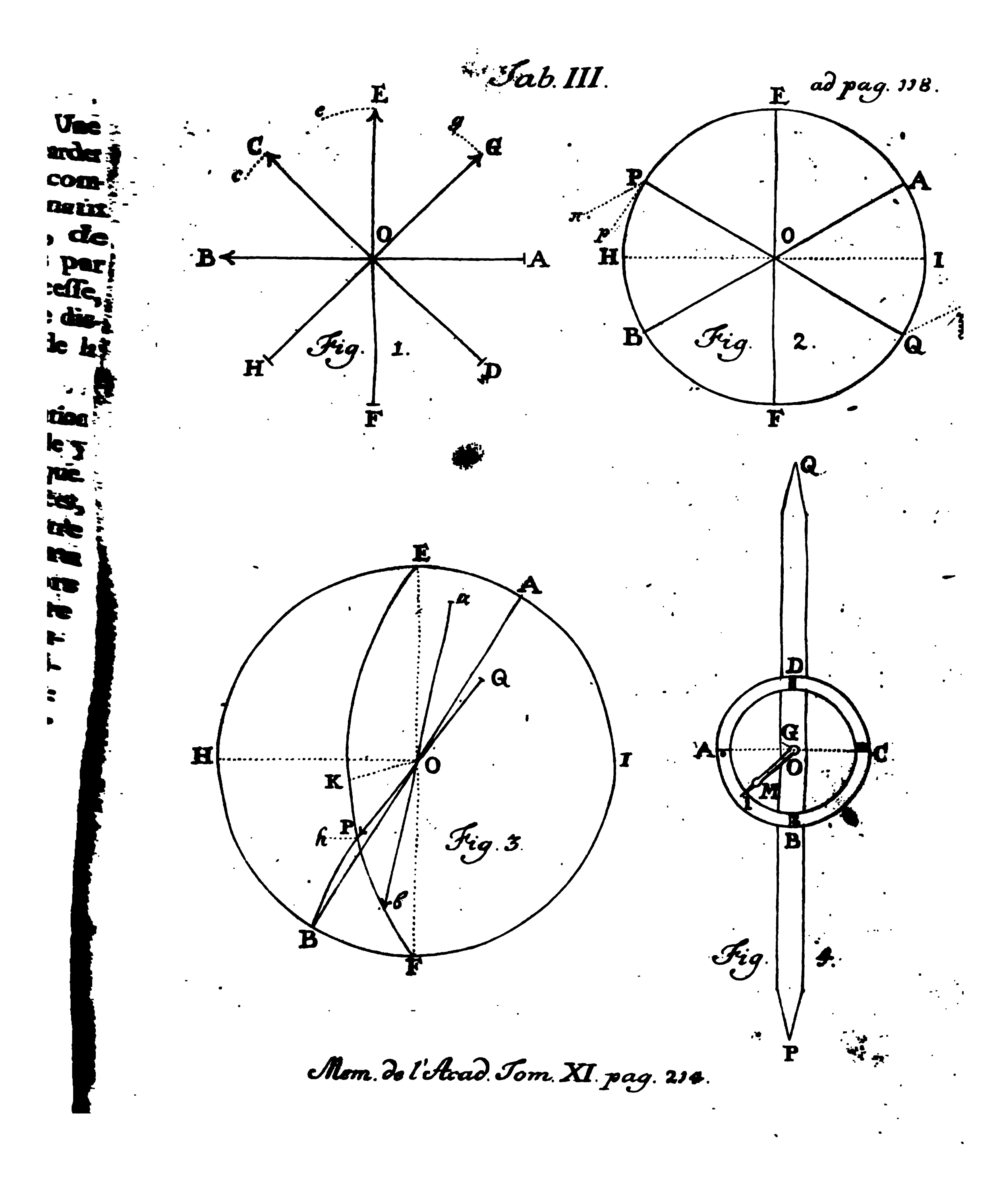
II. Toutes les fois que cette direction n'est pas verticale, on peut toujours assigner un cercle vertical, sur lequel elle tombe; & c'est ce cercle vertical qu'on a coûtume d'appeller *le méridien magnétique*. Mais si l'on considère son intersection avec l'horizon, la direction qui pour l'ordinaire s'écarte peu du point septentrional, se nomme *le septentrion*

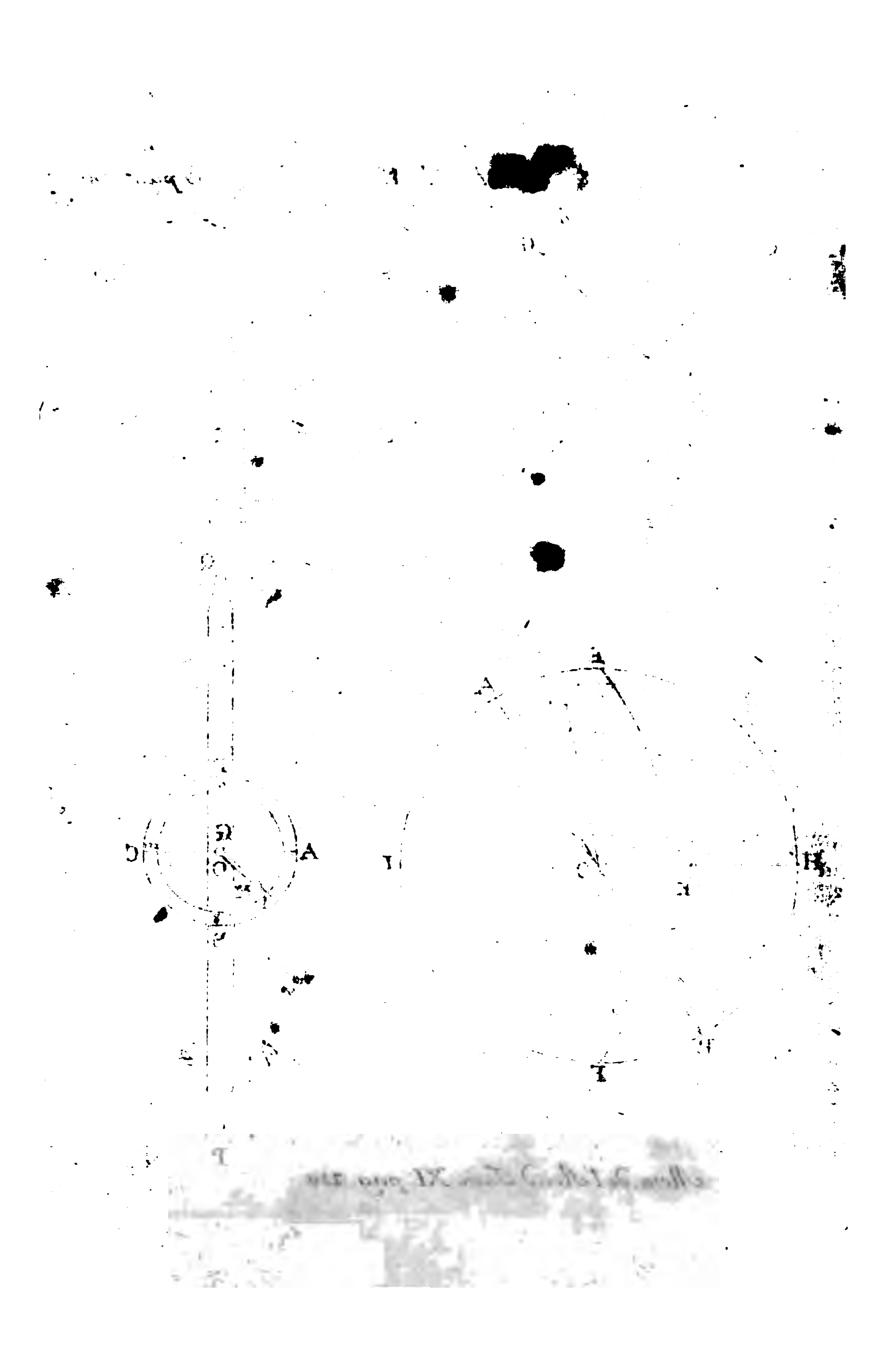
 magné-

magnétique, & celle qui lui eſt oppoſée *le midi magnétique*. Une ligne droite qu'on y tire normalement dans l'horizon, eſt dite regarder d'une part *l'Orient*, & de l'autre *l'Occident magnétique*. Mais comme, dans ce Mémoire, je ne m'attache pas aux vrais points cardinaux du Monde, j'appellerai pour abréger des noms de Septentrion, de Midi, d'Orient, & d'Occident, ces quatre régions déterminées par la direction magnétique. Ce qui fait voir que leur diſtinction ceſſe, lorsque la direction magnétique eſt verticale; tout comme on ne diſtingue plus les points cardinaux du Monde ſous le pole même de la Terre.

III. S'il arrive donc à l'éguille de ſe trouver dans une ſituation que différe de la direction magnétique, il n'eſt pas poſſible qu'elle y demeure, entant qu'elle eſt ſollicitée par la ſeule force magnétique. C'eſt pourquoi, ſi elle n'eſt aſſujetie à l'action d'aucunes autres forces, ce qui a lieu à l'égard de la gravité, quand elle eſt ſuſpenduë du centre même de gravité, alors elle ſoutiendra une force, par laquelle elle ſera déterminée vers la direction magnétique. Elle ne pourra donc, hors de cette ſituation, reſter en équilibre, à moins qu'elle ne ſoit outre cela ſollicitée par une autre force, par laquelle l'action de la force magnétique ſoit détruite. Avant toutes choſes on rencontre par conſéquent dans la Théorie de la direction magnétique cette Queſtion: *Quelle eſt la force, qui, lorsque l'éguille eſt dans une ſituation différente de la direction magnétique, la pouſſe vers cette direction?* Il ſera donc convenable d'examiner ſoigneuſement cette Queſtion avant que d'aller plus avant, parce que toute la Théorie dont il s'agit eſt fondée ſur ſa déciſion.

IV. Quoique la ſolution de cette Queſtion paroiſſe ne devoir être cherchée que par la ſeule voye de l'Expérience, on a pourtant des raiſons qui peuvent y conduire d'une maniere aſſez probable. Soit
Fig. 1. donc A B la direction magnétique, dont le terme B regarde le Septentrion, & A le midi, non à la vérité dans un plan horizontal, mais qu'un cercle vertical, mené par A B, regarde par la partie B le Septentri-


Tab. III.
ad pag. 118.
E
C
G
c
e
g
O
B
A
H
D
F
Fig. 1.
E
P
A
π
p
O
H
I
B
Q
F
Fig. 2.
E
A
α
Q
H
O
I
K
P
h
Fig. 3
B
F
Q
D
G
A
C
O
M
B
Fig. 4.
P
Mem. de l'Acad. Tom. XI. pag. 214.



tentrion, & par la partie A le Midi. Que l'on conçoive en même tems une éguille magnétique ſuſpenduë du point O, qui ſoit ſon centre de gravité ; & premièrement, que ſa ſituation s'accorde avec la direction A B, de façon que ſon terme boréal B, marqué par une flêche, tombe ſur la région de la direction magnétique qui porte le même nom : comme dans cette ſituation l'éguille ſe trouve en équilibre, & que la gravité n'entre pas dans le calcul, la force magnétique eſt auſſi deſtituée d'action. Ainſi, quand l'éguille garde la ſituation même A B, elle n'eſt affectée en nulle maniere par la force magnétique, & dans cette ſituation toute la force ſollicitante évanouït ; autrement il ne pourroit y avoir d'équilibre.

V. A préſent que l'éguille ait la ſituation C O D, qui dans un plan quelconque décline de la ſituation naturelle B A, de l'angle B O C : car, comme la gravité n'entre ici pour rien, il eſt égal dans quel plan on prenne cette déclinaiſon B O C de la ſituation naturelle B A. L'éguille ne s'arrêtant donc point dans cette ſituation naturelle, il doit néceſſairement y avoir une force qui produiſe ce mouvement ; & comme il ſe fait par l'angle C O B, c'eſt à dire, dans le plan C O B, cette force pourra être repréſentée par la ligne C *c*, normale à la droite C O dans le même plan, & poſée ſelon la direction du mouvement qui doit s'enſuivre. Mais, puiſque ce mouvement eſt angulaire, il ne faut pas tant conſidérer cette force, que ſon moment, par lequel l'éguille eſt pouſſé autour de O ſuivant la direction C *c* dans le plan C O B. Et d'abord il eſt évident que ce moment dépend tellement de l'angle BOC, qu'il évanouït en même tems que cet angle.

VI. Si l'éguille ſe trouve dans la ſituation E F perpendiculaire à la direction magnetique A B, ce moment paroit devenir le plus grand, où l'éguille E F être pouſſée par la plus grande force E *e* de là vers la ſituation B A, dans le plan E O B. Car ſi l'angle de déclinaiſon devient plus grand qu'un droit, & que l'éguille ait la ſituation G O H, il eſt hors de doute qu'elle ſoutiendra un moindre moment

de

de la force magnetique, par lequel l'extrémité G soit poussée vers B; & ainsi la force Gg, normale à OG dans le plan GOB, est moindre que si l'éguille étoit dans la situation EOF. Mais cette force évanouït de nouveau entierement, si l'éguille est placée dans la situation AOB, tout à fait opposée à la direction magnetique; sans que cette situation puisse pourtant être prise pour un veritable état d'équilibre, vû que l'éguille, lorsqu'elle est le moins du monde troublée dans cette situation, n'y retourne point, mais se porte plutôt à la situation totalement opposée BOA. Néanmoins, si l'on a pris soin de la placer une fois très exactement dans cette situation contraire AOB, & qu'aucune force extérieure ne l'en détourne, elle y persévérera.

VII. Ces choses étant bien considérées, si nous appellons ϕ l'angle BOC, duquel l'éguille COD décline de la situation naturelle, & que nous dénotions par la lettre V le moment de la force Cc, par lequel l'éguille est pressée dans le plan COB vers sa situation naturelle; il est manifeste premièrement, que la quantité V dépend tellement de l'angle ϕ, qu'elle évanouït tant dans le cas $\phi = 0$ que dans le cas $\phi = 180°$. Ensuite, comme tout arrive entièrement de même, si la déclinaison se porte vers l'autre partie de la droite BA, excepté que la force doit être estimée alors négative, parce qu'elle agit sur l'éguille dans la direction contraire, il est nécessaire, si l'angle ϕ est pris négativement, que la valeur de V même devienne négative, mais en conservant la même quantité. Enfin, si l'angle ϕ devient droit, la quantité V doit obtenir la plus grande valeur. Lors donc que l'angle ϕ s'accroit depuis 0° jusqu'à 180°, la quantité V aura des valeurs positives; mais, en allant de 180° à 360°, elle n'obtiendra que des valeurs négatives.

VIII. Nous satisferons très aisément à toutes ces conditions, si nous établissons le moment V proportionnel au sinus de l'angle de la déclinaison ϕ: car alors il évanouït non seulement dans les deux cas $\phi = 0$ & $\phi = 180°$; mais il demeure aussi positif, lorsque l'angle ϕ

est

eſt augmenté de 0° à 180° ; au contraire il devient négatif, ſi l'angle ϕ eſt négatif, ou va de 180° à 360°. Cette poſition qui eſt la plus ſimple, paroit auſſi s'accorder le mieux avec la Nature ; cependant je ne veux pas affirmer qu'elle ſoit véritable, jusqu'à ce que les Expériences l'ayent entierement confirmée. Je demande ſeulement qu'on me l'accorde pour quelque temps comme une ſimple hypotheſe, ſur laquelle il me ſoit permis d'établir ma Théorie ; & il ſera enſuite aiſé de juger, en la comparant avec les Expériences, ſi cette hypotheſe eſt conforme à la vérité ou non. Or on verra que les Expériences mettent dans un grand jour ſon accord avec la vérité.

IX. Dans quelque ſituation que ſoit donc l'éguille magnétique, nous pourrons aſſigner ſur le moyen de cette hypotheſe la force avec laquelle le magnétiſme la ſollicite. En effet, qu'on cherche combien ſa ſituation décline de la direction magnétique naturelle, & qu'on appelle l'angle de cette inclinaiſon $= \phi$, alors l'éguille dans cette ſituation, ſera incitée au mouvement angulaire, dont la direction tend à la ſituation naturelle, par une force, dont le moment eſt proportionel au ſinus de l'angle ϕ. Qu'on établiſſe donc ce moment pour l'éguille donnée, de ſorte qu'il obtienne la forme des momens $= Pk \sin \phi$; où la lettre k dénote une certaine ligne droite, & P une certaine force, de maniere que le produit Pk dépende, tant de la quantité de l'éguille, que principalement de la force magnétique dont elle eſt imbuë. Car il eſt manifeſte que, plus la même éguille ſera imprégnée de la force magnétique, & plus ſera grand le moment Pk ; que l'on peut donc prendre commodément pour la meſure de la force magnétique abſoluë de l'éguille.

X. Quand même outre cela l'éguille ſeroit immobile, cependant le magnétiſme exerceroit la même force ſur elle ; mais ſi, étant mobile comme elle l'eſt, d'autres forces quelconques viennent encore à la ſolliciter, on pourra par la comparaiſon de ces forces avec la force magnétique définir, conformément aux loix connuës du mouvement, celui

celui que toutes ces forces réünies doivent imprimer à l'éguille. Posons donc que l'éguille soit attachée au centre même de gravité par un petit essieu normal à sa direction, & que ce petit essieu soit tellement placé sur deux supports horizontaux, qu'il puisse tourner avec une parfaite liberté autour de l'axe ; cas qu'il est très facile de réduire en pratique : & le mouvement de cette éguille ne pourra se faire que dans le plan vertical, auquel ce petit essieu est normal. Si donc ce plan vertical tombe sur le méridien magnétique même, la situation où l'éguille s'arrêtera, indiquera la direction magnétique même.

XI. Mais, si le petit essieu, autour duquel l'éguille est mobile, ne passe pas par son centre de gravité même ; alors, quand même elle seroit suspenduë de façon que son mouvement dût se faire dans le méridien magnétique, cependant elle ne se fixera pas à la direction magnétique, mais elle choisira hors d'elle une situation telle, que le moment de la force magnétique s'y trouve en équilibre avec le moment qui naît de la force de gravité. Pareillement, si l'éguille est suspenduë de maniere qu'elle doive se mouvoir dans un autre plan vertical, il en résultera toujours la situation, dans laquelle l'équilibre de la force de gravité avec la force magnétique a lieu. Une pareille situation d'équilibre auroit aussi toujours lieu, quand même l'éguille, pour exécuter son mouvement, seroit mise sur un plan incliné ; mais, comme alors le petit essieu devroit être incliné à l'horizon, on auroit peine à éviter une friction, par laquelle le mouvement seroit troublé. C'est pourquoi je ne rapporterai mes recherches qu'aux mouvemens de l'éguille qui se font dans un plan vertical.

XII. L'éguille étant donc disposée de façon à se mouvoir dans un semblable plan, si nous voulons définir la situation à laquelle elle s'arrêtera, ou bien son mouvement, il est nécessaire, quelle que soit sa situation dans ce plan vertical, que nous résolvions la force magnétique par laquelle elle est sollicitée en deux forces, dont l'une tombe sur le plan du cercle vertical, & l'autre lui soit normale, la direction de l'une & de l'autre étant perpendiculaire à la situation de l'éguille. La

pre-

premiere de ces forces sera la seule employée à imprimer le mouvement à l'éguille, & l'incitera vers le haut ou vers le bas; tandis que l'autre fera effort pour chasser l'éguille du plan vertical dans lequel elle est mobile, à quoi résiste la position & la fermeté du petit essieu. Toutes ces choses étant présupposées, je vais renfermer mes recherches, & tout ce qui appartient encore à cette Théorie, dans les Propositions suivantes.

PROPOSITION I.

XIII. *Si l'éguille est mobile dans le méridien magnétique même, & qu'elle y tienne une situation quelconque* POQ, *trouver le moment, par lequel la force magnétique la sollicite.* Fig. 2.

SOLUTION.

Que le cercle AEPBFQ représente le méridien magnétique, dans lequel AOB soit la direction magnétique naturelle, regardant par l'extrémité B au septentrion, & par l'extrémité H au midi. Soit de plus EF une droite verticale, & HOI horizontale; la direction magnétique AB est donc déprimée vers le Septentrion au dessous de l'horizon HI, de l'angle HOB, qui soit appellé $= \alpha$. Que l'éguille ait dans ce méridien la situation POQ, ayant en P son pole boréal, & en Q son pole austral. Comme cette position s'incline donc, soit à la verticale EF, soit à l'horizon HI, on connoîtra par là l'angle BOP $= \phi$, duquel la situation de l'éguille décline de la direction magnétique BOA. Le moment donc de la force, par lequel l'éguille est poussée vers la direction OB, ou qui l'excite au mouvement angulaire autour de O vers la région PB, sera $= Pk \sin \phi$; d'où résulte le même effet que si en P étoit appliquée à l'éguille la force Pp, dont le moment seroit $= Pk \sin \phi$.

COROLLAIRE I.

XIV. Dans cette situation donc POQ, l'éguille ne sçauroit être en équilibre, à moins qu'elle ne soit outre cela sollicitée par une

autre force, dont le moment lui soit égal & contraire. Mais, si l'éguille n'est poussée par aucune autre force, ce qui arrive quand le petit essieu passe par le centre même de gravité, elle ne s'arrêtera que dans la situation BOA.

COROLLAIRE 2.

XV. L'éguille donc, par le centre de gravité de laquelle passe le petit essieu, montrera par sa situation d'équilibre la direction magnétique naturelle, pourvu quelle soit mobile dans le méridien magnetique. De cette maniere l'angle HOB, qu'on nomme ordinairement l'inclinaison magnétique, peut être découvert.

SCHOLIE I.

XVI. Mais il est si difficile de fabriquer une semblable éguille, dont le petit essieu passe par le centre même de gravité, que les Ouvriers, en y apportant les plus grandes précautions, ne peuvent presque jamais atteindre ce but. En effet la force magnétique étant fort foible au prix de la gravité, si en faisant traverser l'essieu on s'écarte le moins du monde du centre de gravité, quand même les Expériences ordinaires ne pourroient pas découvrir l'erreur, cependant le moindre moment qui résulte encore de la gravité, peut troubler assez notablement la situation d'équilibre. C'est là sans doute la cause pour laquelle on n'a pû découvrir jusqu'à présent par de semblables éguilles la véritable inclinaison magnétique, toutes les Expériences qui ont été faites à cet ègard ne conduisant à aucune conclusion certaine. Ajoutez à cela que les éguilles ordinaires, de quelque roideur qu'elles soyent, dans leurs diverses inclinaisons, se courbent tant soit peu par leur propre poids, par où leur centre de gravité souffre quelque changement; ce qui trouble notablement l'état d'équilibre. Ces raisons nous portent donc à examiner, s'il n'y auroit aucun moyen de découvrir la véritable inclinaison magnétique par le moyen de semblables éguilles, par le centre de gravité desquelles les petits essieux ne passent pas exactement. Ici nous prendrons pour guide le célébre

M. *Da-*

M. *Daniel Bernoulli*, qui a traité cette matiere avec beaucoup de pénétration, dans une Piece qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris. Il n'y a eu encore que l'habile Artiste *Dieteric*, à Bâle, connu si avantageusement par ses Aimans artificiels, qui soit venu à bout d'exécuter des éguilles, telles que M. *Bernoulli* les a proposées pour cette fin ; & comme il en a envoyé deux ici toutes montées, nous rapporterons la suite de nos recherches à ces éguilles, afin que les Expériences faites par leur moyen puissent être aisément comparées avec notre Théorie.

SCHOLIE 2.

XVII. Puisque nous avons dessein de trouver une formule assez simple, pour exprimer le moment de la force qui pousse l'éguille placée dans une situation quelconque vers la direction magnétique naturelle, je crois qu'il est à propos de mettre ici une conjecture sur la maniere dont la force magnétique agit sur l'éguille. Car, quoique la véritable action de cette force paroisse demander les plus profondes recherches, il convient pourtant de concevoir idéalement une force, d'où naisse pour une situation quelconque de l'éguille le même moment, que nous avons déjà trouvé conforme à la vérité. Or comme le moment trouvé de la force magnétique est $= Pk \sin \phi$, il est clair que l'action de cette force est la même, que si à l'eguille PQ étoit appliquée au pole boréal P la force $P\pi$ de grandeur constante, & exerçant continuellement une pression parallèle à la direction magétique OB. En effet, si cette force constante est dite $= P$, la distance du pole P du centre du mouvement étant $OP = k$, à cause de l'angle $BOP = \phi$, le moment de cette force sera sans contredit $= Pk \sin \phi$. Mais une chose remarquable, c'est que la force magnétique pour toute situation de l'éguille est équivalente à une force constante, & dont par conséquent la direction seroit par tout la même, sçavoir, parallèle à la direction magnétique. Une semblable force $Q\xi$ appliquée à l'autre pole de l'éguille Q, est aussi constante, & presse vers la région opposée ; & comme on ne sçauroit attribuer de prérogative à un pole

fur l'autre, ces deux forces peuvent être conçuës solliciter ensemble l'éguille, dont l'une & l'autre sera $= \frac{1}{2}$ P, de sorte qu'en les réunissant il en naît le moment $Pk \sin \phi$, sans néanmoins que le centre de l'éguille soit affecté par ces forces, à cause qu'elles sont égales & contraires. Mais, bien que la force magnétique n'agisse pas de cette maniere sur l'éguille, comme l'effet en est cependant le même, que si elle exerçoit une semblable action; cela pourra fournir des secours utiles pour la recherche de cette action même, inconnuë jusqu'à présent. Car cela sert d'abord à rejetter plusieurs moyens d'expliquer cette force magnétique, qui pourroient se présenter à l'esprit, par la seule raison qu'ils répugnent à cette action ainsi conçuë. Et si quelcun pouvoit imaginer une action conforme à la Théorie magnétique, & dont l'effet s'accordât avec celui qui est assigné ici, on auroit tout lieu de croire qu'il a atteint de fort près la vérité.

PROPOSITION II.

XVIII. *Si l'éguille est mobile dans un cercle vertical quelconque* EKF, *& qu'elle y tienne une situation quelconque* POQ, *trouver le* Fig. 3. *moment par lequel l'éguille est sollicitée au mouvement à cause de la force magnétique.*

SOLUTION.

Il faut réduire la question à la doctrine sphèrique, & placer le petit essieu de l'éguille au centre de la sphère O sur des supports horizontaux, de façon que l'éguille soit mobile dans le cercle vertical EKF, où elle parvienne à la situation POQ, son pole boréal étant en P; dont par conséquent l'inclinaison se rapporte à la droite verticale EF. Ou bien, en menant du centre O sur ce plan vertical la droite horizontale OK, on aura une inclinaison de l'éguille de l'horizon mesurée par l'angle KOP, dont la mesure est l'arc KP. Mais le cercle EHFI n'a qu'à représenter le méridien magnétique, dans lequel la droite BOA soit la direction magnétique naturelle, regardant le Septentrion magnétique par l'extrémité B, & OH la droite horizontale, en sorte

que

que la mesure de l'inclinaison magnétique soit l'arc HB, dont le complément au quart-de cercle est l'arc FB. Donc le cercle vertical EKF, dans lequel l'éguille est mobile, déclinera du méridien magnétique EHF de l'angle HOK, auquel est égal l'angle sphèrique E ou F; lesquelles choses pouvant être regardées comme données, posons

I. La déclinaison du vertical EKF du méridien magnétique EHF, ou l'angle HOK $=$ BFP $= \omega$.

II. L'inclinaison magnétique HOB, ou l'arc HB $= \alpha$.

III. La dépression de l'éguille POQ sous l'horizon, ou l'angle KOP, & sa mesure l'arc KP $= \theta$.

Par ces suppositions on peut déjà définir, combien la situation de l'éguille POQ décline de la direction magnétique BOA; laquelle déclinaison est exprimée par l'angle BOP, dont la mesure est l'arc du plus grand cercle BP mené par les points B & P. Appellons pour quelque tems cet angle POB, ou l'arc BP $= \phi$, & la force magnétique exercera sur l'éguille le moment $Pk \sin \phi$, par lequel elle s'efforce de conduire cette éguille placée dans le plan POB autour du centre vers OB. On doit donc concevoir que cette force est appliquée à l'éguille en P, de façon qu'elle est normale à l'éguille OP dans le plan POB. Mais comme cette force ne sçauroit exercer un si grand effet, qu'autant que l'éguille est mobile dans le plan vertical EPF, il faut la résoudre en deux, dont l'une agisse suivant PF, & l'autre suivant Ph, normale à l'arc PF dans la surface sphèrique; & l'autre produira l'effet entier, tandis que cette derniere se consumera inutilement toute à faire tourner le petit essieu de l'éguille. Il naîtra donc de là une force qui déprime l'éguille OP dans le plan vertical OPF, dont le moment sera $= Pk \sin \phi \cos BPF = Pk \sin BP \cos BPF$; mais le moment de l'autre force Ph, qui fait effort pour chasser horizontalement l'éguille du plan vertical, sera $= Pk \sin BP \sin BPF$.

Pour définir ces momens, que l'on considère le triangle sphèrique BFP, pour lequel nous aurons premièrement,

sin

$$\sin BFP : \sin BP = \sin BPF : \sin BF; \quad \text{\& de là}$$

$$\sin BP \,.\, \sin BPF = \sin BF \,.\, \sin BFP;$$

& ainsi, à cause de $\sin BF = \operatorname{cos} HB = \operatorname{cos} \alpha$ & $\sin BFP = \sin \omega$, le second moment qui fait effort pour chasser l'éguille du plan vertical, sera $= Pk \operatorname{cos} \alpha \sin \omega$.

Ensuite nous avons par la trigonométrie sphérique

$$\operatorname{cos} BPF = \frac{\operatorname{cos} BF - \operatorname{cos} FP . \operatorname{cos} BP}{\sin FP . \sin BP}, \quad \text{\& de là}$$

$$\sin BP . \operatorname{cos} BPF = \frac{\operatorname{cos} BF - \operatorname{cos} FP . \operatorname{cos} BP}{\sin FP}.$$

Mais les mêmes régles donnent

$$\operatorname{cos} BP = \operatorname{cos} BFP . \sin BF . \sin FP + \operatorname{cos} BF . \operatorname{cos} FP,$$

laquelle valeur étant substituée, nous obtiendrons

$$\sin BP . \operatorname{cos} BPF = \frac{\operatorname{cos} BF}{\sin FP} - \operatorname{cos} BFP . \sin BF . \operatorname{cos} FP - \frac{\operatorname{cos} BF . \operatorname{cos} FP^2}{\sin FP},$$

ou bien $\sin BP . \operatorname{cos} BPF = \operatorname{cos} BF . \sin FP - \operatorname{cos} BFP . \sin BF . \operatorname{cos} FP$.

Puis donc que $\operatorname{cos} BF$ est $= \sin \alpha$, & $\sin BF = \operatorname{cos} \alpha$, alors $\sin FP$ est $= \operatorname{cos} \theta$; $\operatorname{cos} FP = \sin \theta$, & $\operatorname{cos} BFP = \operatorname{cos} \omega$; le moment de la force qui déprime l'éguille dans le cercle vertical, sera

$$EPF = Pk(\sin \alpha \operatorname{cos} \theta - \operatorname{cos} \omega \operatorname{cos} \alpha \sin \theta).$$

De cette maniere nous avons défini par de pures quantités connuës ce moment qui se consume tout entier à imprimer le mouvement à l'éguille.

COROLLAIRE I.

XIX. Si donc l'éguille est dans une situation horizontale OK, sur le plan vertical EKF, à cause de $\theta = 0$, son pole boréal P sera presse

pressé vers en-bas par une force dont le moment est $= Pk \sin \alpha$; c'est à dire, tout autant que si elle avoit une situation horizontale dans le méridien magnétique même.

COROLLAIRE 2.

XX. Il sera de plus facile de définir par là la situation de l'éguille dans le plan vertical EKF, où elle sera exemte de toute impulsion au mouvement de la part de la force magnétique. Ce cas arrivera si $\sin \alpha \cos \theta = \cos \omega \cos \alpha \sin \theta$, d'où l'on a $\tang \theta = \frac{\tang \alpha}{\cos \omega}$.

COROLLAIRE 3.

XXI. Si donc le petit essieu passe par le centre de gravité de l'éguille, & qu'ainsi quant à la gravité elle soit indifférente à toutes les situations dans le plan vertical EKF, à cause de la force magnétique, elle s'arrêtera dans ce plan à la situation $\alpha\beta$, tellement inclinée à l'horizon OK, que $\tang OK\beta$ soit $= \frac{\tang \alpha}{\cos \omega}$.

COROLLAIRE 4.

XXII. Cette inclinaison de l'éguille dans un plan vertical quelconque est donc plus grande, que dans le méridien magnétique même; & si le plan vertical EKF est normal au méridien magnétique, l'éguille en recevra une situation verticale, son pole boréal se tournant en-bas, si l'éguille est déprimée dans le méridien magnétique au dessous de l'horizon.

COROLLAIRE 5.

XXIII. Comme nous n'avons fait entrer dans notre formule que le cosinus de la déclinaison du plan vertical EKF du méridien magnétique, le moment de la force magnétique inclinante est le même soit que le plan vertical décline du méridien vers l'Orient ou vers l'Occident.

COROLLAIRE 6.

XXIV. Si donc l'éguille magnétique se trouve incliner également dans deux plans verticaux, il est nécessaire que ces deux plans déclinent également de part & d'autre du méridien magnétique ; & l'on pourra par conséquent connoitre par ce moyen la position du méridien magnétique.

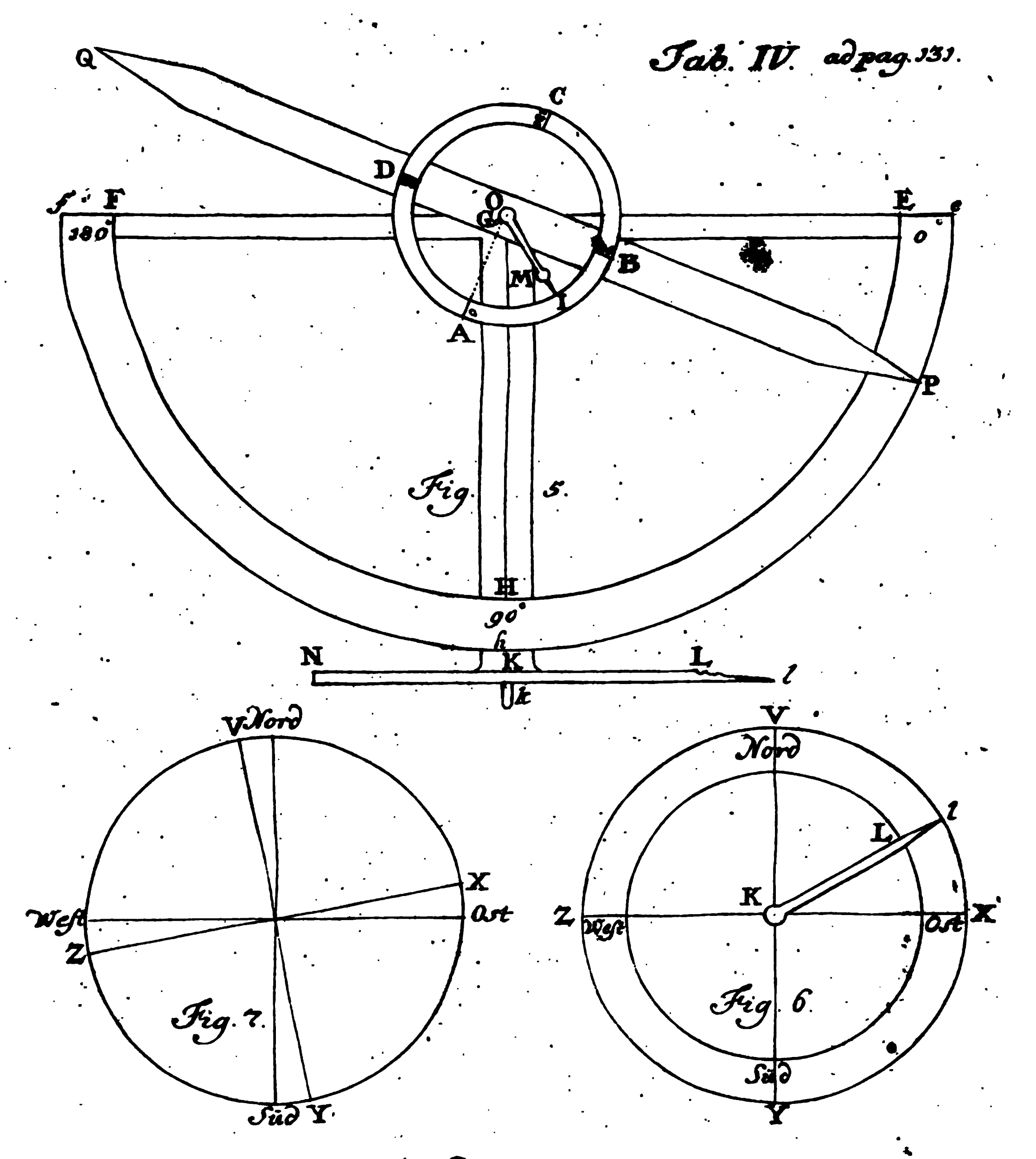
COROLLAIRE 7.

XXV. Mais, comme dans tout plan vertical se trouve, outre la force inclinante, celle qui fait effort pour appliquer l'éguille horizontalement au méridien magnétique, la suspension même de l'éguille doit soutenir l'action de cette force. Il faut donc prendre garde qu'elle ne chasse l'éguille du plan vertical où nous voulons qu'elle se meuve.

SCHOLIE.

XXVI. Des difficultés insurmontables ne permettant pas qu'on fasse des éguilles, dont le petit essieu passe exactement par le centre de gravité, en sorte que par leur moyen on puisse découvrir la véritable inclinaison magnétique dans le méridien magnétique, & observer en même tems l'inclinaison dans un cercle vertical quelconque ; notre principal soin doit être d'enseigner ici comment, par le moyen d'une éguille dressée de quelque maniere que ce soit, & dont le petit essieu ne passe pas exactement par le centre de gravité, on peut cependant faire des expériences, desquelles on soit en état de conclure d'une maniere également certaine la véritable inclinaison magnétique. Néanmoins, pour la commodité des expériences faites dans ce dessein, il y a une certaine construction requise dans ces éguilles ; & nous allons donner une explication distincte des raisons pour lesquelles elle est requise. Nous accommoderons principalement cette explication aux éguilles qui nous ont été envoyées par l'Artiste *Dieteric*, dont nous avons déjà fait mention, parce que nous nous en sommes servis pour les Expériences qui seront rapportées plus bas ; & par là nous pourrons dans la suite y faire plus aisément l'application du calcul destiné à les déveloper.

PRO-



Mem. de l'Acad. Tom. XI. pag. 214.



PROPOSITION III.

XXVII. *Exposer la construction d'une éguille magnétique, par le moyen de laquelle on puisse faire commodément les expériences nécessaires pour définir les phénomenes magnétiques.*

EXPLICATION.

Qu'on prépare avec le meilleur acier l'éguille PQ, en forme de flèche aiguë des deux côtés, dont la longueur soit d'un pied & demi, & la largeur aussi bien que l'épaisseur telles qu'il n'y ait aucune courbure à craindre. Cette éguille, après qu'elle aura été percée vers le milieu en O d'un petit trou, afin qu'on y puisse faire passer normalement le petit essieu, doit être durcie au plus haut point ; & après y avoir fait passer le petit essieu, il faut y joindre l'indice de léton OI, qui ne soit pas trop librement mobile autour, afin qu'il puisse être placé pour toute sorte de situation. Enfin, qu'on affermisse à l'éguille l'anneau de léton ABCD, dans le centre duquel doit se trouver le petit essieu O normal au plan de l'anneau, & qu'on divise son bord de la maniere accoûtumée en degrés, par lesquels on puisse connoitre la position quelconque de l'indice OI, l'indice lui-même pouvant être placé à volonté sur tous les degrés. On joint aussi à l'indice OI un petit poids OM dont il est chargé, afin que le centre commun de gravité de tout cet instrument puisse être varié comme on le juge à propos, & que la raison de cette variation soit intelligible. Alors l'éguille doit être imbuë de la vertu magnétique, à l'aide de petites barres d'acier qui en soyent fortement doüées ; après quoi elle sera toute préparée. Je prens l'extrémité P pour le pole boréal, & Q pour le pole austral ; je fais commencer la division du limbe du point A, d'où le rayon AO soit normal à la direction de l'éguille PQ, & elle continuë selon l'ordre des lettres A, B, C, D, comme la figure la représente. Qu'on fasse ensuite le demi-cercle EHF de cuivre, dont le bord soit divisé comme à l'ordinaire en degrés ; & que son diametre *ef* surpasse un peu la longueur de l'éguille PQ. Que ce demi-cercle garde toujours une situation verticale, en sorte que son diametre soit horizontal, vers

Fig. 4. Fig. 5.

 quel-

quelque côté du monde qu'on le dirige. Ensuite, qu'on le dispose de façon que le petit essieu de l'aiguille puisse être posé sur son centre O, étant normal au plan du demi-cercle, & que l'éguille puisse se mouvoir librement autour de lui sur le bord. Pour cet effet, tandis que le petit essieu repose par une de ses extrémités sur le centre O du demi-cercle, il doit y avoir devant le demi-cercle un petit poteau, qui n'est pas exprimé dans la figure, sur lequel on pose l'autre extrémité, de sorte que l'éguille ainsi suspenduë entre ce petit poteau & le demi-cercle, peut se remuer librement. Mais, afin que ce demi-cercle demeure toujours dans un plan vertical, il doit y avoir dessous un disque LN, traversé par le clou *Kk*, au moyen duquel il puisse être fiché dans le
Fig. 6. cercle horizontal fixe VXYZ, & se tourner librement sur lui de tous les côtés. Le bord de ce cercle est pareillement divisé en degrés, & porte outre cela les noms des quatre points cardinaux du Monde, *Nord*, *Est*, *Sud*, & *Ouest* ; & il faut l'affermir de maniere que le diametre Nord-Sud soit dirigé suivant le méridien magnétique. Alors le disque, ou la base du demi-cercle, a dans son plan l'indice L*l*, qui, après que le demi-cercle a été placé sur le cercle horizontal, en touchant la division de ce bord, indique perpetuellement combien le plan du demi-cercle décline du méridien magnétique. De cette sorte, si l'indice L*l* est appliqué au point du Nord, on comprend que le bord K*e* du demi-cercle regarde le Septentrion magnétique. Le cercle horizontal étant donc posé à bon droit comme fondement, si l'on met dessus un demi-cercle qui porte au centre une éguille magnétique, l'instrument se trouvera pourvu de tout ce qui est nécessaire pour faire des Expériences dans quelque genre que ce soit. Car premièrement, on peut tourner à son grè de tous côtés le plan vertical du demi-cercle dans lequel l'éguille est mobile ; & ensuite, par le moyen de l'indice OMI, on peut aussi varier à volonté l'état de l'éguille magnétique par rapport au centre de gravité.

SCHOLIE I.

XXVIII. Les Expériences qui peuvent être faites par le moyen de cet Instrument, consistent en ce que l'indice de l'éguille OMI

ayant

ayant été posé sur un certain degré du bord ABCD, & le demi-cercle ayant été placé en même tems à un certain angle de déclinaison du méridien magnétique, on observe quelle est l'inclinaison vers le bord du demi-cercle, lorsque l'éguille se trouve en équilibre. Dans chaque Expérience donc deux choses seront connuës, sçavoir premièrement la déclinaison du demi-cercle du méridien magnétique, qui est indiquée par l'angle VK*l* sur le bord horizontal du cercle; & nous avons auparavant designé cet angle par la lettre ω. Ensuite la situation de l'indice OMI, dont l'éguille même est pourvuë, est aussi donnée; & elle est définie par l'angle AOI depuis le commencement de la division A sur le bord ABCD. Posons donc cet angle AOI $= \eta$. Ces deux angles ω & η étant ainsi donnés, l'Expérience montrera l'inclinaison de l'éguille, ou la situation POQ, dans laquelle elle est ramenée à l'équilibre; donc cette inclinaison sera définie sur le bord du demi-cercle par l'angle EOP, que nous avons marqué ci-dessus par la lettre θ: & de cette maniere chaque Expérience pour les deux angles ω & η donnés fournira l'angle θ. Mais, comme cet angle θ dépend non seulement des angles ω & η, mais surtout de la nature de l'éguille, c'est à dire, de son centre de gravité, & du poids, ou de la masse, ensuite du petit poids de l'indice OMI, & de son centre de gravité propre; en troisième lieu de la direction magnétique, dont l'inclinaison au dessous de l'horizon a été désignée ci-dessus par l'angle α, & en quatrième lieu, de la force magnétique même dont l'éguille est imprégnée, qui a été indiquée plus haut absolument par le moment P*k*; si l'on fait plusieurs de ces Expériences, on pourra en déduire par le calcul toutes ces choses qui étoient encore inconnuës. Ainsi on sera en droit d'en conclurre, non seulement la vraye inclinaison magnétique α, mais aussi la quantité de la force magnétique de l'éguille même, avec sa nature, ou l'aberration du petit essieu à l'égard du centre de gravité: ce qui n'étend pas médiocrement les connoissances que nous possédions sur ce sujet.

SCHOLIE 2.

XXIX. Pour rappeller donc au calcul les autres choſes, que nous avons laiſſé comme inconnuës, ſoit, en ôtant le premier l'indice OMI, le poids de l'éguille avec le petit eſſieu & l'anneau de léton $= A$, qu'on pourroit aiſément regarder comme connu ; mais, parce que dans le calcul il eſt joint conſtamment aux autres élémens, il importe peu qu'on le prenne pour connu, ou non. Enſuite, ſoit le centre de gravité de ce même poids compoſé de l'éguille, du petit eſſieu, & de l'anneau ABCD, en G diſtant de l'axe du mouvement O de l'intervalle $OG = g$, lequel pouvant très difficilement être anéanti, qu'il ſoit au moins extrèmement petit, ce qui peut aiſément avoir lieu. De plus, en y joignant la droite OG, qu'il décline de la droite OA de l'angle $AOG = g$; & l'éguille pourroit aiſément être miſe en équilibre, de façon que le point G tomberoit ſur la droite OA : mais, pour ne pas trop exiger de l'induſtrie de l'ouvrier, ayons auſſi égard à cette déclinaiſon $AOG = \gamma$, quoique cela rende le calcul un peu plus compliqué. Enſuite, ſoit le poids de l'indice OMI, mobile autour du petit eſſieu de l'éguille $= M$, le centre de gravité en M ; & ſa diſtance de l'axe du mouvement, $OM = d$. Ce ſont donc là les quantités, qui appartiennent à la fabrique de l'éguille même, & qu'on eſt en état de définir par les Expériences ſusdites ; mais, quant aux conſéquences qui peuvent en être déduites pour connoître la force magnétique, elles ſe rapportent premièrement à l'inclinaiſon magnétique naturelle, dont la dépreſſion au deſſous de l'horizon eſt exprimée par l'angle α, & enſuite à la quantité de la force magnétique dont l'éguille eſt imbuë, pour la meſure de laquelle on peut prendre le moment abſolu Pk. Or il eſt clair, qu'en faiſant bien les expériences, & au cas que notre Théorie ſoit conforme à la vérité, quelle que ſoit la ſtructure de l'aiguille, & ſoit qu'elle poſſede plus ou moins de vertu magnétique, il doit en réſulter toujours la même inclinaiſon magnétique pour le même lieu & pour le même tems. De là même on pourra auſſi inférer, ſi la Théorie eſt d'accord avec la vérité, ou non ; ſurtout en faiſant de ſemblables Expériences avec différentes éguilles.

SCHO-

SCHOLIE 3.

XXX. Ces Expériences peuvent auſſi être faites avec la même éguille avant qu'elle ſoit imprégnée de la vertu magnétique ; & dans ce cas la déclinaiſon du demi-cercle du méridien magnétique n'entrera pas dans le calcul. Pourvû donc que le demi-cercle ſoit dans une ſituation verticale, qu'on recherche pour toutes les poſitions de l'indice OMI la ſituation d'équilibre de l'éguille ou ſon inclinaiſon EOP au deſſous de l'horizon. Poſons donc, ayant pris l'angle AOI $= \eta$, qu'on obſerve l'angle EOP $= \zeta$, qui, après que l'éguille aura reçu la vertu magnétique, ſera $= \theta$, de ſorte qu'alors la différence des angles ζ & θ doive être attribuée à l'action de la force magnétique, laquelle différence, lorsqu'elle ſe trouvera nulle, on peut eſtimer que la ſituation de l'éguille s'accorde avec la ſituation naturelle que la force magnétique affecte ; & ſi cela arrive dans le méridien magnétique même, les inclinaiſons conſpirantes ζ & θ déclareront la vraye inclinaiſon magnétique. Comme cette manieré n'exige aucun calcul, elle eſt très remarquable, & cela d'autant plus qu'elle ne dépend d'aucune théorie ; c'eſt auſſi celle que l'habile Artiſte *Dieteric* s'eſt principalement propoſé de ſuivre dans ſa conſtruction des éguilles. Si donc nous voulons nous en ſervir, il eſt néceſſaire, avant que de donner la force magnétique aux éguilles, de faire des Expériences pour découvrir tous les angles η de l'angle ζ, & les noter dans une Table ; ou auſſi, comme l'a fait l'Inventeur, ces angles ζ peuvent être marqués ſur le bord au lieu de la diviſion accoûtumée. Mais, comme l'éguille ne ſe trouve presque jamais dans un état où elle ſoit entièrement deſtituée de force magnétique, il ſera plus ſûr de détourner ſon attention de ces angles ζ, & de procéder uniquement dans nos recherches par des Expériences faites ſur une éguille déjà imbuë de la force magnétique. Expoſons cependant auparavant la methode de trouver les angles ζ ; & nous accommoderons ce calcul aux éguilles magnétiques.

PRO-

PROPOSITION IV.

XXXI. *Si l'éguille est destituée de toute force magnétique, définir pour une situation quelconque de l'indice* OMI, *la situation d'équilibre à laquelle l'éguille s'arrêtera.* Fig. 5.

SOLUTION.

L'angle AOI $= \eta$ étant donc donné, on doit trouver l'angle EOP $= \zeta$, afin que l'éguille soit en équilibre. Or, la droite OA étant normale à la direction de l'éguille PQ, & la droite OH verticale par l'hypothese, on aura l'angle AOH $= \zeta$, & HOI $= \eta - \zeta$. Ensuite, à cause de l'angle AOG $= \gamma$, HOG sera $= \zeta + \gamma$, d'où naîtra du propre poids A de l'éguille le moment propre à tourner l'éguille vers la région PE $= Ag \sin(\zeta + \gamma)$; mais le petit poids de l'indice M fournira le moment pour la region opposée $= Md \sin(\eta - \zeta)$. C'est pourquoi, comme l'éguille est en équilibre, & qu'on ne suppose pas qu'elle soit sollicitée par aucune autre force, nous aurons cette équation

$$Ag \sin(\zeta + \gamma) = Md \sin(\eta - \zeta),$$

qui en résolvant les sinus des angles se change en celle-ci

$$Ag \sin\zeta . \cos\gamma + Ag \cos\zeta . \sin\gamma = Md \sin\eta . \cos\zeta - Md \cos\eta . \sin\zeta,$$

d'où l'on tire
$$\tang\zeta = \frac{Md \sin\eta - Ag \sin\gamma}{Ag \cos\gamma + Md \cos\eta}.$$

COROLLAIRE I.

XXXII. On pourroit donc définir *à priori* pour un angle quelconque AOI $= \eta$, ou pour la situation de l'indice OMI, la situation d'équilibre de l'éguille qui y répond, ou l'angle EOP $= \zeta$, si premièrement l'on étoit assuré de l'angle γ, & ensuite de la raison d'Ag à Md. Car, en posant $\frac{Ag}{Md} = m$, on aura

$$\tang\zeta = \frac{\sin\eta - m \sin\gamma}{\cos\eta + m \cos\gamma},$$

où

où l'on doit noter, que si tang ζ se trouve négatif, l'angle EOP devient négatif, & l'extrémité de l'éguille P s'éleve au dessus de la droite horizontale FE.

COROLLAIRE 2.

XXXIII. Si le petit essieu O passoit par le centre même de gravité G, en sorte que OG fut $= g = 0$, alors tang ζ seroit $=$ tang η, par conséquent $\zeta = \eta$. C'est à dire que dans l'équilibre l'indice OMI tiendroit toujours la situation verticale.

COROLLAIRE 3.

XXXIV. Mais, de quelque maniere que le centre de gravité s'écarte du petit essieu O, deux Expériences suffisent pour définir les quantités m & γ, & dès que celles-ci seront connues, les angles répondans pour tous les autres angles η pourront être déterminés par le seul calcul.

EXEMPLE.

XXXV. Supposons qu'on fasse quatre Expériences, par lesquelles l'indice OMI soit placé dans quatre points principaux du bord, A, B, C, D: sçavoir

si l'on pose		être observé	on aura
I.	$\eta = 0°$	$\zeta = \mathfrak{A}$	$\tang \mathfrak{A} = \frac{-m \sin \gamma}{1 + m \cos \gamma}$
II.	$\eta = 90°$	$\zeta = \mathfrak{B}$	$\tang \mathfrak{B} = \frac{1 - m \sin \gamma}{m \cos \gamma}$
III.	$\eta = 180°$	$\zeta = \mathfrak{C}$	$\tang \mathfrak{C} = \frac{-m \sin \gamma}{-1 + m \cos \gamma}$
IV.	$\eta = 270°$	$\zeta = \mathfrak{D}$	$\tang \mathfrak{D} = \frac{-1 - m \sin \gamma}{m \cos \gamma}$

Et de deux quelconques on pourra définir tant le nombre m que l'angle γ: car du premier & du troisième nous tirerons

$\cot \mathfrak{A} + \cot \mathfrak{C} = \frac{2m\cos\gamma}{-m\sin\gamma} = -2\cot\gamma . \cot \mathfrak{A} - \cot \mathfrak{C} = \frac{2}{-m\sin\gamma}$,

ou bien $m = \frac{2}{(\cot \mathfrak{C} - \cot \mathfrak{A})\sin\gamma}$; & du ſecond & du quatrième,

$\tang \mathfrak{B} + \tang \mathfrak{D} = \frac{-2m\sin\gamma}{m\cos\gamma} = -2\tang\gamma : \tang \mathfrak{B} - \tang \mathfrak{D} = \frac{2}{m\cos\gamma}$,

ou $m = \frac{2}{(\tang \mathfrak{B} - \tang \mathfrak{D})\cos\gamma}$.

On pourra donc trouver par là de deux manieres l'angle γ, ſçavoir,

$\tang\gamma = \frac{-2}{\cot \mathfrak{A} + \cot \mathfrak{C}}$, & $\tang\gamma = \frac{-\tang \mathfrak{B} - \tang \mathfrak{D}}{2}$,

& enſuite auſſi de deux manieres le nombre m ſçavoir :

$m = \frac{2}{(\cot \mathfrak{C} - \cot \mathfrak{A})\sin\gamma}$, & $m = \frac{2}{(\tang \mathfrak{B} - \tang \mathfrak{D})\cos\gamma}$,

leſquelles deux valeurs doivent conſpirer, ſi les Expériences ont été faites avec tout le ſoin poſſible : mais ſi l'on remarque quelque legère différence, ce qui arrive pour l'ordinaire, en prenant un terme moyen, on approchera davantage de la vérité.

SCHOLIE.

XXXVI. De deux Expériences quelconques on pourra déduire le nombre m avec l'angle γ, de cette maniere,

ſi l'on prend	ſoit obſervé	& l'on aura
I. $\eta = \mathfrak{e}$	$\zeta = \mathfrak{E}$	$\tang \mathfrak{E} = \frac{\sin \mathfrak{e} - m\sin\gamma}{\cos \mathfrak{e} + m\cos\gamma}$
II. $\eta = \mathfrak{f}$	$\zeta = \mathfrak{F}$	$\tang \mathfrak{F} = \frac{\sin \mathfrak{f} - m\sin\gamma}{\cos \mathfrak{f} + m\cos\gamma}$

Qu'on

Qu'on tire donc de là les quantités m sin γ & m cos γ, qui se produiront

$$m \sin\gamma = \frac{\sin\mathfrak{f}.\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{E} - \sin\mathfrak{e}.\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{F} + (\cos\mathfrak{e} - \cos\mathfrak{f})\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{E}.\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{F}}{\mathrm{tang}\,\mathfrak{E} - \mathrm{tang}\,\mathfrak{F}}$$

$$m \cos\gamma = \frac{\sin\mathfrak{e} - \sin\mathfrak{f} + \cos\mathfrak{f}.\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{F} - \cos\mathfrak{e}.\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{E}}{\mathrm{tang}\,\mathfrak{E} - \mathrm{tang}\,\mathfrak{F}}.$$

Que si l'on a fait deux Expériences en vertu desquelles $\mathfrak{E}$ soit $= 0°$ & $\mathfrak{F} = 90°$, on aura $m \sin\gamma = \sin\mathfrak{e}$, & $m \cos\gamma = -\cos\mathfrak{f}$, & par conséquent $\mathrm{tang}\,\gamma = -\frac{\sin\mathfrak{e}}{\cos\mathfrak{f}}$, & $m = \sqrt{(\sin\mathfrak{e}^2 + \cos\mathfrak{f}^2)}$. Et les angles $\mathfrak{e}$ & $\mathfrak{f}$ étant une fois observés, on aura pour tous les autres

$$\mathrm{tang}\,\zeta = \frac{\sin\eta - \sin\mathfrak{e}}{\cos\eta - \cos\mathfrak{f}} = -\frac{\cos\frac{\eta+\mathfrak{e}}{2}.\,\sin\frac{\eta-\mathfrak{e}}{2}}{\sin\frac{\eta+\mathfrak{f}}{2}.\,\sin\frac{\eta-\mathfrak{f}}{2}}.$$

Il seroit à la vérité facile de gouverner l'éguille de façon que l'angle γ évanouïroit, & que l'éguille seroit dans une situation horizontale, l'indice OI étant placé en A, dans lequel cas notre formule deviendroit sans contredit plus simple.

Mais il faut observer de plus qu'on prend ici une éguille entièrement exempte de toute vertu magnétique ; car, si elle en avoit tant soit peu, toutes ces Expériences pourroient induire en erreur. C'est pourquoi il est expédient de ne pas même fonder nos recherches sur cette hypothese capable de tromper ; mais, quoique l'angle γ paroisse évanouïr, quand on fait des Expériences avant que l'éguille soit imbuë de la vertu magnétique, il faut pourtant le retenir comme inconnu dans le calcul, afin qu'il puisse être finalement déterminé avec les autres élemens inconnus, par le moyen des Expériences qui se font après l'introduction de la vertu magnétique.

PROPOSITION V.

XXXVII. *Un cercle vertical étant donné, dans lequel l'éguille magnétique est mobile, & son indice* OMI *étant placé à un degré donné du bord, définir l'inclinaison* EOP, *par laquelle l'éguille se trouvera en équilibre.*

SOLUTION.

Premièrement donc est donnée la déclinaison du plan vertical dans lequel l'éguille est mobile, du méridien magnétique, ou l'angle VKL dans la Fig. 6. qui soit $= \omega$. Ensuite, pour l'indice de l'éguille est donné (Fig. 5.) l'angle AOI $= \eta$; après quoi, pour ce qui regarde la fabrique de l'éguille, soit son centre de gravité en G, & l'angle AOG $= \gamma$. Qu'on pose de plus le poids de l'éguille $=$ A, l'intervalle OG $= g$, le poids de l'indice OMI $=$ M, & son éloignement du centre de gravité M de l'axe du mouvement OM $= d$. Enfin, que l'éguille soit imbuë d'une force magnétique, par laquelle son moment absolu soit $= Pk$, moment par le quel elle seroit pressée vers la direction magnétique, si elle en étoit distante d'un angle droit. Ces élémens étant ainsi considérés comme connus, soit l'inclinaison de l'éguille qui est en équilibre, ou l'angle EOP $= \theta$, qu'il faut trouver.

Comme à présent la droite OE est horizontale, & OH verticale, l'angle AOH sera $= \theta$, l'angle GOH $= \theta + \gamma$, & l'angle HOI $= \eta - \theta$: de là donc en vertu du poids de l'éguille naît le moment qui pousse l'éguille en haut $= Ag \sin(\theta + \gamma)$; mais le petit poids de l'indice donne le moment dépriment $= Md \sin(\eta - \theta)$. Or de la force magnétique procede, comme nous l'avons trouvé ci-dessus §. XVIII. le moment qui fait effort pour déprimer l'éguille dans le vertical proposé $= Pk(\sin\alpha . \cos\theta - \cos\omega . \cos\alpha \sin\theta)$, où α est l'inclinaison naturelle magnétique. Ces forces donc, par lesquelles l'éguille est sollicitée, étant trouvées, comme l'éguille dans la situation POQ est en équilibre, nous aurons cette équation

$$Ag \sin(\theta + \gamma) = Md \sin(\eta - \theta) + Pk(\sin\alpha . \cos\theta - \cos\omega . \cos\alpha . \sin\theta).$$

Divi-

Divisons d'abord cette équation par Md, & posons pour abréger

$$\frac{Ag}{Md} = m \quad \& \quad \frac{Pk}{Md} = n,$$

après quoi faisons la résolution des sinus des angles composés $\theta + \gamma$ & $\eta - \theta$, afin d'obtenir cette équation

$$m \sin\theta.\cos\gamma + m\cos\theta.\sin\gamma = \sin\eta.\cos\theta - \cos\eta.\sin\theta$$
$$+ n\sin\alpha.\cos\theta - \cos\omega.\cos\alpha.\sin\theta\ ;$$

de laquelle nous tirerons aussi-tôt

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\omega}.$$

COROLLAIRE I.

XXXVIII. Si donc l'éguille est mobile dans le méridien magnétique même, ou que (comme fig. 6.) l'indice Kl soit placé au *Nord*, à cause de $\omega = 0$, on aura

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma + n\cos\alpha},$$

mais, si l'indice Kl est mis au *Sud*, on aura

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma - n\cos\alpha}.$$

COROLLAIRE 2.

XXXIX. En plaçant l'indice à l'*Est*, ou à l'*Ouest*, il en résulte la même inclinaison de l'éguille

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma}$$

En général l'inclinaison de l'éguille sera la même, si le plan vertical décline également de part & d'autre du méridien magnétique.

COROLLAIRE 3.

XL. Pour les principales poſitions de l'indice OMI, l'inclinaiſon θ ſera de la maniere ſuivante :

I. ſi $\eta = 0$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{-m \sin\gamma + n \sin\alpha}{1 + m \cos\gamma + n \cos\alpha \cos\omega}$

II. ſi $\eta = 90°$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{1 - m \sin\gamma + n \sin\alpha}{m \cos\gamma + n \cos\alpha \cos\omega}$

III. ſi $\eta = 180°$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{-m \sin\gamma + n \sin\alpha}{-1 + m \cos\gamma + n \cos\alpha \cos\omega}$

IV. ſi $\eta = 270°$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{-1 - m \sin\gamma + n \sin\alpha}{m \cos\gamma + n \cos\alpha \cos\omega}$

COROLLAIRE 4.

XLI. Si le nombre $n = \frac{Pk}{Md}$ évanouïſſoit, dans toute ſituation verticale la même inclinaiſon de l'éguille répondroit au même angle AOI $= \eta$, & l'on ne pourroit en rien conclurre au ſujet de la vraye inclinaiſon. Ainſi, pour éviter que cela n'arrive, le moment de l'indice Md ne doit pas être trop grand par rapport au moment de la force magnétique abſoluë Pk.

COROLLAIRE 5.

XLII. Le même inconvénient auroit lieu, ſi le nombre $m = \frac{Ag}{Md}$ excédoit ſi énormement l'unité, que le nombre n fut trés petit à ſon égard. C'eſt pour prévenir ce cas que le moment Ag doit être le plus petit qu'il ſoit poſſible, c'eſt à dire, que le petit eſſieu O doit s'écarter du centre de gravité de l'éguille G le moins qu'il ſe peut.

SCHOLIE.

XLIII. Afin donc de rendre une éguille tout à fait propre aux recherches qu'on ſe propoſe ici, les régles ſuivantes doivent être ob-

ſer-

servées dans sa construction. D'abord qu'on fasse une éguille assez longue, afin que les degrés marqués au bord du demi-cercle deviennent plus grands, & que l'on puisse connoitre plus exactement une inclinaison quelconque de l'éguille ; ensuite qu'on donne à l'éguille la largeur & l'épaisseur dont elle a besoin pour recevoir une force magnétique considérable ; sur quoi il faut consulter l'expérience. En second lieu, on doit tâcher de faire passer le petit essieu O aussi près du centre de gravité qu'il sera possible, & le placer dans la plus grande exactitude normalement à la longueur de l'éguille. En troisième lieu, on joint à l'indice un poids tel, que si la distance de son centre de gravité de l'axe de mouvement cause une multiplication, le produit n'en soit, ni notablement moindre, que celui qui est donné par le poids de l'éguille & la distance de son centre de gravité de l'axe de mouvement, ni pourtant notablement plus grand que le moment absolu de la force magnétique ; c'est à dire qu'il est nécessaire, que la fraction $m = \frac{Ag}{Md}$ ne soit pas trop grande, ni la fraction $n = \frac{Pk}{Md}$ trop petite. Ensuite il est clair de soi-même, que l'éguille doit reposer sur le demi-cercle de façon que le petit essieu passe précisément par son centre, & soit en même tems normal à son plan, afin qu'il puisse tourner en parfaite liberté, & ne rencontre aucune friction. Si l'on fabrique une éguille avec tout le soin possible conformément à ces régles, & que le demi-cercle soit placé sur la base circulaire, de façon que, de quelque côté qu'il se tourne, le diametre EF demeure horizontal ; alors la machine entiere sera disposée d'une maniere convenable aux Expériences, qui consistent en ceci : c'est que, pour un plan vertical quelconque, dans lequel le demi-cercle tourne avec l'éguille, & pour une situation quelconque de l'indice, ou pour l'angle AOI $= \eta$, on définisse l'inclinaison de l'éguille par la division du bord du demi-cercle. Mais, avant que de voir si l'on peut tirer aucune conclusion de semblables Expériences, il conviendra d'examiner quelques rélations générales qui ont lieu entr'el-

trelles ; car il y a en effet entre ces Expériences une telle rélation que, quand on en a fait un certain nombre, on peut ensuite d'après elles définir par la seule théorie l'événement de toutes celles qui peuvent encore être faites ; de sorte qu'il seroit superflu de passer outre, de nouvelles Expériences ne pouvant plus mener à des conclusions ultérieures.

PROPOSITION VI.

XLIV. *Le demi-cercle ayant été affermi dans un plan vertical quelconque, si l'on a observé l'inclinaison de son éguille pour deux positions de l'indice, elles suffisent pour mettre en état d'assigner l'inclinaison pour une autre situation quelconque de l'indice.*

DÉMONSTRATION.

L'angle de déclinaison $VKl = \omega$ demeurant le même, supposons que deux Expériences ayent été faites, & que

en prenant l'angle	on ait observé l'inclinaison	& à cause de cela on aura
I. $\eta = e$	$\theta = \mathfrak{E}$	$\text{tang}\, \mathfrak{E} = \dfrac{\sin e - m \sin \gamma + n \sin \alpha}{\cos e + m \cos \gamma + n \cos \alpha \cos \omega}$
II. $\eta = f$	$\theta = \mathfrak{F}$	$\text{tang}\, \mathfrak{F} = \dfrac{\sin f - m \sin \gamma + n \sin \alpha}{\cos f + m \cos \gamma + n \cos \alpha \cos \omega}$

On tire donc delà

$$\text{tang}\, \mathfrak{E} (\cos e + m \cos \gamma + n \cos \alpha . \cos \omega) - \sin e = - m \sin \gamma + n \sin \alpha$$

$$\text{tang}\, \mathfrak{F} (\cos f + m \cos \gamma + n \cos \alpha . \cos \omega) - \sin f = - m \sin \gamma + n \sin \alpha$$

$$m \cos \gamma + n \cos \alpha \cos \omega = \frac{\sin e - \sin f - \cos e \,\text{tang}\, \mathfrak{E} + \cos f \,\text{tang}\, \mathfrak{F}}{\text{tang}\, \mathfrak{E} - \text{tang}\, \mathfrak{F}}$$

$$- m \sin \gamma + n \sin \alpha = \frac{\sin e . \text{tag}\, \mathfrak{F} - \sin f . \text{tag}\, \mathfrak{E} - (\text{cs}\, e - \text{cs}\, f)\, \text{tag}\, \mathfrak{E} . \text{tag}\, \mathfrak{F}}{\text{tang}\, \mathfrak{E} - \text{tang}\, \mathfrak{F}}$$

On

On connoit donc par les seuls quatre angles $e, \mathfrak{E}, f, \mathfrak{F}$, les valeurs des formules $-m \sin\gamma + e \sin\alpha$, & $m \cos\gamma + n \cos\alpha . \cos\omega$. C'est pourquoi si nous posons pour abréger

$$-m \sin\gamma + n \sin\alpha = E, \quad \& \quad m \cos\gamma + n \cos\alpha . \cos\omega = F$$

où E & F seront des nombres connus ; pour l'angle AOI quelconque η l'éguille s'inclinera à l'angle $EOP = \theta$, de sorte que tang θ soit $= \frac{\sin\eta + E}{\cos\eta + F}$, pourvû que l'on conserve la même déclinaison ω du plan vertical, qui avoit été prise en faisant ces deux Expériences.

COROLLAIRE I.

XLV. Les formules trouvées par la composition des sinus & des cosinus pourront être renduës plus simples, de façon que soit

$$-m \sin\gamma + n \sin\alpha = E = \frac{\sin(e - \mathfrak{E}) \sin\mathfrak{F} - \sin(f - \mathfrak{F}) \sin\mathfrak{E}}{\sin(\mathfrak{E} - \mathfrak{F})}$$

$$m \cos\gamma + n \cos\alpha . \cos\omega = F = \frac{\sin(e - \mathfrak{E}) \cos\mathfrak{F} - \sin(f - \mathfrak{F}) \cos\mathfrak{E}}{\sin(\mathfrak{E} - \mathfrak{F})}$$

ce qui étant trouvé, on aura tang $\theta = \frac{\sin\eta + E}{\cos\eta + F}$.

COROLLAIRE 2.

XLVI. Si l'on fait deux autres Expériences semblables pour la même déclinaison ω, les valeurs des mêmes quantités E & F peuvent être trouvées de plusieurs manieres ; & si elles ne sont pas parfaitement d'accord entr'elles, il faut l'attribuer à quelque erreur des Expériences mêmes ; mais si l'on prend des termes moyens entre plusieurs de ces valeurs, ils pourroient être regardés comme les vrayes valeurs des quantités E & F.

COROLLAIRE 3.

XLVII. Mais, afin que l'erreur commise dans les Expériences ait le moins d'influence qu'il sera possible, il conviendra d'attribuer à l'in-

l'indice deux situations telles, que les inclinaisons qui en naissent diffèrent extrêmement ce qui arrivera à peu près, si l'on prend $\mathfrak{e} = 90°$ & $\mathfrak{f} = 270°$; alors on aura

$$E = \frac{\cos\mathfrak{E}.\sin\mathfrak{F} + \sin\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})} = \frac{\sin(\mathfrak{E}+\mathfrak{F})}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})}$$

$$F = \frac{\cos\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F} + \cos\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})} = \frac{2\cos\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})}.$$

COROLLAIRE 4.

XLVIII. Ces deux nombres E & F ayant été déterminés avec toute l'exactitude possible, il en résultera pour la connoissance de l'éguille & de la force magnétique, que

$$m = \frac{F\sin\alpha - E\cos\alpha.\cos\omega}{\sin\alpha.\cos\gamma + \cos\alpha.\sin\gamma.\cos\omega};\quad n = \frac{E\cos\gamma + F\sin\gamma}{\sin\alpha.\cos\gamma + \cos\alpha.\sin\gamma.\cos\omega}.$$

PROPOSITION VII.

XLIX. *L'indice* OMI *demeurant immobile, si l'inclinaison de l'éguille a été observée pour deux plans verticaux, on peut déterminer par là au moyen du seul calcul l'inclinaison de l'éguille pour un autre plan vertical quelconque.*

DÉMONSTRATION.

Que l'angle AOI demeure donc $= \eta$, & que pour deux plans verticaux différens, ou pour deux angles ω, on observe l'inclinaison de l'éguille magnetique, de façon que

l'angle ω étant posé	soit	on aura
I. $\omega = \mu$	$\theta = \mathfrak{M}$	$\tan\mathfrak{M} = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\mu}$
II. $\omega = \nu$	$\theta = \mathfrak{N}$	$\tan\mathfrak{N} = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\nu}$

Com-

Comme donc il se fait de là

$$\text{tang}\,\mathfrak{M}(\text{cs}\,\eta + m\,\text{cs}\,\gamma + n\,\text{cs}\,\alpha.\text{cs}\,\mu) = \text{tg}\,\mathfrak{N}(\text{cs}\,\eta + m\,\text{cs}\,\gamma + n\,\text{cs}\,\alpha\,\text{cs}\,\nu)$$

on aura $\cos\eta + m\cos\gamma = \frac{n\cos\alpha\,(\cos\mu.\,\text{tang}\,\mathfrak{M} - \cos\nu.\,\text{tang}\,\mathfrak{N})}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}}$

& $\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha = \frac{n\cos\alpha\,(\cos\mu - \cos\nu)\,\text{tang}\,\mathfrak{M}.\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}}$

Qu'on pose pour abréger

$$G = \frac{\cos\mu.\,\text{tang}\,\mathfrak{M} - \cos\nu.\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}} \;\&\; H = \frac{(\cos\mu - \cos\nu)\,\text{tang}\,\mathfrak{M}\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}},$$

afin d'avoir

$\cos\eta + m\cos\gamma = nG\cos\alpha$, & $\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha = nH\cos\alpha$

&, pour une autre déclinaison quelconque, ou pour l'angle $VKl = \omega$, l'inclinaison de l'éguille θ aura lieu de façon que soit

$$\text{tang}\;\theta = \frac{H}{G + \cos\omega},$$

pourvû que l'angle AOI demeure le même qui a été employé dans ces deux Expériences. Mais, parce que les Expériences données font connoitre les nombres G & H par les angles μ, ν, & $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, on pourra de là, par le moyen de cette formule, assigner l'inclinaison de l'éguille pour un angle quelconque ω.

COROLLAIRE I.

L. Mais la détermination de ces nombres G & H sera d'autant plus certaine, que les angles $\mathfrak{M}$ & $\mathfrak{N}$ différeront plus entr'eux. Or, comme les déclinaisons $\omega = +\mu$ & $\omega = -\mu$ fournissent des inclinaisons semblables, la plus grande différence se trouvera entre les angles $\mathfrak{M}$ & $\mathfrak{N}$, si l'on prend $\mu = 0$ & $\nu = 180^\circ$ afin que $\cos\mu$ soit $= 1$ & $\cos\nu = -1$.

COROLLAIRE 2.

LI. Prenons donc $\mu = 0$ & $\nu = 180°$, & nous aurons

$$G = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{M} + \text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}} = \frac{\cos\eta + m\cos\gamma}{n\cos\alpha}$$

$$H = \frac{2\,\text{tang}\,\mathfrak{M}.\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}} = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{n\cos\alpha}.$$

Nous obtiendrons de plus des nombres G & H

$$m = \frac{G\sin\eta - H\cos\eta + \cos\eta\,\text{tang}\,\alpha}{H\cos\gamma + G\sin\gamma - \cos\gamma.\,\text{tang}\,\alpha}$$

$$n = \frac{1}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin(\eta - \gamma)}{H\cos\gamma - G\sin\gamma - \cos\gamma.\,\text{tang}\,\alpha}$$

PROPOSITION VIII.

LII. *Faire trois Expériences, au moyen desquelles on puisse ensuite définir l'inclinaison de l'éguille* EOP $= \theta$, *tant pour une situation quelconque de l'indice de l'éguille ou pour l'angle* AOI $= \eta$, *que pour une déclinaison quelconque du plan vertical, ou pour l'angle* VK$l = \omega$.

SOLUTION.

On comprend par les Propositions précedentes que ce problème peut se résoudre, si dans les trois Expériences à faire, il y en a deux qui ayent l'angle ω commun, & deux qui ayent l'angle η commun. Supposons donc qu'on fasse les Expériences suivantes.

Soit posé	soit observé	
I. $\eta = e$ & $\omega = \mu$	$\theta = \mathfrak{A}$	$\text{tang}\,\mathfrak{A} = \frac{\sin e - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos e + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\mu}$
II. $\eta = e$ & $\omega = \nu$	$\theta = \mathfrak{B}$	$\text{tang}\,\mathfrak{B} = \frac{\sin e - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos e + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\nu}$
III. $\eta = f$ & $\omega = \nu$	$\theta = \mathfrak{C}$	$\text{tang}\,\mathfrak{C} = \frac{\sin f - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos f + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\nu}$

De

De ces équations on tirera premièrement :

$$n \cos\alpha = \frac{(\tan\mathfrak{A} - \tan\mathfrak{B})\,(\sin e - \sin f + (\cos f - \cos e)\tan\mathfrak{C})}{(\cos\nu - \cos\mu)\tan\mathfrak{A}\,(\tan\mathfrak{B} - \tan\mathfrak{C})}.$$

secondement :

$$m\cos\gamma = \frac{(\cos\nu.\,\mathrm{tg}\,\mathfrak{B} - \cos\mu.\,\mathrm{tg}\,\mathfrak{A})(\sin e - \sin f + (\cos f - \cos e)\mathrm{tg}\,\mathfrak{C})}{(\cos\nu - \cos\mu)\tan\mathfrak{A}\,(\tan\mathfrak{B} - \tan\mathfrak{C})} - \cos e$$

troisièmement :

$$-m\sin\gamma + n\sin\alpha = \frac{\tan\mathfrak{B}(\sin e - \sin f + (\cos f - \cos e)\tan\mathfrak{C})}{\tan\mathfrak{B} - \tan\mathfrak{C}} - \sin e$$

Posons donc pour abréger

$$\frac{(\tan\mathfrak{A} - \tan\mathfrak{B})(\sin e - \sin f + (\cos f - \cos e)\tan\mathfrak{C})}{(\cos\nu - \cos\mu)\tan\mathfrak{A}\,(\tan\mathfrak{B} - \tan\mathfrak{C})} = E$$

$$\frac{(\cos\nu.\tan\mathfrak{B} - \cos\mu.\tan\mathfrak{A})(\sin e - \sin f + (\cos f - \cos e)\tan\mathfrak{C})}{(\cos\nu - \cos\mu)\tan\mathfrak{A}\,(\tan\mathfrak{B} - \tan\mathfrak{C})} - \cos e = F$$

$$\frac{\tan\mathfrak{B}\,(\sin e - \sin f + (\cos f - \cos e)\tan\mathfrak{C})}{\tan\mathfrak{B} - \tan\mathfrak{C}} - \sin e = G$$

afin que soit

$n\cos\alpha = E$: $m\cos\gamma = F$: $-m\sin\gamma + n\sin\alpha = G$:

A' présent, si la situation de l'éguille OMI est quelconque, ou l'angle AOI $= \eta$ & que la déclinaison du plan vertical dans lequel l'éguille est mobile, soit aussi quelconque, ou l'angle VK$l = \omega$, l'inclinaison de l'éguille, ou l'angle EOP $= \theta$; où l'éguille se trouvera en équilibre, on définira en sorte que soit

$$\tan\theta = \frac{\sin\eta + G}{\cos\eta + F + E\cos\omega}$$

Les nombres E, F, & G, étant donc connus par trois Expériences, cette détermination ne demande plus d'autres élémens.

COROLLAIRE 1.

LIII. Après donc que ces trois Expériences ont été faites, tout ce qui peut être déterminé par la voye des Expériences le sera ; & quand on feroit mille Expériences au delà sur la même éguille, on ne parviendroit à aucune détermination ultérieure ; de sorte qu'il suffit pour toutes nos recherches d'avoir fait seulement trois Expériences avec toute l'exactitude possible.

COROLLAIRE 2.

LIV. En effet, de ces trois Expériences, si l'on n'y a négligé aucune précaution, doivent résulter perpétuellement les mêmes valeurs pour les nombres E, F, & G ; lesquelles étant une fois connuës, on en conclut pour la nature de l'éguille & pour la force magnétique: $m = \frac{F}{\cos\gamma}$: $n = \frac{E}{\cos\alpha}$ & $E \,\mathrm{tang}\, \alpha - F \,\mathrm{tang}\, \gamma = G$, & par conséquent $\mathrm{tang}\, \alpha = \frac{G + F \,\mathrm{tang}\, \gamma}{E}$. C'est pourquoi, à moins que l'angle γ ne soit connu d'ailleurs, l'inclinaison magnétique α ne sauroit être définie par là.

COROLLAIRE 3.

LV. Mais, pour rendre la détermination de ces valeurs plus certaine, nous avons déjà vû que les deux valeurs prises pour ω doivent être telles, que ν soit $= 0$ & $\mu = 180^\circ$, d'où l'on a

$$E = \frac{(\mathrm{tang}\,\mathfrak{A} - \mathrm{tang}\,\mathfrak{B})(\sin\mathfrak{e} - \sin\mathfrak{f} + (\cos\mathfrak{f} - \cos\mathfrak{e})\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{C})}{2\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{A}\,(\mathrm{tang}\,\mathfrak{B} - \mathrm{tang}\,\mathfrak{C})}$$

$$F = \frac{(\mathrm{tang}\,\mathfrak{A} + \mathrm{tang}\,\mathfrak{B})(\sin\mathfrak{e} - \sin\mathfrak{f} + (\cos\mathfrak{f} - \cos\mathfrak{e})\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{C})}{2\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{A}\,(\mathrm{tang}\,\mathfrak{B} - \mathrm{tang}\,\mathfrak{C})} - \cos\mathfrak{e}.$$

$$G = \frac{\sin\mathfrak{e}.\mathrm{tang}\,\mathfrak{C} - \sin\mathfrak{f}\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{B} + (\cos\mathfrak{f} - \cos\mathfrak{e})\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{B}\,\mathrm{tang}\,\mathfrak{C}}{\mathrm{tang}\,\mathfrak{B} - \mathrm{tang}\,\mathfrak{C}}$$

COROLLAIRE 4.

LVI. Si l'on prend de plus les deux angles η, de façon que e ſoit $= 0°$ & $f = 180°$ on obtiendra

$$E = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{C}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{A})}{\text{tang}\,\mathfrak{A}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{C})} = \frac{\sin\mathfrak{C}\,.\,\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{A})}{\sin\mathfrak{A}\,.\,\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}$$

$$F = -\frac{\text{tang}\,\mathfrak{C}\,(\text{tang}\,\mathfrak{A} + \text{tang}\,\mathfrak{B})}{\text{tang}\,\mathfrak{A}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{C})} - 1 = -\frac{\text{tang}\,\mathfrak{B}\,(\text{tang}\,\mathfrak{A} + \text{tang}\,\mathfrak{C})}{\text{tang}\,\mathfrak{A}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{C})} = -\frac{\sin\mathfrak{B}\,.\,\sin(\mathfrak{A} + \mathfrak{C})}{\sin\mathfrak{A}\,.\,\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}$$

$$G = -\frac{2\,\text{tang}\,\mathfrak{B}\,.\,\text{tang}\,\mathfrak{C}}{\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{C}} = -\frac{2\sin\mathfrak{B}\,.\,\sin\mathfrak{C}}{\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}$$

d'où ſe fait $\text{tang}\,\alpha = -\frac{\sin\mathfrak{A}\,.\,\sin\mathfrak{B}}{\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{A})} - \frac{\sin\mathfrak{B}\,.\,\sin(\mathfrak{A} + \mathfrak{C})}{\sin\mathfrak{C}\,.\,\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{A})}\,\text{tang}\,\gamma.$

COROLLAIRE. 5.

LVII. Mais, ſi l'on prend $e = 90°$ & $f = 270°$. on aura

$$E = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{A} - \text{tang}\,\mathfrak{B}}{\text{tang}\,\mathfrak{A}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{C})} = \frac{\cos\mathfrak{C}\,.\,\sin(\mathfrak{A} - \mathfrak{B})}{\sin\mathfrak{A}\,.\,\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}$$

$$F = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{A} + \text{tang}\,\mathfrak{B}}{\text{tang}\,\mathfrak{A}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{C})} = \frac{\cos\mathfrak{C}\,.\,\sin(\mathfrak{A} + \mathfrak{B})}{\sin\mathfrak{A}\,.\,\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}$$

$$G = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{B} + \text{tang}\,\mathfrak{C}}{\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{C}} = \frac{\sin(\mathfrak{B} + \mathfrak{C})}{\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}$$

SCHOLIE I.

LVIII. Ce dernier cas, qui eſt contenu dans les formules les plus ſimples, eſt auſſi celui qui paroit le plus propre à conduire à la certitude des Expériences. Quiconque aura une éguille préparée de la maniere qui a été indiquée ci-deſſus, n'a qu'à faire les trois Expériences ſuivantes.

qu'il

	qu'il place	& qu'il observe l'inclinaison.
I.	$\eta = 90° \;\&\; \omega = 180°$	$\theta = \mathfrak{A}$
II.	$\eta = 90° \;\&\; \omega = 0°$	$\theta = \mathfrak{B}$
III.	$\eta = 270° \;\&\; \omega = 0°$	$\theta = \mathfrak{C}$

Pour cet effet, dans les deux premieres Expériences, qu'il tourne l'éguille OMI en B, de sorte qu'elle regarde son pole boréal P ; mais dans la troisième qu'il la place en D, afin qu'elle regarde le pole austral Q. Alors, dans les deux dernieres Expériences, qu'il place le demi- cercle vertical de facon que la partie E soit tournée vers le Septentrion magnétique, tandis que dans la premiere elle l'aura été vers le méridien magnétique.* Ces Expériences pouvant être faites avec la derniere facilité, si les angles $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, ont été très soigneusement observés, on n'a qu'à en définir les nombres E, F, & G, de façon que soit

$$E = \frac{\cos\mathfrak{C}.\sin(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})}{\sin\mathfrak{A}.\sin(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})};\; F = \frac{\cos\mathfrak{C}.\sin(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{\sin\mathfrak{A}.\sin(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})} \;\&\; G = \frac{\sin(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{\sin(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

lesquels étant trouvés, pourvû seulement que l'angle γ soit connu d'ailleurs, on pourra définir l'inclinaison magnétique α par le moyen de la formule

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{G+F\,\text{tang}\gamma}{E} = \frac{\sin\mathfrak{A}.\sin(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{\cos\mathfrak{C}.\sin(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})} + \frac{\sin(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{\sin(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})}.\,\text{tang}\gamma$$

De plus on conclurra de là

$$m = \frac{Ag}{Md} = \frac{F}{\cos\gamma} \quad \& \quad n = \frac{Pk}{Md} = \frac{E}{\cos\alpha}$$

Et ainsi, comme il est facile d'estimer le moment Md qui nait de l'indice, on aura premièrement par le poids de l'éguille A la distance du centre de gravité de l'axe du mouvement $OG = g$; & ensuite le moment absolu de la force magnétique Pk, dont l'éguille est imbuë.

SCHOLIE 2.

LIX. Ces trois Expériences suffisent, quand même l'angle γ n'est pas connu, pour mettre en état de définir & de prédire l'événement

ment de toutes les autres Expériences qui pourroient être faites avec la même éguille. Car, en connoiſſant par leur moyen les trois nombres E, F, & G, ſi l'on attribuë à l'indice OMI une ſituation quelconque, de ſorte que l'angle AOI ſoit $= \eta$, & qu'on donne auſſi au demi cercle vertical une déclinaiſon quelconque, de ſorte que l'angle VK$l = \omega$, alors l'inclinaiſon de l'éguille, ou l'angle EOP $= \theta$, ſe trouvera tel que ſoit

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\text{ſin}\ \eta + G}{\text{coſ}\ \eta + F + E\ \text{coſ}\ \omega}$$

Mais, comme le but principal qu'on ſe propoſe ici, c'eſt d'en tirer la détermination de l'inclinaiſon magnétique naturelle α, il eſt clair que cela ne peut avoir lieu, à moins que l'angle γ ne ſoit connu d'ailleurs : car il n'y a aucune de ces Expériences qui puiſſent ſervir à la déterminer, tant que l'éguille demeure imbuë de la même vertu magnétique. Il ſeroit facile à la vérité de prévenir cet inconvénient, en dépouïllant l'éguille de toute vertu magnétique ; car alors à cauſe de $n = 0$, $\mathfrak{A}$ deviendroit $= \mathfrak{B}$; & ſi l'on faiſoit ſeulement les deux dernieres Expériences, on auroit

$$F = \frac{2\,\text{coſ}\,\mathfrak{B}\,.\,\text{coſ}\,\mathfrak{C}}{\text{ſin}\,(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})} \quad \& \quad G = \frac{\text{ſin}\,(\mathfrak{B} + \mathfrak{C})}{\text{ſin}\,(\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}, \quad \text{d'où réſulteroit}$$

$$\frac{-G}{F} = \text{tang}\,\gamma, \quad \text{ou} \quad \text{tang}\,\gamma = \frac{-\,\text{ſin}\,(\mathfrak{B} + \mathfrak{C})}{2\,\text{coſ}\,\mathfrak{B}\,.\,\text{coſ}\,\mathfrak{C}} = -\tfrac{1}{2}(\text{tang}\,\mathfrak{B} + \text{tang}\,\mathfrak{C}).$$

Mais, comme il eſt extrèmement difficile de priver une éguille de toute vertu magnétique, le remède le plus ſûr paroît être, après que les Expériences précédentes auront été faites, d'imprimer une vertu magnétique oppoſée, en frottant dans le ſens contraire, de façon que P ſoit le pole auſtral, & Q le pole boréal. Cela fait, qu'on recommence les mêmes Expériences de la même manière, & qu'on en tire $\text{tang}\ \alpha = \frac{G + F\,\text{tang}\,\gamma}{E}$, laquelle expreſſion poſée égale à la précédente montrera la véritable valeur de l'angle γ. Cet angle étant une

 fois

fois connu, on pourra découvrir la vraye inclinaifon magnétique dans tous les lieux de la terre, & par toutes fortes de tems, en employant la même éguille d'une maniere conforme aux régles qui ont été prescrites. Mais il fera à propos pour cet effet de retourner de nouveau la fituation de la force magnétique.

PROPOSITION IX.

LX. *Préparer une éguille magnétique de façon que par fon moyen on puiffe enfuite, dans tous les lieux de la terre, trouver la vraye inclinaifon magnétique, en faifant feulement deux Expériences.*

SOLUTION.

Après que l'éguille aura été fabriquée avec toutes les précautions requifes, qu'on définiffe pour elle, par le moyen des Expériences décrites ci-deffus, les nombres

$$E = n \cos \alpha, \quad F = m \cos \gamma \quad \& \quad G = -m \sin \gamma + n \sin \alpha$$

dont celui du milieu retient par tout & conftamment la même valeur; mais les deux autres, E & G, feront fujets à des changemens, fuivant que l'inclinaifon magnétique, ou auffi la force magnétique même de l'éguille, varient. Qu'on note donc la valeur de F, pour la réferver à un ufage perpétuel. Enfuite, en changeant la force magnétique de place, de la maniere qui vient d'être indiquée, qu'on recherche l'angle γ, qui fera auffi gardé pour le même ufage. Ces deux nombres attachés à la nature de l'éguille feront indiqués par les lettres p & q, de forte que foit $\quad p = F \quad \& \quad q = F \tang \gamma.$

Alors, dans quelque lieu que l'éguille vienne à être transportée, qu'on fixe le demi-cercle dans le méridien magnétique, de forte que la partie E regarde le Septentrion, & l'indice OMI d'abord le pole boréal P, & foit enfuite tourné vers le pole auftral Q; & que l'inclinaifon obfervée dans le premier cas foit $= \mathfrak{M}$, dans le fecond $= \mathfrak{N}$.

Com-

Comme donc par la formule précédente on a

$$\text{tang}\ \mathfrak{M} = \frac{1+G}{F+E} \quad \& \quad \text{tang}\ \mathfrak{N} = \frac{-1+G}{F+E},$$

on aura de là

$$G = \frac{\text{tang}\ \mathfrak{M} + \text{tang}\ \mathfrak{N}}{\text{tang}\ \mathfrak{M} - \text{tang}\ \mathfrak{N}} = \frac{\text{ſin}\ (\mathfrak{M}+\mathfrak{N})}{\text{ſin}\ (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})}$$

$$\& \quad E+F = \frac{2}{\text{tang}\ \mathfrak{M} - \text{tang}\ \mathfrak{N}} = \frac{2\ \text{coſ}\ \mathfrak{M}\ .\ \text{coſ}\ \mathfrak{N}}{\text{ſin}\ (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})},$$

de ſorte que ſoit $E = \frac{2\ \text{coſ}\ \mathfrak{M}\ .\ \text{coſ}\ \mathfrak{N}}{\text{ſin}\ (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})} - p$, par où l'on trouve

$$\text{tang}\ \alpha = \frac{\text{ſin}\ (\mathfrak{M}+\mathfrak{N}) + q\ \text{ſin}\ (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})}{2\ \text{coſ}\ \mathfrak{M}\ .\ \text{coſ}\ \mathfrak{N} - p\ \text{ſin}\ (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})}.$$

Autrement

LXI. En dreſſant l'inſtrument comme ci-deſſus, qu'on faſſe les deux Expériences ſuivantes. L'indice de l'éguille étant placé vers le pole boréal, qu'on tourne d'abord le demi-cercle vers le Septentrion magnétique, enſuite vers le méridien; & que dans la premiere ſituation on obſerve l'inclinaiſon de l'éguille $\theta = \mathfrak{P}$, & dans l'autre $\theta = \mathfrak{Q}$. Comme donc on a

$\text{tang}\ \mathfrak{P} = \frac{1+G}{F+E}$ & $\text{tang}\ \mathfrak{Q} = \frac{1+G}{F-E}$, on trouvera de là

$$E = F.\frac{\text{tang}\mathfrak{Q} - \text{tang}\mathfrak{P}}{\text{tang}\ \mathfrak{Q} + \text{tang}\mathfrak{P}} = \frac{p\ \text{ſin}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})}{\text{ſin}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})} \quad \&$$

$$1+G = \frac{2F\text{tang}\mathfrak{P}.\text{tang}\mathfrak{Q}}{\text{tang}\ \mathfrak{Q} + \text{tang}\mathfrak{P}} = \frac{2p\text{ſin}\mathfrak{P}.\text{ſin}\mathfrak{Q}}{\text{ſin}\ (\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})} = \frac{p\text{cſ}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P}) - p\text{cſ}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{\text{ſin}\ (\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}$$

$$\&\ \text{par conſéquent}\ \frac{G}{E} = \frac{\text{coſ}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P}) - \text{coſ}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{\text{ſin}\ (\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})} - \frac{\text{ſin}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{p\text{ſin}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})}$$

$$\& \quad \frac{F\ \text{tang}\ \gamma}{E} = \frac{q\ \text{ſin}\ (\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{p\ \text{ſin}\ (\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})}.$$

A préſent, par les moyen des nombres p & q définis par les premieres Expériences, qu'on cherche l'angle λ, en ſorte que ſoit $\text{tang}\,\lambda = \frac{q-1}{p}$; & ainſi λ ſera l'angle connu, qu'il ſuffira ſeulement d'avoir noté. En effet, partout où ces deux Expériences auront été faites de la maniere qui a été décrite, & les deux angles $\mathfrak{P}$ & Ω convenablement obſervés, on pourra par là déterminer l'inclinaiſon magnétique α de ce lieu, de façon que ſoit

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{\text{coſ}(\Omega - \mathfrak{P}) - \text{coſ}(\Omega + \mathfrak{P}) + \text{tang}\,\lambda\,\text{ſin}\,(\Omega + \mathfrak{P})}{\text{ſin}\,(\Omega - \mathfrak{P})},$$

$$\text{ou tang}\,\alpha = \text{cot}\,(\Omega - \mathfrak{P}) - \frac{\text{coſ}\,(\lambda + \Omega + \mathfrak{P})}{\text{coſ}\,\lambda\,.\,\text{ſin}\,(\Omega - \mathfrak{P})}.$$

Ces deux Expériences ſe rapportent donc préférablement aux autres à la fin propoſée, parce que, pour en conclure l'inclinaiſon magnétique il ſuffit de connoitre l'angle unique λ, qui doit donc être en quelque ſorte gravée ſur l'éguille comme un caractère immuable, afin de l'avoir ſous le main toutes les fois qu'on fait de ſemblables Expériences.

SCHOLIE.

LXII. Mais, afin que ces Expériences réüſſiſſent, on doit ſoigneuſement éviter le cas dans lequel l'angle γ ſeroit droit; car, ſi cela arrivoit, tang θ deviendroit $\pm \frac{\text{ſin}\,\eta \pm m + n\,\text{ſin}\,\alpha}{\text{coſ}\,\eta + n\,\text{coſ}\,\alpha\,.\,\text{coſ}\,\omega}$: & quelque quantité d'Expériences qu'on fit, on n'en pourroit conclurre autre choſe ſinon les valeurs des formules $\pm m + n\,.\,\text{ſin}\,\alpha$ & $n\,\text{coſ}\,\alpha$; cela ne ſerviroit abſolument de rien pour connoitre l'angle α même. Cet inconvénient rend auſſi nos ſolutions inutiles; car, à cauſe de $F = 0$, on aura $p = 0$, & le nombre $q = F\,\text{tang}\,\gamma$ n'eſt point défini; puis qu'il deviendroit $q = m$, laquelle valeur demeureroit inconnuë. Mais, dans l'autre ſolution l'angle λ deviendroit droit; & à cauſe de cela l'on n'en pourroit rien conclure. C'eſt pourquoi l'on doit prendre

extrèmement garde dans la construction de l'éguille, que le petit essieu ne passe par le diametre de l'éguille, mais il est expédient de l'appliquer tant soit peu hors de la droite PQ, où est situé le centre de gravité, afin de pouvoir s'assurer que cet angle γ diffère beaucoup de l'angle droit : car, plus on pourra le diminuer, & plus les Expériences conduiront à une conclusion certaine.

PROPOSITION X.

LXIII. *Par le moyen d'une semblable éguille magnétique, préparée pour observer l'inclinaison, déterminer la vraye position du méridien magnétique par des Expériences.*

SOLUTION.

Une inclinaison quelconque ayant été observée dans un plan vertical, il est aisé d'arriver par des tentatives à définir un autre plan vertical, dans lequel la même inclinaison ait lieu, pourvû que l'indice de l'éguille soit conservé fixe dans la même situation : ce qui étant trouvé, le plan vertical qui traverse ces deux plans par le milieu sera le méridien magnétique. Et à proportion qu'on observe en plus grand nombre deux semblables inclinaisons égales, on acquiert une plus grande certitude sur la situation du méridien magnétique. Mais, si nous voulons éviter de semblables essais, il faudra recourir à trois Expériences, en s'y prenant de maniere suivante.

Le cercle horizontal ayant été placé par estimation, de façon que les points du bord V, X, Y & Z, ne différent pas beaucoup des points cardinaux magnétiques, soit le vrai Septentrion magnétique en *Nord* distant, de l'estimé V de l'arc V *Nord* $= \psi$ qu'il faut rechercher. A' présent l'indice de l'éguille étant placé dans une situation quelconque fixe, en sorte que AOI $= \eta$, qu'on dirige successivement le cercle vertical vers les points V, X & Z, & qu'on observe l'inclinaison de l'éguille, sçavoir Fig. 7.

le demi-cercle étant tourné en	qu'on observe l'inclinaison	& on aura
I. V & ω sera $= \psi$	$\theta = \mathfrak{V}$	$\text{tang}\,\mathfrak{V} = \frac{\sin\eta + G}{\cos\eta + F + E\cos\psi}$
II. X & ω sera $= 90^\circ - \psi$	$\theta = \mathfrak{X}$	$\text{tang}\,\mathfrak{X} = \frac{\sin\eta + G}{\cos\eta + F + E\sin\psi}$
III. Z & ω sera $= -90^\circ - \psi$	$\theta = \mathfrak{S}$	$\text{tang}\,\mathfrak{S} = \frac{\sin\eta + G}{\cos\eta + F - E\sin\psi}$

Maintenant, si l'on élimine de ces trois équations les expressions $\sin\eta + G$ & $\cos\eta + F$, on trouvera

$$\text{tang}\,\psi = \frac{\sin\mathfrak{V}.(\sin\mathfrak{S} - \mathfrak{X})}{\cos\mathfrak{V}.\cos(\mathfrak{S} - \mathfrak{X}) - \cos(\mathfrak{S} + \mathfrak{X} - \mathfrak{V})},$$

par où l'on définira le vrai Septentrion magnétique *Nord.*

SCHOLIE.

LXIV. Mais, avant que de faire des Expériences pour l'inclinaison magnétique, il est tout à fait nécessaire, que les points cardinaux magnétiques soyent très exactement déterminés; ce qui paroît pouvoir se faire beaucoup mieux de cette maniere, que par le moyen de l'éguille de déclinaison ordinaire. En effet, lorsque celle-ci est prête à atteindre le méridien magnétique, la force qui l'y pousse devient si petite, que le plus leger obstacle peut arrêter son mouvement; au lieu qu'au contraire l'observation de deux inclinaisons égales n'est pas sujette à de semblables obstacles: surtout lorsque l'inclinaison magnétique est fort grande, la force directrice, par laquelle l'éguille de déclinaison est poussée, devient si petite, qu'on a lieu de craindre une aberration énorme. Mais, afin que de deux inclinaisons égales nous puissions conclurre avec d'autant plus de certitude la vraye situation du méridien magnétique, il convient de choisir une situation, tant de l'indice de l'éguille, que du demi-cercle vertical, en vertu de laquelle, dès qu'il arrive le moindre changement dans l'azimuth, il en résulte

une

une variation fort sensible dans l'inclinaison de l'éguille ; car de cette maniere, ces deux azimuths auxquels convient la même inclinaison de l'éguille, pourront être définis sans erreur, & en prenant un terme moyen entr'elles on assignera le méridien magnétique. Ce n'est qu'en déterminant ainsi la ligne magnétique qu'on se trouvera en état de juger, si elle souffre des variations suivant les différentes saisons de l'année, ou aussi dans les heures d'un même jour ; comme plusieurs Observateurs l'affirment. Car on ne sçauroit se fier beaucoup ici aux éguilles déclinatoires communes.

PROPOSITION XI.

LXV. *Définir une disposition de l'éguille d'inclinaison, par laquelle, si l'azimuth du demi-cercle vertical souffre le moindre changement, l'inclinaison de l'éguille en éprouve un très grand.*

SOLUTION.

Supposons pour cet effet que la nature de l'éguille soit déjà tellement découverte par le moyen des Expériences, que les valeurs des nombres E, F, G, introduits ci-dessus, soyent au moins à peu près connuës. Soit donc pour la situation de l'indice de l'éguille l'angle AOI $= \eta$, & pour l'azimuth du demi-cercle vertical l'angle VK$l = \omega$; lesquels deux angles forment la disposition de tout l'instrument ; alors qu'on observe l'inclinaison de l'éguille, ou l'angle EOP $= \theta$. Ayant donc trouvé tang. $\theta = \frac{\text{sin } \eta + G}{\text{cos} \eta + F + E \text{ cos} \omega}$, lorsque l'angle ω prend l'incrément $d\omega$, l'incrément de l'inclinaison θ se trouvera tel que soit

$$\frac{d\theta}{\text{sin}\,\theta\, \text{cos}\,\theta} = \frac{E\, d\omega\, \text{sin}\, \omega}{\text{cos}\, \eta + F + E\, \text{cos}\, \omega}$$

d'ou, si pour sin θ & cos θ on substituë les valeurs duës, cela sera

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E\, \text{sin}\, \omega\ (\text{sin}\, \eta + G)}{(\text{sin}\, \eta + G)^2 + (\text{cos}\, \eta + F + E\, \text{cos}\, \omega)^2}$$

for-

formule à laquelle on doit attribuër la plus grande valeur. Mais par ſon moyen il eſt d'abord manifeſte que, ſi ſin ω eſt $= 0$, ou tang $\theta = 0$, $\frac{d\theta}{d\omega}$ ſera auſſi $= 0$: lesquels deux cas ſont donc les plus contraires à notre but. Cherchons donc premièrement l'angle ω, afin que la fraction $\frac{d\theta}{d\omega}$ obtienne la plus grande valeur, & de là nous parviendrons à cette équation

$$0 = 2E(\mathrm{cos}\,\eta + F) + (2EE + (\mathrm{ſin}\,\eta + G)^2 + (\mathrm{cos}\,\eta + F)^2)\,\mathrm{cos}\,\omega - EE\,\mathrm{cos}\,\omega^3$$

par la réſolution de laquelle l'angle ω doit être défini. Enſuite on peut auſſi attribuër à l'angle η une valeur telle, que celle de la fraction $\frac{d\theta}{d\omega}$ devienne la plus grande; par où nous ſommes conduits à cette équation;

$$-\mathrm{cs}\,\eta(\mathrm{ſn}\,\eta + G)^2 + \mathrm{cs}\,\eta(\mathrm{cs}\,\eta + F + E\,\mathrm{cs}\,\omega)^2 + 2\,\mathrm{ſn}\,\eta(\mathrm{ſn}\,\eta + G)(\mathrm{cs}\,\eta + F + E\,\mathrm{cs}\,\omega) = 0$$

Soit pour abréger $F + E\,\mathrm{cos}\,\omega = S$, on aura

$$-\mathrm{cos}\,\eta + 2S + (SS - GG)\,\mathrm{cos}\,\eta + 2GS\,\mathrm{ſin}\,\eta = 0,$$

qui ſe réſout en ces deux équations

$$S\,\mathrm{ſin}\,\eta - G\,\mathrm{cos}\,\eta + S + \mathrm{cos}\,\eta = 0$$

$$S\,\mathrm{ſin}\,\eta - G\,\mathrm{cos}\,\eta - S - \mathrm{cos}\,\eta = 0$$

desquelles ſi la premiere vaut, en la ſouſtrayant de la principale, après l'avoir multipliée par 2 G, on aura

$$\text{I. } \mathrm{cos}\,\eta = \frac{2(G-1)S}{(G-1)^2 + SS} \ \&\ \mathrm{ſin}\,\eta = \frac{(G-1)^2 - SS}{(G-1)^2 + SS} \ \&\ \mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}\eta = \frac{G-1-S}{G-1+S};$$

& ſi c'eſt la derniere qui vaut, il en réſultera ſemblablement

$$\text{II. } \mathrm{cos}\,\eta = \frac{-2(G+1)S}{(G+1)^2 + SS} \ \&\ \mathrm{ſin}\,\eta = \frac{-(G+1)^2 + SS}{(G+1)^2 + SS} \ \&\ \mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}\eta = \frac{S+G+1}{S-G-1}$$

Par

Par la premiere solution on obtiendra

$$\text{tang}\ \theta = \frac{G - 1}{S} = \frac{G - 1}{F + E\cos\omega}, \quad \text{\& de là}$$

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E(G - 1)\sin\omega}{GG - 1 + (F + E\cos\omega)^2}$$

où il faut encore chercher l'angle ω, afin que cette formule parvienne à la plus grande valeur.

$$0 = (GG - 1)\cos\omega + (F + E\cos\omega)^2\cos\omega + 2E(F + E\cos\omega) - 2E(F + E\cos\omega)\cos\omega^2$$

ou $\quad 0 = 2EF + (2EE + FF + GG - 1)\cos\omega - EE\cos\omega^3$

Mais la seconde solution donne

$$\text{tang}\ \theta = \frac{G + 1}{S} = \frac{G + 1}{F + E\cos\omega} \quad \&$$

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E(G + 1)\sin\omega}{GG - 1 + (F + E\cos\omega)^2}$$

laquelle valeur devient pareillement la plus grande, si l'angle ω est déterminé par cette équation

$$0 = 2EF + (2EE + FF + GG - 1)\cos\omega - EE\cos\omega^3.$$

Or cette équation peut être ainsi résoluë par la trisection de l'angle :

Qu'on prenne $\quad N = \sqrt{\frac{2EE + FF + GG - 1}{3EE}}$

Quon cherche alors l'angle ψ, de sorte que soit $\cos\psi = \frac{F}{EN^3}$ ce qui étant trouvé, on aura $\cos\omega = 2N\cos\frac{1}{3}\psi$.

Enfin, cet angle étant trouvé, qu'on prenne pour la situation de l'indice

$$\text{ou tang}\ \tfrac{1}{2}\eta = \frac{G - 1 - F - E\cos\omega}{G - 1 + F + E\cos\omega}$$

$$\text{ou tang}\ \tfrac{1}{2}\eta = \frac{F + E\cos\omega + G + 1}{F + E\cos\omega - G - 1}$$

COROLLAIRE 1.

LXVI. Afin que cette solution ait la plus grande étenduë, l'angle ψ étant trouvé, dont le cosinus $= \frac{F}{E N^3}$, le même cosinus convient aussi aux angles $360° - \psi$ & $360° + \psi$: c'est pourquoi on trouve aussi par là trois valeurs pour l'angle ω, qui sont

I. $\cos\omega = 2 N \cos \frac{1}{3}\psi$. II. $\cos\omega = 2 N \cos(120° - \frac{1}{3}\psi)$

III. $\cos\omega = 2 N \cos(120° + \frac{1}{3}\psi)$

Mais celles-la seulement auront lieu, qui ne deviennent pas imaginaires; ce qui fait qu'on doit exclurre les formules, dont la valeur surpassera l'unité.

COROLLAIRE 2.

LXVII. Mais, si le nombre N est trop grand, le même inconvénient aura lieu, qui arrive, lorsque l'éguille n'est pourvuë que d'une foible vertu magnétique: car, cette vertu venant à évanouïr entierement à cause de $E = 0$, N devient $= \infty$, & par conséquent $\cos\psi = 0$ & $\psi = 90°$. Néanmoins dans ce cas la seconde valeur fournit l'angle ω droit.

COROLLAIRE 3.

LXVIII. S'il arrive que soit $2EE + FF + GG < 1$. la résolution par la trisection de l'angle ne réüssira plus, parce que l'équation cubique

$$0 = 2EF + (2EE + FF + GG - 1)\cos\omega - EE\cos\omega^3$$

n'aura qu'une seule racine réelle pour $\cos\omega$, laquelle doit par conséquent être tirée par la régle de Cardan.

COROLLAIRE 4.

LXIX. Mais pour l'ordinaire nous nous écarterons pas beaucoup du but, si nous posons l'angle ω droit, & que nous dirigions le demi-cercle, soit à l'Orient, soit à l'Occident magnétique. Mais alors l'indice de l'éguille doit être placé de façon que soit

$$\text{I. ou tang } \tfrac{1}{2}\eta = \frac{G - 1 - F}{G - 1 + F}$$

$$\text{II. ou tang } \tfrac{1}{2}\eta = \frac{F + G + 1}{F - G - 1}$$

Dans le premier cas on a $\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E(G - 1)}{GG - 1 + FF}$

& dans le second $\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E(G + 1)}{GG - 1 + FF}$

COROLLAIRE 5.

LXX. Par conséquent, si G est un nombre positif, le second cas doit être préféré au premier, & il faut prendre tang $\tfrac{1}{2}\eta = \frac{F + G + 1}{F - G - 1}$; mais si le nombre G est négatif, le premier cas a la préférence, & l'on prend tang $\tfrac{1}{2}\eta = \frac{G - 1 - F}{G - 1 + F}$. Car dans l'un & dans l'autre cas la fraction $\frac{d\theta}{d\omega}$ acquiert la plus grande valeur.

SCHOLIE.

LXXI. Si l'on rend donc l'éguille propre à toutes sortes d'usages, & qu'on détermine les valeurs des nombres F & G par des Expériences, afin d'en pouvoir conserver l'angle λ (§. LXI.) pour un usage perpétuel, on n'a qu'à noter en même tems la position de l'indice, ou l'angle η, qui est très convenable pour observer le vrai méridien magnétique. Car alors, si l'on tourne le demi-cercle vertical vers l'Orient ou vers l'Occident, la moindre variation arrivée dans l'azimuth changera considérablement l'inclinaison de l'éguille; & ainsi on pourra observer avec la plus grande certitude deux azimuths qui fournissent la même inclinaison de l'éguille, & assigner le méridien magnétique. Cet avantage parviendroit au reste à son plus haut point, s'il

étoit possible de préparer l'éguille de maniere que GG + FF fut = 1, & qu'on eut par là $\frac{d\theta}{d\omega} = \infty$. Mais alors l'éguille feroit trop mobile, & ne pourroit être réduite à une situation fixe, en sorte que ses oscillations vagues permettent à peine de remarquer son inclinaison. Comme cette circonstance mérite d'être examinée avec plus d'exactitude, il conviendra de réfléchir sur la nature des oscillations, que l'éguille a coûtume de faire dans une situation quelconque de l'instrument, avant que de se fixer à l'équilibre. Car cette considération nous fournira des secours qui ne sont pas à mépriser, tant pour faire les Expériences avec un meilleur succés, que pour en tirer de justes conséquences.

PROPOSITION XII.

LXXII. *Dans quelque situation que l'éguille magnétique ait été placée, déterminer le mouvement oscillatoire qu'elle éprouve avant que de parvenir à l'équilibre.*

SOLUTION.

Soit, comme jusqu'à présent, pour l'indice de l'éguille l'angle AOI $= \eta$, & la déclinaison du plan vertical, dans lequel l'éguille se meut, du méridien magnétique, ou l'angle VK$l = \omega$, & l'inclinaison de l'éguille qui renferme l'équilibre ou l'angle EOP $= \theta$, en sorte qu'il y ait, comme nous avons trouvé ci-dessus,

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\text{sin}\ \eta - m\ \text{sin}\ \gamma + n\ \text{sin}\ \alpha}{\text{cos}\ \eta + m\ \text{cos}\ \gamma + n\ \text{cos}\ \alpha.\ \text{cos}\ \omega}$$

où est $m = \frac{Ag}{Md}$ & $n = \frac{Pk}{Md}$. Concevons encore que l'inclinaison de l'éguille est moindre que θ, & posons la $= \theta - \phi$, en sorte que l'éguille soit éloignée de la situation d'équilibre de l'angle ϕ. Dans cette situation donc l'éguille ne sera pas en équilibre, mais elle sera poussée par une certaine force vers la situation d'équilibre; &

pour

pour trouver le moment de cette force dans la solution du problême (§. XXXVII.) au lieu de θ posons $\theta - \phi$, & du poids de l'éguille nait le moment qui éléve l'éguille $=$

$Ag \sin(\theta - \phi + \gamma) = Ag [\sin(\theta - \phi).\cos\gamma + \cos(\theta - \phi)\sin\gamma] =$
$Ag(\sin\theta.\cos\phi.\cos\gamma - \cos\theta.\sin\phi.\cos\gamma + \cos\theta.\cos\phi.\sin\gamma + \sin\theta.\sin\phi.\sin\gamma)$

Mais de l'indice de l'éguille nait le moment dépriment $=$

$Md.\sin(\eta - \theta + \phi) = Md[\sin\eta.\cos(\theta - \phi) - \cos\eta.\sin(\theta - \phi)] =$
$Md.(\sin\eta.\cos\theta.\cos\phi + \sin\eta.\sin\theta.\sin\phi - \cos\eta.\sin\theta.\cos\phi + \cos\eta.\cos\theta.\sin\phi)$

Pour la force magnétique de l'éguille, elle fournis le moment qui presse vers embas $=$ $Pk[\sin\alpha.\cos(\theta - \phi) - \cos\alpha.\cos\omega.\sin(\theta - \phi)] =$
$Pk(\sin\alpha.c\theta.\cos\phi + \sin\alpha.\sin\theta.\sin\phi - \cos\alpha.\cos\omega.\sin\theta.\cos\phi + \cos\alpha.c\omega.c\theta.\sin\phi)$

De ces choses réünies nait le moment qui déprime l'éguille $=$

$+ Pk(\sin\alpha.c\theta.c\phi + \sin\alpha.s\theta.\sin\phi - \cos\alpha.c\omega.\sin\theta.c\phi + c\alpha.c\omega.c\theta.\sin\phi)$
$+ Md(\sin\eta.\cos\theta.\cos\phi + \sin\eta.\sin\theta.\sin\phi - \cos\eta.\sin\theta.\cos\phi + \cos\eta.\cos\theta.\sin\phi)$
$- Ag(\cos\gamma.\sin\theta.\cos\phi - \cos\gamma.\cos\theta.\sin\phi + \sin\gamma.\cos\theta.\cos\phi + \sin\gamma.\sin\theta.\sin\phi)$

Mais, entant que l'équilibre est joint avec l'inclinaison θ nous avons

$$+ Pk(\sin\alpha.\cos\theta - \cos\alpha.\cos\omega.\sin\theta)$$
$$+ Md(\sin\eta.\cos\theta - \cos\eta.\sin\theta)$$
$$- Ag(\cos\gamma.\cos\theta + \sin\gamma.\cos\theta) = 0$$

laquelle quantité évanouissante étant multipliée par $\cos\phi$, & soustraite de cette expression, laisse le moment par lequel l'éguille est poussée à la situation d'équilibre

$$+ Pk(\sin\alpha.\sin\theta + \cos\alpha.\cos\omega.\cos\theta)\sin\phi$$
$$+ Md(\sin\eta.\sin\theta + \cos\eta.\cos\theta)\sin\phi$$
$$- Ag(\sin\gamma.\sin\theta - \cos\gamma.\cos\theta)\sin\phi$$

Or de là vient

$$Pk.\cos\alpha.\cos\omega + Md.\cos\eta + Ag.\cos\gamma = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}(Pk.\sin\alpha + Md.\sin\eta - Ag.\sin\gamma)$$

D'où le moment cherché pourra être exprimé plus commodèment ainsi

$$(Pk.\sin\alpha + Md.\sin\eta - Ag.\sin\gamma)\,\frac{\sin\phi}{\sin\theta},$$

ou bien, à cause de $Ag = m.Md$ & $Pk = n\,Md$, de cette manière

$$Md\,(\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha)\,\frac{\sin\phi}{\sin\theta}.$$

Si à présent on pose le moment d'inertie de toute l'éguille, sans en exclurre l'indice $= Mhh$, dans le petit tems dt le mouvement de l'éguille sera accéléré, de sorte que soit

$$\frac{-2\,dd\phi}{dt^2} = \frac{Md}{Mhh}\,(\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha)\,\frac{\sin\phi}{\sin\theta}.$$

Qu'on mette pour abréger ce coëfficient constant

$$\frac{Md\,(\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha)}{Mhh\,\sin\theta} = Q$$

de sorte que soit $\frac{-2\,dd\phi}{dt^2} = Q\sin\phi$; laquelle équation étant multipliée par $d\phi$, & intégrée donne $C - \frac{d\phi^2}{dt^2} = -Q\cos\phi$.

Que l'oscillation commence, lorsque l'éguille est encore distante de la situation d'équilibre de l'angle ζ, & la constante C doit être définie en sorte que posant $\phi = \zeta$, il devienne $\frac{d\phi}{dt} = 0$, & ainsi on aura

$$C = -Q\cos\zeta \quad \& \quad \frac{d\phi^2}{dt^2} = Q\,(\cos\phi - \cos\zeta).$$

Mais, en supposant que les oscillations soient les plus petites, il est évident que dans ce cas elles seront isochrones entr'elles, car $\cos\zeta$ étant $= 1 - \frac{1}{2}\zeta\zeta$ & $\cos\phi = 1 - \frac{1}{2}\phi\phi$, on aura

$d\phi^2$

$$\frac{d\phi^2}{dt^2} = \tfrac{1}{2} Q(\zeta\zeta - \phi\phi) \quad \& \quad dt \sqrt{\tfrac{1}{2}} Q = \frac{-d\phi}{\sqrt{(\zeta\zeta - \phi\phi)}},$$

d'où en intégrant $t\sqrt{\tfrac{1}{2}}Q = A.\mathrm{cof}\frac{\phi}{\zeta}$. Posons à présent $\phi = -\zeta$, & à cause de $A.\mathrm{cof} - 1 = \pi$, π dénotant la circonférence du cercle dont le diametre $= 1$, le temps d'une oscillation la plus petite sera $= \frac{\pi\sqrt{2}}{\sqrt{Q}}$. De là, si l est la hauteur qu'un corps pesant qui tombe librement parcourt en une seconde, puisque le tems de cette chûte se trouve par le calcul $= 2\sqrt{l}$, une oscillation s'achevera dans le tems $\frac{\pi}{\sqrt{2Ql}}$ second.

Et si pour Q on restitue la valeur prise, chaque oscillation la plus petite s'achevera dans le tems

$$\pi\sqrt{\frac{M h h \sin\theta}{2 M d l(\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha)}} \text{ second.}$$

Ou, en posant comme auparavant

$n\,\mathrm{cof}\,\alpha = E$; $m\,\mathrm{cof}\,\gamma = F$, & $-m\sin\gamma - n\sin\alpha = G$,

à cause de $\quad \mathrm{tang}\,\theta = \frac{\sin\eta + G}{\mathrm{cof}\,\eta + F + E\,\mathrm{cof}\,\omega}$, $\quad$ ce tems sera

$$\pi\sqrt{\frac{M h h : 2 M d l}{\sqrt{[(\sin\eta + G)^2 + (\mathrm{cof}\,\eta + F + E\,\mathrm{cof}\,\omega)^2]}}} \text{ second.}$$

ou bien $$\frac{\pi\sqrt{M h h : 2 M d l}}{\sqrt[4]{[(\sin\eta + G)^2 + (\mathrm{cof}\,\eta + F + E\,\mathrm{cof}\,\omega)^2]}} \text{ second.}$$

COROLLAIRE I.

LXXIII. Si donc la même éguille fait ses oscillations en diverses positions de l'instrument, les tems de ces oscillations seront entr'eux comme $\sqrt{\frac{\sin\theta}{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}}$, ou réciproquement comme $\sqrt[4]{[(\sin\eta + G)^2 + (\mathrm{cof}\,\eta + F + E\,\mathrm{cof}\,\omega)^2]}$.

Le

Le tems donc d'une oscillation, dans un état quelconque de l'éguille étant trouvé, on pourra par son moyen définir le tems d'une oscillation pour un autre état quelconque.

COROLLAIRE 2.

LXXIV. Cette régle a aussi lieu, si l'éguille vient par hazard à perdre quelque chose de sa vertu magnétique, ou bien qu'on lui communique une plus grande force : dans lequel cas les nombres E & G se changent. On peut aussi l'employer pour la comparaison des oscillations en divers lieux de la terre, pourvû que les nombres E & G soient exactement définis par les Expériences pour un lieu quelconque.

COROLLAIRE 3.

LXXV. Dans le même lieu, & avec la même éguille, les oscillations les plus courtes auront lieu, si la quantité

$$(\sin\eta + G)^2 + (\cos\eta + F + E\cos\omega)^2$$

devient la plus grande ; mais si elle devient la plus petite, les oscillations seront les plus grandes & les plus foibles.

COROLLAIRE 4.

LXXVI. Mais cette quantité devient par rapport à l'angle η la plus grande ou la plus petite, si l'on prend tang $\eta = \frac{G}{F + E\cos\omega}$: laquelle valeur étant substituée, le tems d'une oscillation sera réciproquement comme

$$\sqrt{(1 + \sqrt{(GG + (F + E\cos\omega)^2)})}$$

laquelle quantité, par rapport à l'angle ω, devient derechef la plus grande ou la plus petite, si $\sin\omega = 0$, ou si $\cos\omega = -\frac{F}{E}$: dans ce dernier cas donc, le tems d'une oscillation sera le plus grand, lors que η est $= 90°$, ou $\eta = 270°$ & $\theta = 90°$.

COROLLAIRE 5.

LXXVII. Mais si $F = m \cos y$ est une quantité positive, les oscillations se feront avec la plus grande rapidité, en prenant $\omega = 0°$; $\tan \eta = \frac{G}{F + E}$ d'où se fait $\theta = \eta$; mais si F est un nombre négatif, les oscillations seront les plus fréquentes, en prenant $\omega = 180°$ & $\tan \eta = \frac{G}{F - E}$, où se fait de nouveau $\theta = \eta$.

SCHOLIE.

LXXVIII. La Théorie de ces sortes d'éguilles magnétiques sera considérablement perfectionnée, si en faisant les Expériences on observe aussi les tems des oscillations, ce que l'on pourra faire fort commodément pour le tems dans lequel se passent 10, 20, ou même un plus grand nombre d'oscillations, pourvû qu'elles soient les plus petites, parce que ce sont les seules auxquelles l'isochronisme convienne, car elles ont plus de durée lorsqu'elles sont plus grandes. Or par la comparaison de plusieurs de ces oscillations on pourra aussi conclurre les valeurs des nombres E, F, & G: qui paroissent néanmoins pouvoir être définis plus certainement par les Expériences qui ont été décrites ci-dessus. Mais ces nombres étant déjà connus, si l'on observe le tems absolu d'une oscillation en secondes, cela fera connoitre le moment d'inertie de l'éguille Mhh, lequel pouvant aussi être connu d'ailleurs assez exactement, on découvrira par ce moyen l'accord de la Théorie avec les Expériences. Je vais donc dans la suite de ce Mémoire m'attacher à éclaircir & à confirmer par des Expériences la Théorie qui vient d'être exposée.

EXPE'RIENCES

concernant la force & la direction magnétique ramenées à la Théorie.

Les éguilles magnétiques avec toutes les pieces nécessaires pour les Expériences, qui ont été envoyées ici par l'habile Inventeur & sca-

ſçavant Artiſte de Bâle, *Dieteric*, ont fourni une occaſion très favorable de faire toutes les ſortes d'Expériences qui peuvent ſervir, tant à confirmer la théorie expoſée ci-deſſus, qu'à déterminer l'inclinaiſon magnétique qui a lieu à Berlin. J'ai donc deſſein d'en rendre compte ici, en y joignant les concluſions auxquelles elles m'ont conduites. M. *Dieteric* avoit envoyé trois éguilles, preſque de la même longueur, ſçavoir d'un pied & demi; qu'il avoit marquées des lettres A, B, & C. Les deux premieres A & B étoient déjà imbuës de la vertu magnétique, & la troiſième n'en avoit preſque point; mais il paroit qu'elle en avoit contracté un peu, en ſéjournant dans un Cabinet rempli de pluſieurs Aimans artificiels, de lames & de petites barres d'acier magnétiques. C'eſt pourquoi j'ai fait mes Expériences dans un autre appartement fort éloigné de là, & où il n'y avoit, ni fer, ni aimant. Ayant donc commencé par placer le demi-cercle vertical, & ayant bien déterminé le meridien magnétique, je me ſuis ſervi de l'éguille A, avec laquelle, en ſuivant les préceptes donnés au §. LVIII. j'ai fait les Expériences ſuivantes pour définir l'inclinaiſon.

EXPÉRIENCE I.

	Les angles étant placés.	l'inclinaiſon de l'éguille A a été obſervée.
I.	$\eta = 90^\circ : \omega = 180^\circ$	$\theta = 93^\circ, 45' = \mathfrak{A}$
II.	$\eta = 90 : \omega = 0$	$\theta = 73, 25 = \mathfrak{B}$
III.	$\eta = 270 : \omega = 0$	$\theta = 19, 30 = \mathfrak{C}$

Quant aux obſervations de l'inclinaiſon, je dois remarquer qu'elles ne peuvent pas ſe faire avec la derniere exactitude, ſoit parce que le bord du demi-cercle eſt ſeulement diviſé en degrés, ſoit principalement à cauſe que l'éguille elle-même eſt un peu vague, de ſorte qu'elle a peine à ſe fixer dans le petit eſpace d'environ 10': ce qui fait qu'on ne ſçauroit guères éviter une erreur d'autour de dix minutes dans ces Obſervations.

CALCUL.

Etant donc	on aura	mais est
$\mathfrak{A} = 93°, 45'$	$\mathfrak{A}+\mathfrak{B} = 167°, 10'$	$E = \frac{\text{cof}\,\mathfrak{C}.\,\text{fin}(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})}{\text{fin}\,\mathfrak{A}\,\text{fin}(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$
$\mathfrak{B} = 73, 25$	$\mathfrak{A}-\mathfrak{B} = 20, 20$	$F = \frac{\text{cof}\,\mathfrak{C}.\,\text{fin}(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{\text{fin}\,\mathfrak{A}.\,\text{fin}(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$
$\mathfrak{C} = 19, 30$	$\mathfrak{B}+\mathfrak{C} = 92, 55$	$G = \frac{\text{fin}(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{\text{fin}(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$ &
	$\mathfrak{B}-\mathfrak{C} = 53, 55$	

du l cof $\mathfrak{C}$ $= 9,9743466$
fouftr. l fin $\mathfrak{A}$ $= 9,9990691$
$9,9752775$
fouftr. l fin$(\mathfrak{B}-\mathfrak{C}) = 9,9074980$
$0,0677795$
ajout. $\begin{cases}\text{fin}(\mathfrak{A}-\mathfrak{B}) = 9,5409314\\ \text{fin}(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) = 9,3465794\end{cases}$
l E $= 9,6087109$
l F $= 9,4143589$
de là E $= 0,406173$
F $= 0,259632$
G $= 1,235773$

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{G + F\,\text{tang}\,\gamma}{E}$$

du l fin$(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}) = 9,9994370$
fouftr. l fin$(\mathfrak{B}-\mathfrak{C}) = 9,9074980$
du $\begin{cases} l\,G & = 0,0919390 \\ l\,F & = 9,4143589 \end{cases}$
fouftr. l E $= 9,6087109$
on aura $\begin{cases} l\,\frac{G}{E} = 0,4832281 \\ l\,\frac{F}{E} = 9,8056480 \end{cases}$

& tang $\alpha = 3,042480 + 0,63921.\text{tang}\,\gamma$

CONCLUSIONS.

I. De là déjà on pourra définir l'inclinaifon de l'éguille pour une fituation quelconque de l'indice & du demi-cercle : car elle fera

$$\text{tang}\,\theta = \frac{\text{fin}\,\eta + 1,235773}{\text{cof}\,\eta + 0,259632 + 0,406173.\text{cof}\,\omega}$$

Mais cette formule eft reftrainte au tems & au lieu préfent, tant que la force magnétique de l'éguille demeure la même.

II. Si

II. Si l'angle γ évanouiſſoit comme l'affirme l'Artiſte, l'inclinaiſon magnétique ſeroit ici à Berlin vers le milieu de cette année 1755, $71^\circ 48'$: & de là $m = \frac{Ag}{Md} = 0{,}259632$ & $n = \frac{Pk}{Md} = \frac{E}{\cos\alpha} = 1{,}297$. Le premier nombre m eſt conſtant, mais le dernier n eſt proportionnel à la vertu magnétique abſoluë.

Mais, pour m'aſſurer d'autant mieux, ſi l'angle γ eſt effectivement égal à o, j'ai donné à la même éguille A en la frottant une vertu magnétique contraire, afin que ſes poles ſe changeaſſent, & que la valeur de la lettre n devint negative.

EXPÉRIENCE II.

Les poles de l'éguille A étant donc changés ſuivant le §. LIX. j'ai obſervé les inclinaiſons ſuivantes:

Les angles étant poſés	l'inclinaiſon de l'éguille a été
I. $\eta = 90^\circ$ & $\omega = 180^\circ$	$\theta = 180^\circ + 161^\circ, 0' = \mathfrak{A}$
II. $\eta = 90$ & $\omega = 0$	$\theta = 180 + 58, 15 = \mathfrak{B}$
III. $\eta = 270$ & $\omega = 0$	$\theta = 180 + 86, 20 = \mathfrak{C}$

Ces inclinaiſons ſont plus grandes, que 180°, parce que l'extrémité de l'éguille Q touchoit déjà le bord du demi-cercle, l'autre extrémité étant élevée en l'air, mais les angles θ doivent être comptés du terme P:

CALCUL.

Etant donc	on aura
$\mathfrak{A} = 180^\circ + 161^\circ, 0'$	$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} = 219^\circ, 15'$: $\sin(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) = -\sin 39^\circ, 15'$
$\mathfrak{B} = 180 + 58, 15$	$\mathfrak{A} - \mathfrak{B} = 102, 45$: $\sin(\mathfrak{A} - \mathfrak{B}) = +\sin 77, 15$
$\mathfrak{C} = 180 + 86, 20$	$\mathfrak{B} + \mathfrak{C} = 144, 35$: $\sin(\mathfrak{B} + \mathfrak{C}) = +\sin 35, 25$
	$\mathfrak{B} - \mathfrak{C} = -28, 5$: $\sin(\mathfrak{B} - \mathfrak{C}) = \sin 28, 5$

Du

$$
\begin{aligned}
&\text{Du } l \operatorname{cof} \mathfrak{C} = -8{,}8058523\\
&\text{ſouſtr. } l \operatorname{ſin} \mathfrak{A} = -9{,}5126419\\
&\qquad\qquad +9{,}2932104\\
&\text{ſouſtr. } l \operatorname{ſin} (\mathfrak{B}-\mathfrak{C}) = -9{,}6727952\\
&\qquad\qquad -9{,}6204152\\
&\text{ajout.}\begin{cases} l \operatorname{ſin}(\mathfrak{A}-\mathfrak{B}) = +9{,}9891571\\ l \operatorname{ſin}(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) = -9{,}8012015\end{cases}\\
&\qquad l\,E = -9{,}6095723\\
&\qquad l\,F = +9{,}4216167\\
&\text{De là} \quad E = -0{,}406979\\
&\qquad F = +0{,}264008\\
&\qquad G = -1{,}231069
\end{aligned}
$$

Remarque. Les ſignes + & — mis ici devant les logarithmes n'appartiennent pas aux logarithmes, mais il faut les rapporter aux nombres auxquels ils répondent.

$$
\begin{aligned}
&\text{Du } l \operatorname{ſin} (\mathfrak{B}+\mathfrak{C}) = +9{,}7630671\\
&\text{ſouſtr. } l \operatorname{ſin} (\mathfrak{B}-\mathfrak{C}) = -9{,}6727952\\
&\text{Du}\begin{cases} l\,G = -0{,}0902719\\ l\,F = +9{,}4216167\end{cases}\\
&\text{ſouſtr. } l\,E = -9{,}6095723\\
&\qquad l\,\frac{G}{E} = +0{,}4806996\\
&\qquad l\,\frac{F}{E} = -9{,}8120444
\end{aligned}
$$

$$\& \quad \operatorname{tang} \alpha = 3{,}024820 - 0{,}64870 . \operatorname{tang} \gamma .$$

CONCLUSIONS.

I. C'eſt à l'erreur des obſervations qu'il faut attribuër, que la valeur de F, qui cependant n'auroit dû ſubir aucun changement, ait été plus grande ici qu'auparavant. Mais j'obſerve que ſi l'on prenoit l'angle $\mathfrak{A}$ ſeulement moindre de $15'$, il en réſulteroit un accord parfait ; & il eſt probable que l'erreur eſt encore moindre dans l'angle $\mathfrak{A}$, puiſqu'une partie de la différence doit être imputée, non ſeulement aux autres angles, mais auſſi à l'Expérience précédente.

II. Mais, ſi l'on fait une ſemblable correction à l'angle $\mathfrak{A}$, le nombre E devient un peu plus petit, d'où la fraction $\frac{G}{E}$ devient plus grande que dans la premiere expérience, en ſorte que l'angle γ devroit être poſitif, &, en ôtant à préſent cette correction, négatif ; au lieu

que dans l'un & dans l'autre cas il demeure au dessous de 45'. Ce qui met en droit de conclure avec assez de confiance, que cet angle γ, s'il n'est pas $= 0$, est encore beaucoup moindre.

III. Si donc avec l'Artiste nous prenons pour cette éguille $\gamma = 0$, nous obtiendrons par cette seconde Expérience l'inclinaison magnétique $\alpha = 71^\circ, 42'$, au lieu que la premiere donnoit $71^\circ\ 48'$. En prenant donc le milieu, nous pourrons affirmer que l'inclinaison magnétique est présentement à Berlin $71^\circ, 45'$.

IV. Si nous prenons de la même maniere un terme moyen entre les valeurs du nombre F, la vraye valeur du nombre F, qui à cause de $\gamma = 0$ convient aussi au nombre m, paroit être $F = m = 0,261820 = \frac{Ag}{Md}$. D'où, vû que le moment de l'indice Md est le plus petit, il est clair que le centre de gravité de l'éguille est à la plus petite distance de l'axe du mouvement.

V. Au reste, comme la valeur de E trouvée ici est presque égale à la précédente, on voit qu'en changeant les poles de l'éguille, on lui a imprimé de nouveau une force magnétique égale.

Puisqu'il est donc présentement certain que l'angle γ est si petit, que le terme $m \sin \gamma$ peut être négligé sans erreur sensible, je me suis efforcé à remettre l'éguille dans sa situation précédente à l'égard des poles, & à lui imprimer la plus grande force.

EXPÉRIENCE III.

L'éguille A étant ainsi rétablie, ce qui fut fait le 3 de Juillet, les inclinaisons suivantes furent aussi-tôt observées.

Les

Les angles état posés	l'inclinaison a été observée
I. $\eta = 90^\circ$ & $\omega = 0^\circ$	$\theta = 73^\circ, 12'$. donc $\frac{1+G}{F+E} = \text{tang}\, 73^\circ\, 12'$
II. $\eta = 270$ & $\omega = 0$	$\theta = 23, 35$. donc $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang}\, 23^\circ\, 35'$
III. $\eta = 90$ & $\omega = 180$	$\theta = 94, 10$. donc $\frac{1+G}{F-E} = -\text{tag}\, 85^\circ\, 50'$
IV. $\eta = 270$ & $\omega = 180$	$\theta = -61.50$. donc $\frac{-1+G}{F-E} = -\text{tag}\, 61^\circ\, 50'$

CALCUL.

Afin de pouvoir tirer de là des conclusions d'autant plus certaines, puisque trois Observations suffisent, omettons la troisième à cause qu'une legere faute qui y a été commise, changeroit trop la tangente de l'angle θ. Etant donc

I. $\frac{G-1}{E+F} = \text{tg}\, 23^\circ 35'$. II. $\frac{G-1}{E-F} = \text{tg}\, 61^\circ\, 50'$ & III. $\frac{G+1}{E+F} = \text{tg}\, 73^\circ\, 12'$

on aura

$\frac{G+1}{G-1} = \frac{\text{tang}\, 73^\circ\, 12'}{\text{tang}\, 23^\circ\, 35'}$ & $G = \frac{\sin 96^\circ, 47'}{\sin 49^\circ, 37'}$, d'où $lG = 0,1140786$ & $G = 1,300405$

C'est pourquoi	$G-1 = 0,300405$	donc au $l(G-1) = 9,4777071$
de plus	$E+F = 0,688145$	ajout. $\{l\cot 23^\circ 35' = 0,3599731$
	$E-F = 0,160851$	$\{l\cot 61^\circ 50' = 9,7287161$
Donc	$E = 0,424498$	$l(E+F) = 9,8376802$
&	$F = 0,263647$	$l(E-F) = 9,2064232$
Du	$lG = 0,1140786$	
soustr.	$lE = 9,6278757$	
	$l\,\text{tang}\,\alpha = 10,4862029$	& $\alpha = 71^\circ\, 55'$

CON-

CONCLUSIONS.

I. La valeur de F se trouve ici à peu près la même qui a été concluë des Expériences précédentes ; & parce que cette valeur est renfermée parmi les précédentes, elle doit être regardée comme ne s'éloignant pas beaucoup de la vérité.

II. La valeur de E se trouve ici un peu plus grande que dans l'Expérience précédente ; d'où il s'ensuit qu'on a donné à l'éguille une plus grande vertu magnétique qu'elle n'avoit auparavant : ce qui se conclut aussi de la valeur de G qui est plus grande à présent que ci-dessus. La vertu magnétique présente est donc à la précédente comme 21 à 20.

III. Si de ces valeurs des lettres E, F, G, nous définissons la troisième inclinaison, nous trouverons qu'elle a dû être 94° 2′; comme elle a donc été observée 94° 10′ nous pourrons la statuer 94° 6′, & l'introduire desormais dans le calcul sans craindre d'erreur notable.

IV. L'ayant ainsi introduite, omettons la premiere 73° 12′ dont la tangente pourroit aussi recevoir une grande altération de la plus legère erreur. Considérons donc ces observations.

$$\frac{G-1}{E+F} = \text{tang}\,23°, 35'; \quad \frac{G-1}{E-F} = \text{tang}\,61°, 50'; \quad \frac{G+1}{E-F} = \text{tang}\,85°, 54'$$

d'où se fait

$$\frac{G+1}{G-1} = \frac{\text{tang}\,85°\,54'}{\text{tang}\,61°, 50'} \quad \& \quad G = \frac{\text{sin}\,147°, 44'}{\text{sin}\,24°, 4'} = \frac{\text{sin}\,32°\,16'}{\text{sin}\,24°, 4'}$$

de sorte que soit $lG = 0,1169813$ & $G = 1,309126$, & de là

$$E + F = 0,708123 \qquad lG = 0,1169813$$
$$E - F = 0,165520 \qquad lE = 9,6403045$$

$$E = 0,436822 \qquad l\,\text{tang}\,\alpha = 0,4766768$$
$$F = 0,271302 \qquad \alpha = 71°, 33'$$

V. Ces

V. Ces valeurs étant prifes, on trouve $\frac{G+1}{E+F} = \text{tang}\, 72°, 57'$; & ainfi la premiere inclinaifon paroit avoir été $73°\ 4'$. Soient donc nos quatre obfervations

$$= \text{tang}\, 23°, 35' : \frac{G-1}{E-F} = \text{tang}\, 61°, 50' : \frac{G+1}{E+F} = \text{tang}\, 73°, 4' : \frac{G+1}{E-F} = \text{tang}\, 85°, 54'$$

qui s'accorderont, fi l'on pofe

$$\frac{E+F}{E-F} = \frac{\text{tang}\, 61°, 50'}{\text{tang}\, 23°, 35'} = \frac{\text{tang}\, 85°, 54'}{\text{tang}\, 73°, 4'}.$$

VI. Mais on peut arriver à cet accord, pourvû que les inclinaifons ne foyent pas changées au delà de deux minutes ; comme de cette maniere

$$\frac{1}{F} = \text{tang}\, 23°, 36' : \frac{G-1}{E-F} = \text{tang}\, 61°, 51' : \frac{G+1}{E+F} = \text{tang}\, 73°, 5' : \frac{G+1}{E-F} = \text{tang}\, 85°, 56'$$

D'où l'on tire

$E = 0,43274$: $F = 0,26875$: $G = 1,30647$ & $\alpha = 71°, 40\frac{1}{2}'$.

VII. Si nous prenons de nouveau un terme moyen entre ces valeurs pour l'éguille A, nous ne nous écarterons pas beaucoup de la vérité, fi nous ftatuons $F = 0,265$, & l'inclinaifon magnétique à Berlin $\alpha = 71°, 45'$: alors pour la vertu préfente de l'éguille $E = 0,430$ & $G = 1,304$, d'où fe fait

$$m = \frac{Ag}{Md} = 0,265 \ \& \ n = \frac{Pk}{Md} = 1,373.$$

VIII. A' Berlin donc, tant que l'éguille A conferve la même vertu magnétique, on peut affigner l'inclinaifon θ pour un état quelconque de l'éguille. Car fi l'on appelle l'angle $AOI = \eta$, & la déclinaifon $VKl = \omega$, on aura

$$\text{tang}\, \theta = \frac{\text{fin}\, \eta + 1,304}{\text{cof}\, \eta + 0,265 + 0,430 \cdot \text{cof}\, \omega}.$$

IX. L'inclinaiſon donc la plus petite de toutes ſera produite ſi l'on prend $\omega = 0$, ou ſi l'on place le demi-cercle dans le méridien magnétique, & qu'on prenne l'angle $\eta = 270° + 19°, 21'$; car alors on obſervera l'inclinaiſon $19°, 21'$. Mais ω demeurant $= 0$, le pole boréal P de l'éguille inclinera le plus ſous l'horizon OE, en prenant $\eta = 180° + 14°, 32'$ puiſqu'on obſervera alors l'angle $\theta = 104°, 32'$.

X. Examinons donc plus attentivement les phénomenes de cette éguille; & parce que l'Inventeur, au lieu de la diviſion accoûtumée, en a miſe une autre ſur le cercle attaché à l'éguille, à la faveur de laquelle ont peut connoitre l'inclinaiſon magnétique partout ſans calcul, commençons par en rendre compte ici.

DIVISION

du cercle de l'éguille A, *pour déterminer une ſituation de l'indice, par le moyen de laquelle l'inclinaiſon magnétique puiſſe être trouvée par toute la terre ſans calcul.*

Au lieu de la diviſion ordinaire en degrés, l'Inventeur diviſe le cercle attaché à l'éguille de façon que chaque diviſion, ſi l'on y place l'indice, montre quelle inclinaiſon l'éguille auroit ſi elle étoit dépourvuë de vertu magnétique; c'eſt pourquoi il fait cette diviſion par la pratique, avant que l'éguille ſoit imbuë de vertu magnétique. Mais à préſent nous pourrons exécuter la même diviſion par la ſeule valeur de la lettre F; car, à cauſe de $\gamma = 0$, ſi la force magnétique de l'éguille évanouïſſoit, on aura tant $E = 0$, que $G = 0$; & par conſéquent l'indice OMI étant placé de façon que l'angle AOI ſoit $= \eta$, l'éguille dans toute ſituation du demi-cercle vertical inclineroit de façon que la tangente de l'inclinaiſon ſeroit $= \frac{\sin \eta}{\cos \eta + 0,265}$, ou en général $= \frac{\sin \eta}{\cos \eta + m}$. Soit donc ζ cette inclinaiſon, on aura

$$\tang \zeta = \frac{\sin \eta}{\cos \eta + m} = \frac{\sin \zeta}{\cos \zeta}, \quad \text{ou} \quad \sin(\eta - \zeta) = m \sin \zeta;$$

par

par laquelle équation on peut definir l'angle η pour une inclinaiſon quelconque ζ : & ainſi les degrés des angles ζ peuvent être inſcrits au lieu des angles η, ou bien on pourra dreſſer une table des angles ζ, ſi le bord a été diviſé en degrés à la maniere accoutumée. Voici quelle ſera cette table pour l'éguille A, lorsque m eſt $= 0,265$.

angle ζ	angle $\eta - \zeta$	angle η		angle ζ	angle $\eta - \zeta$	angle η
0°	0° 0′	0° 0′		180°	− 0° 0	180° 0
10	2 38	12 38		190	− 2 38	187 22
20	5 12	25 12		200	− 5 12	194 48
30	7 37	37 37		210	− 7 37	202 23
40	9 49	49 49		220	− 9 49	210 11
50	11 43	61 43		230	−11 43	218 17
60	13 16	73 16		240	−13 16	226 44
70	14 25	84 25		250	−14 25	235 35
80	15 8	95 8		260	−15 8	244 52
90	15 22	105 22		270	−15 22	254 38
100	15 8	115 8		280	−15 8	264 52
110	14 25	124 25		290	−14 25	275 35
120	13 16	133 16		300	−13 16	286 44
130	11 43	141 43		310	−11 43	298 17
140	9 49	149 49		320	− 9 49	310 11
150	7 37	157 37		330	− 7 37	322 23
160	5 12	165 12		340	− 5 12	334 48
170	2 38	172 38		350	− 2 38	347 22
180	0 0	180 0		360	− 0 0	360 0

Com-

Comme à présent, si l'éguille est magnétique, l'inclinaison de l'éguill se trouve telle, que tang θ est $= \frac{\sin \eta + G}{\cos \eta + F + E \cos \omega} = \frac{\sin \eta + n \sin \alpha}{\cos \eta + m + n \cos \alpha . \cos \omega}$, la différence $\theta - \zeta$ sera l'effet produit par la force magnétique. D'où, si $\theta = \zeta$, parce que cet effet sera nul, l'inclinaison observee $\theta = \zeta$ donnera l'inclinaison magnétique pour ce cercle vertical; car on aura tang $\theta = \frac{\text{tang}\,\alpha}{\cos \omega}$, & en plaçant l'instrument dans le méridien magnétique même, on tire de cette maniere la vraye inclinaison magnétique, ou $\theta = \alpha$. Ces angles ζ étant donc marqués sur le cercle attaché à l'éguille A, l'Expérience suivante fournit les observations des inclinaisons de l'éguille θ, qui conviennent à tous les angles ζ.

EXPÉRIENCE IV.

En avançant successivement l'indice de l'éguille A par les dix degrés des angles qui viennent d'être désignés par la lettre ζ, l'inclinaison θ s'est trouve telle

angle ζ	l'inclinaison de l'éguille θ		$\theta - \zeta$	
0°	36°	30′	36°	30′
10	41	50	31	50
20	47	10	27	10
30	51	50	21	50
40	56	20	16	20
50	61	45	11	45
60	66	15	6	15
70	70	50	0	50
80	75	10	− 4	50
90	79	30	−10	30
100	83	25	−16	35

CON-

CONCLUSIONS.

I. Cette Expérience a été faite le 7 de Juillet, & ainsi quelques jours après que j'avois frotté de nouveau l'éguille; pendant lequel tems elle a pu perdre quelque chose de la force magnétique. Ces Expériences précédentes ayant donc donné $G = 1,304$ & $E = 0,430$, de là pour le cas $\zeta = 0$, dans lequel η est aussi $= 0$, à cause de $\omega = 0$, l'inclinaison θ auroit du être $37°, 34'$. & elle n'est que $36°, 30'$. Donc il est manifeste que la force magnétique de l'éguille a souffert un peu de diminution.

II. Néanmoins on peut tout aussi bien conclure la vraye inclinaison magnétique, puisque la méthode que l'Inventeur a recommandée ne dépend nullement de la force magnétique absoluë, mais doit conduire à la même inclinaison, soit que l'éguille soit forte, ou foible.

III. Comme en effet, si l'éguille étoit destituée de toute force magnétique, θ seroit $= \zeta$, la différence $\theta - \zeta$ doit être attribuée à la force magnétique. Or il paroit que cette différence évanouït, si ζ excede tant soit peu 70°. C'est pourquoi, si l'on cherche par interpolation le cas, où $\theta - \zeta = 0$, ce qui arrive si $\zeta = 71\frac{1}{2}°$, on aura à peu près l'inclinaison magnétique.

IV. Mais on ne sçauroit éviter non plus de cette maniere une erreur de plusieurs minutes, soit parce que cette division pratique des angles ζ n'est pas des plus exactes, soit aussi parce que les erreurs commises dans les observations mêmes affectent trop la conclusion.

EXPÉRIENCE V.

Le 9 de Juillet, avec l'éguille A dont la force magnétique étoit tant soit peu diminuée, ont été observées non seulement les inclinaisons pour les principales positions, mais aussi les oscillations suivantes:

en prenant les angles	20 oscil-lations s'ache-voient	l'inclinaison de l'éguille	Par la Théorie	l'inclinaison de l'éguille observée la 2de fois
$\omega = 0° : \eta = 0°$	68″	$\theta = 34° \; 10'$	$\tang \theta = \frac{G}{1+F+E}$	34°, 5′
$\omega = 0 : \eta = 90$	64	$\theta = 72 , 30$	$\tang \theta = \frac{1+G}{F+E}$	72 , 25
$\omega = 0 : \eta = 180$	89	$\theta = 106 , 20$	$\tang \theta = \frac{G}{-1+F+E}$	106 , 20
$\omega = 0 : \eta = 270$	110	$\theta = 13 , 40$	$\tang \theta = \frac{-1+G}{F+E}$	13 , 40
$\omega = 180 : \eta = 0$	78	$\theta = 52 , 10$	$\tang \theta = \frac{G}{1+F-E}$	52 , 10
$\omega = 180 : \eta = 90$	67	$\theta = 92 , 10$	$\tang \theta = \frac{1+G}{F-E}$	92 , 10
$\omega = 180 : \eta = 180$	83	$\theta = 132 , 40$	$\tang \theta = \frac{G}{-1+F-E}$	132 , 50
$\omega = 180 : \eta = 270$	230	$\theta = 109 , 15$	$\tang \theta = \frac{-1+G}{F-E}$	109 , 10
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	73	$\theta = 41 , 55$	$\tang \theta = \frac{G}{1+F}$	42 , 0
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	67	$\theta = 83 , 0$	$\tang \theta = \frac{1+G}{F}$	83 , 0
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	80	$\theta = 121 , 0$	$\tang \theta = \frac{G}{-1+F}$	121 , 0
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	150	$\theta = 29 , 20$	$\tang \theta = \frac{-1+G}{F}$	29 , 10

REMAR-

REMARQUES.

I. Lors qu'il n'y avoit pas encore longtems que l'éguille étoit frottée, j'ai obfervé, pendant que les Expériences fe faifoient, que fa force magnétique fouffroit quelque legère diminution ; c'eft pourquoi j'ai recommencé les mêmes Expériences, & j'ai placé ici les inclinaifons obfervées la feconde fois. J'ai auffi remarqué alors, qu'en tournant le demi-cercle vertical vers l'Orient ou vers l'Occident, cette autre force qui pouffe l'éguille vers le méridien magnétique, répandoit un tant foit peu d'incertitude fur les obfervations, parce que cette force fait avancer l'éguille au bord du demi-cercle, ou l'en détourne.

II. Les valeurs qu'on peut en recueillir, font $G = 1,166$; $F = 0,288$, & $E = 0,379$, d'où vient $\tang \alpha = \frac{G}{E} = 3,076$, ou $\alpha = 71°, 59'$. Mais ces valeurs étant fubftituées pour E, F, & G, s'écarteront encore beaucoup des obfervations. Pour diminuer ces erreurs on trouvera les corrections fuivantes de ces valeurs

$$G = 1,174 : E + F = 0,676 : E - F = 0,064 :$$

d'où fe fait $E = 0,370$: & $F = 0,306$.

III. Voyons donc quelles inclinaifons doivent réfulter de ces valeurs pour toutes les pofitions de l'éguille ; & puisque pour chaque pofition le tems d'une ofcillation eft comme $\sqrt{\frac{\sin \theta}{\sin \eta + G}}$, faifons auffi entrer en compte cette quantité proportionelle au tems.

en

en prenant les angles	l'inclinaiſon calculée	le tems des oſc. calculé	le tems calc. de 20 oſcill.
$\omega = 0^\circ : \eta = 0^\circ$	$\theta = 35^\circ : 0'$	0, 699	67''
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 72 : 44$	0, 663	64
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 105 : 26$	0, 906	87
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 14 : 26$	1, 197	114
$\omega = 180 : \eta = 0$	$\theta = 51 : 27$	0, 816	78
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 91 : 41$	0, 678	65
$\omega = 180 : \eta = 180$	$\theta = 132 : 11$	0, 795	76
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 110 : 12$	2, 322	223
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	$\theta = 41 : 57$	0, 755	72
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	$\theta = 82 : 0$	0, 675	65
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	$\theta = 120 : 35$	0, 856	82
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	$\theta = 29 : 37$	1, 685	162

IV. Dans l'inclinaiſon donc l'erreur de calcul ne ſurpaſſe nulle part un degré ; & cette legère erreur doit être attribuée aux Obſervations mêmes, parce que les angles η ne ſçauroient être pris avec la derniere exactitude, ni la ſituation d'équilibre bien diſtinguée. Peut-être auſſi que les diverſes fernires qui ſe trouvoient de côté & d'autre dans l'appartement pouvoient produire une ſemblable aberration : Mais ces erreurs ne ſçauroient faire révoquer en doute la certitude de la Théorie.

V. Enſuite, avec quelque ſoin que le petit eſſieu, autour duquel l'éguille ſe meut, ſoit travaillé, cependant ſa figure ne peut être ſi exactement priſe pour parfaitement cylindrique, qu'il ſe tourne avec une égale facilité dans toutes les ſituations. Les plus legères inégalités dans les petits tuyaux de verre ſur leſquels cet eſſieu repoſe, peuvent empêcher tant ſoit peu ſon mouvement : ce qu'on eſt en droit d'inferer du changement de pluſieurs minutes qui arrive ſouvent dans l'inclinaiſon,

naison, lors que la situation de l'essieu vient à recevoir quelque petit changement.

VI. Les tems dans lesquels, suivant la Théorie, vint oscillations doivent s'achever, s'accordent si bien avec les observations, que cet acoord confirme merveilleusement la Théorie. Il est vrai que, quand le mouvement oscillatoire étoit fort lent, la différence devenoit plus grande; mais on doit sans doute en attribuër la cause aux obstacles qui viennent d'être indiqués.

VII. Pour mieux confirmer ce que j'avance, j'ai cherché la disposition de l'éguille dans laquelle son mouvement oscillatoire devoit être le plus rapide, & j'ai trouvé quelle avoit lieu, en prenant $\zeta = 50°$, dans lequel cas η devient $= 61°, 43$, & $\theta = 61°, 10'$. Le tems donc d'une oscillation devoit être comme $\sqrt{\frac{\sin\theta}{\sin\eta + G}} = 0,653$, ce qui pour vint oscillations donne $62''$; & en effet vint oscillations se sont trouvées arriver dans cet espace de tems.

VIII. 'A la vérité, de ces valeurs des lettres G & E il résulte une inclinaison magnétique α un peu plus grande; car tang α étant $= \frac{G}{E}$, cela donneroit $\alpha = 72°, 30'$. Mais parce que la valeur de la lettre F a aussi été trouvée plus grande ici qu'auparavant, il est vraisemblable que l'éguille fréquemment frottée a souffèrt quelque courbure, de sorte que γ n'est peut-être plus $= 0$; & par conséquent, comme tang α est réellement $= \frac{G + F.\text{tang}\,\gamma}{E}$, l'angle γ paroit avoir acquis une valeur négative, en sorte que l'inclinaison magnétique ne doit pas être censée surpasser $71°, 45'$.

Toutes les Expériences suffisantes pour confirmer la Théorie ayant été ainsi faites avec l'éguille A, je me suis servi de l'éguille B, après lui avoir imprimé une assez grande force magnétique, & j'ai fait les deux Expériences suivantes pour déterminer l'inclinaison de la direction magnétique.

EXPÉRIENCE VI.

Le 8 d'Août j'ai obſervé avec l'éguille B les inclinaiſons ſuivantes pour les principales poſitions, tant du plan vertical que de l'indice.

les angles étant poſés	l'inclinaiſ. de l'éguille	d'où par la Théorie
$\omega = 0° : \eta = 0°$	$\theta = 28°, 20'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{1+F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 75, 30$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 180° - 56°, 20'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = -23, 45$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F+E}$
$\omega = 180 : \eta = 0$	$\theta = 39°, 15$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{1+F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 180° - 88°, 45'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 180$	$\theta = 180 - 37, 0$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 180 + 73, 50$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F-E}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	$\theta = 32°, 50$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	$\theta = 83, 20$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	$\theta = 180° - 45°, 0'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	$\theta = 44°, 30'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F}$

Quoique trois inclinaisons observées suffisent déjà pour déte[rmi]ner les nombres E, F, & G, cependant il n'est pas inutile d'en [ob]server un plus grand nombre, parce que de cette maniere lesdits n[om]bres pourront être tirés beaucoup plus exactement; car on trou[ve] pour les nombres E, F, G, plusieurs valeurs qui différent entr'[elles] à cause des erreurs des observations; & ce n'est qu'en prenant le[s] valeurs moyennes qu'on peut arriver plus près de la vérité.

Mais comme, lorsqu'on trouve l'inclinaison un peu grande, [de] façon qu'elle passe le 60e. degré, la petite erreur commise dans l'i[ncli]naison cause une grande différence dans la tangente, les conclu[sions] déduites de ces inclinaisons ne peuvent que s'élogner beaucoup d[e la] vérité, de sorte qu'il vaut mieux les omettre, & s'abstenir de rien c[on]clurre de ces inclinaisons. En faisant donc seulement choix des o[bser]vations, dans lesquelles les inclinaisons n'ont pas été trouvées [plus] grandes qu'un demi-droit, nous aurons les équations suivantes:

$$\text{tang}\,28°,20' = \frac{G}{1+F+E} : \text{tg}\,23°,45' = \frac{1-G}{F+E} : \text{tg}\,39°,15' = \frac{G}{1+F-E}$$

$$\text{tang}\,37° = \frac{-G}{-1+F-E} : \text{tg}\,32°,50' = \frac{G}{1+F} : \text{tang}\,45° = \frac{-G}{-1}$$

$$\& \quad \text{tang}\,44°\,30' = \frac{1-G}{F}.$$

Desquelles on tire les valeurs suivantes

$E+F = 0,467$: $E-F = 0,035$ & $G = 0,785$; d'o[ù]

$E = 0,251$ & $F = 0,216$.

Lesquelles étant trouvées, si nous voulons aussi faire usage des au[tres] observations, nous trouverons par la régle de faux des valeurs be[au]coup plus exactes pour $E+F$, $E-F$, & G, de la mani[ere] suivante.

Les quatre premieres inclinaisons fourniront les corrections [des] nombres G & E + F. Qu'on les suppose donc,

 I. GON-

chercher pour x, y & z des valeurs telles que ces
nt les plus petites.
ui arrivera, si l'on prend
$= 0,70$ & $z = 9,2$. Or de là nous aurons
; $E + F = 0,4677$ & $E - F = 0,0442$.

CONCLUSIONS.

ouvons donc pour l'éguille B le nombre $F = 0,2117$, constamment la même valeur; mais les deux autres force magnétique fait varier suivant les tems & les $E = 0,2559$ & $G = 0,79347$.

n pourra définir l'inclinaison de l'éguille pour une positant du demi-cercle vertical que de l'indice, & elle sera

$$\frac{\sin \eta + 0,79347}{\cos \eta + 0,2117 + 0,2559}.$$

formule ne sçauroit être d'usage que pour le tems préieu ou ces expériences ont été faites, c'est à dire, tant magnétique demeure la même.

apport à l'inclinaison magnétique que nous avons nomouverons

$$+ \frac{F}{E} \text{ tang } y = 3,1007 + 0,82727 . \text{tang } y.$$

de gravité de l'éguille tombe très exactement au desieu dans la ligne AO, comme l'assure l'Artiste, de , l'inclinaison magnétique à Berlin, au mois d'Août 755, sera $= 72°, 7'$.

nous aurons aussi $m = \frac{Ag}{Md} = \frac{F}{\cos y} = 0,2117$, &

$= 0,83333 = \frac{5}{6}$ à très peu de choses près. De ces

ier est constant, & dépend seulement de la qualité de cond est proportionnel à la force magnétique absoluë.

A' pré-

A' préſent, pour rechercher ſi l'angle γ eſt effectivement o, ou non? j'ai donné à l'éguille B, en la frottant, une force magnétique contraire, & j'ai fait l'Expérience ſuivante.

EXPÉRIENCE VII.

Les poles de l'éguille B étant changés, j'ai obſervé les inclinaiſons ſuivantes.

étant poſés	l'inclinaiſ. de l'éguille	de là par la théorie
$\omega = 0 : \eta = 0°$	$\theta = -42°, 10'$	$\text{tang}\, 42°, 10' = \frac{-G}{1+F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 180° - 67°, 0'$	$\text{tang}\, 67°, 0' = \frac{-1-G}{F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 180 + 38, 30$	$\text{tang}\, 38°, 30' = \frac{G}{-1+F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 180 + 88, 10$	$\text{tang}\, 88°, 10' = \frac{-1+G}{F+E}$
$\omega = 180 : \eta = 0$	$\theta = -29°, 50'$	$\text{tang}\, 29°, 50' = \frac{-G}{1+F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 16°, 15'$	$\text{tang}\, 16°, 15' = \frac{1+G}{F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 180$	$\theta = 180° + 58°, 20'$	$\text{tang}\, 58°, 20' = \frac{G}{-1+F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = -75°, 40'$	$\text{tang}\, 75°, 40' = \frac{1-G}{F-E}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	$\theta = -35°, 0'$	$\text{tang}\, 35° = \frac{-G}{1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	$\theta = +32°, 40'$	$\text{tang}\, 32°, 40' = \frac{1+G}{F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	$\theta = 180° + 46°, 50'$	$\text{tang}\, 46°, 50' = \frac{G}{-1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	$\theta = -83°, 30'$	$\text{tang}\, 83°, 30' = \frac{1-G}{F}$

CON-

CONCLUSIONS.

I. Le calcul ayant été fait de la même maniere que dans l'Expérience VI. on trouvera

$G = -0,8506$, $E + F = -0,0628$, & $E - F = -0,4735$.

D'où viendront les nombres

$E = -0,2681 : F = 0,2053$, & $G = -0,8506$.

II. On infère de là pour l'inclinaison magnétique

$$\text{tang}\ \alpha = 3,17269 - 0,76576.\text{tang}\ \gamma.$$

Si donc l'angle γ étoit effectivement $= 0$, nous aurions $\alpha = 72°, 30'$. Or nous trouvons par l'Expérience VI. $\alpha = 72°, 7'$.

III. Mais, si nous comparons l'équation trouvée pour l'inclinaison magnétique,

$$\text{tang}\ \alpha = 3,17269 - 0,76576.\text{tang}\ \gamma$$

avec celle qui a été tirée par l'Expérience précédente

$$\text{tang}\ \alpha = 3,10071 + 0,82727.\text{tang}\ \gamma,$$

nous trouverons $\text{tang}\ \gamma = \frac{0,07199}{1,59303}$, & de là l'angle $\gamma = 2°, 35'$.

IV. L'angle $\gamma = 2°, 35'$ étant donc trouvé, nous concluons qu'au mois d'Août 1755, l'inclinaison magnétique a été à Berlin $72°, 19', 29''$.

V. Mais, comme dans l'Expérience VI. nous avons trouvé pour F une valeur un peu différente de celle qui a été trouvée à présent, ce qui vient des erreurs commises dans les Observations, posons qu'on ait trouvé tant dans l'Expérience VI. que dans la VII. $F = 0,2117$, laquelle valeur l'Expérience VI. nous fournit pour F, & nous aurons ces deux équations pour l'inclinaison magnétique

$$\text{tang}\ \alpha = 3,10070 + 0,82727.\text{tang}\ \gamma \quad \&$$

$$\text{tang}\ \alpha = 3,17269 - 0,78263.\text{tang}\ \gamma,$$

des-

desquelles on tire $y = 2°, 33'$, d'où tang $\alpha = 3,13754$, & $\alpha = 72°, 19', 18''$.

VI. Que si nous supposons que F ait constamment retenu la la valeur 0,2053, c'est à dire, celle que l'Expérience précédente lui assigne, nous trouverons ces deux valeurs pour la tangente de l'inclinaison magnétique

$$3,17269 - 0,76576 \text{ tang } y \quad \& \quad 3,10070 + 0,80226 \text{ tang } y,$$

& de là $y = 2°, 37'$ & tang $\alpha = 3,13753$; d'où $\alpha = 72°, 19', 18''$.

VII. Nous concluons donc pour la constitution de l'éguille B que F sera $= 0,2085$, & $y = 2°, 35'$; & de là $n = \frac{Ag}{Md} = 0,20871$. D'où il paroît que le centre de gravité de l'éguille B est encore moins éloigné de l'axe du mouvement, que celui de l'éguille A.

VIII. Or la force magnétique de l'éguille B, dans la VI. Expérience, a été si grande, que n étoit $= \frac{Pk}{Md} = 0,84270$; mais, en changeant les poles de l'éguille B, on trouve $n = \frac{Pk}{Md} = 0,88288$. Ainsi le moment absolu de la force magnétique de l'Expérience VII. est à celui de la VI. comme 88288 à 84270, ou à peu près comme 109 à 104.

IX. L'inclinaison magnétique étoit à Berlin, au mois d'Août 1755, 72°, 19'. Mais, comme nous l'avions trouvée au mois de Juillet de la même année 71°, 45', elle pourroit sembler avoir varié dans l'espace d'un mois, & être devenuë plus grande de 24 minutes, si cette différence ne devoit être attribuée aux erreurs des Observations.

Mais, pour m'assurer davantage si cette variation ne dépendoit pas de la différente nature des deux éguilles, j'ai fait en un même jour les Expériences suivantes avec les trois éguilles à la fois.

 Expé-

EXPÉRIENCE VIII.

Elle eſt du 8 de Septembre.

En poſant les angles	j'ai obſervé les inclinaiſons ſuivantes Eguille A	Eguille B
$\omega = 0° : \eta = 0°$	$\theta = 35°, 45'$	$\theta = 27°, 50'$
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 73, 40$	$\theta = 75, 15$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 10, 30$	$\theta = 23, 15$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 180° - 86°, 5'$	$\theta = 180° - 88°, 5'$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 180 - 58, 55$	$\theta = 180 - 75, 5$

	Eguille C
$\omega = 0° : \eta = 90°$	$\theta = 180° + 73°, 30'$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = -75°, 0'$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 180° + 18°, 30'$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = -86, 15$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = -56, 40$

Calcul pour l'Eguille A.

Ces cinq inclinaiſons obſervées nous donnerons les cinq équations ſuivantes,

I. $\frac{G}{1+F+E} = \text{tang } 35°, 45'$

II. $\frac{G+1}{F+E} = \text{tang } 73°, 40'$

III. $\frac{G-1}{F+E} = \text{tang } 16°, 30'$

IV. $\frac{G+1}{F-E} = -\text{tang } 86°, 5'$

V. $\frac{G-1}{F-E} = -\text{tang } 58°, 55$

Entre

Entre lesquelles si l'on fait choix de II. III. & IV. suivant les préceptes donnés §. LVIII. nous trouverons.

$E = 0,39588$: $F = 0,24593$ & $G = 1,19011$

d'où $\tang \alpha = 3,00624 + 0,62122 . \tang \gamma$.

Par conséquent, si γ étoit $= 45'$, α seroit $= 71°, 39'$.

Appellons présentement au secours la premiere équation

$$\frac{G}{1 + F + E} = \tang 35°, 45'$$

& elle nous fournira ces valeurs corrigées

$E = 0,39588$; $F = 0,25161$ & $G = 1,19602$

& de la $\tang \alpha = 2,99591 + 0,63557 . \tang \gamma$

d'où en posant $\gamma = 45'$, on aura $\alpha = 71°, 35'$.

Mais si, au lieu de la premiere équation nous nous servons de la cinquième, nous aurons

$E = 0,39642$: $F = 0,25428$ & $G = 1,22046$

Prenons donc les valeurs moyennes entre les précédentes & celles qui ont déjà été trouvées, & nous aurons

$E = 0,39615$: $F = 0,25294$ & $G = 1,20324$

d'où nous trouverons pour l'inclinaison magnétique

$\tang \alpha = 3,03731 + 0,63702 . \tang \gamma$

& de là, à cause de $\gamma = 45'$, on aura $\alpha = 71°, 49'$.

Calcul pour l'éguille B.

L'Expérience fournira les cinq équations suivantes pour l'éguille B

I. $\frac{G}{1 + F + E} = \tang 27°, 50'$ IV. $\frac{G + 1}{F - E} = - \tang 88°, 5'$

II. $\frac{G + 1}{F + E} = \tang 75°, 15'$ V. $\frac{G - 1}{F - E} = - \tang 74°, 5'$

III. $\frac{G - 1}{F + E} = \tang 23°, 15'$

 dont

dont les II. III. & IV. prises suivant les régles du §. LVIII. donneront ces déterminations :

$E = 0{,}26659 : F = 0{,}20646 ;$ & $G = 0{,}79676$

d'où $\tan \alpha = 2{,}9887 + 0{,}7744 \cdot \tan \gamma$

& de là, si $\gamma = 2°, 35'$, on aura $\alpha = 71°, 42$

A' présent que ces valeurs trouvées soyent corrigées de nouveau par la premiere équation, & elles seront.

$E = 0{,}27559 : F = 0, 21546 ; G = 0, 78725$

Par conséquent $\tan \alpha = 2, 8566 + 0, 7818 \tan \gamma$

d'où, à cause de $\gamma = 2°, 35'$, on aura $\alpha = 70°. 55'$.

Si finalement on met en œuvre la cinquième équation, nous aurons les valeurs corrigées suivantes des lettres E, F. & G

$E = 0, 27174 ; F = 0, 21199,$ & $G = 0, 7903,$

d'où l'on conclut

$\tan \alpha = 2, 9434 + 0, 78012 \cdot \tan \gamma,$

& de là, en posant $\gamma = 2°, 35'$, nous tirerons l'inclinaison magnétique $\alpha = 71°, 26'$.

Calcul pour l'Eguille C.

Nous aurons de nouveau cinq équations

I. $\frac{1 + G}{F + E} = \tan 73°, 30'$ IV. $\frac{1 + G}{F - E} = -\tan 86°, 15'$

II. $\frac{G}{-1 + F + E} = -\tan 75°$ V. $\frac{-1 + G}{F - E} = -\tan 56°, 40'$

III. $\frac{-1 + G}{F + E} = \tan 18°, 30'$

dont les I. III. & IV. prises suivant le §. LVIII. donneront

$E = 0{,}40155 : F = 0{,}25605,$ & $G = 1{,}22003$

d'où $\tan \alpha = 3{,}0382 + 0{,}63764 \cdot \tan \gamma$

& de là, si $\gamma = 0$, α seroit $= 71°, 46'$

Employons à présent la seconde équation, & les valeurs trouvées pour E, F, & G, étant corrigées par elle, deviendront

$E = 0,40542$: $F = 0,25992$ & $G = 1,24894$

& de là tang $\alpha = 3,08061 + 0,64111 . \text{tang}\ \gamma$

donc, si l'on pose $\gamma = 0$, α sera $= 72°, 1'$.

En faisant enfin usage de la cinquième équation, nous trouverons les valeurs suivantes corrigées

$E = 0,40372$: $G = 1,23481$ & $F = 0,25829$

d'où tang $\alpha = 3,05859 + 0,63980 . \text{tang}\ \gamma$

& par conséquent dans le cas où $\gamma = 0$, α seroit $71°, 53'$.

EXPÉRIENCE IX.

Les poles des trois éguilles A, B, C, étant changés, j'ai observé le 10 de Septembre leurs inclinaisons par cinq positions différentes.

En prenant	Inclinaison de l'Eguille A	Inclinaison de l'Eguille B
$\omega = 0° : \eta = 0°$	$\theta = -55°, 15'$	$\theta = -41°$
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 180° + 61°, 10'$	$\theta = 180° - 69°, 50'$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 180 + 86, 35$	$\theta = 180 + 88, 5$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = -20°$	$\theta = 18°, 55'$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 71°, 50'$	$\theta = -75, 5$

	Inclin. de l'Eguille C
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 67°, 25'$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 51, 10$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 84, 55$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 180 - 35°$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 180 - 73°, 10'$

Calcul pour l'Eguille A.

Par la Théorie nous aurons les cinq équations suivantes

I. $\frac{G}{1+F+E} = -\text{tang } 55^\circ, 15'$ IV. $\frac{1+G}{F-E} = -\text{tang } 20^\circ,$

II. $\frac{1+G}{F+E} = \text{tang } 61^\circ, 10'$ V. $\frac{-1+G}{F-E} = -\text{tang } 71^\circ, 50$

III. $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang } 86^\circ, 35'$

dont les II. III. & IV. donneront

$E = -0,40117$; $F = 0,26724$; $G = -1,24325$

d'où tang $\alpha = 3,09912 - 0,666115 \cdot \text{tang } \gamma$

& de là à cause de $\gamma = 45'$, on aura $\alpha = 72^\circ, 4'$

Mais ces valeurs étant corrigées par la I. équation, deviendront

$E = -0,40206$; $F = 0,26635$ & $G = -1,24585$

& par conséquent tang $\alpha = 3,09866 - 0,66216 \cdot \text{tang } \gamma$

d'où, si $\gamma = 45$, α seroit $= 72^\circ, 4'$

Qu'on prenne à présent la cinquième équation, afin de trouver des valeurs plus exactes pour E, F, & G; ce qui étant fait nous obtiendrons

$E = -0,41626$; $F = 0,27939$, & $G = -1,25135$

d'où tang $\alpha = 3,00617 - 0,67119 \cdot \text{tang } \gamma$

de là, à cause de $\gamma = 45'$, α sera $= 71^\circ, 33'$.

Calcul pour l'Eguille B.

Les inclinaisons observées nous fournissent ces équations

I. $\frac{G}{1+F+E} = \text{tang } 41^\circ$ IV. $\frac{1+G}{F-E} = \text{tang } 18^\circ, 55'$

II. $\frac{1+G}{F+E} = -\text{tang } 69^\circ, 50'$ V. $\frac{-1-G}{F-E} = -\text{tang } 75^\circ, 5'$

III. $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang } 88^\circ, 5'$

Dont

Dont les II. III. & IV. donneront

$E = -0{,}27434$: $F = 0{,}21300$: & $G = -0{,}83298$

& l'inclinaison magnétique se trouvera par cette équation

$\text{tang } \alpha = 3{,}03523 - 0{,}77642 \,.\, \text{tang } \gamma$

de là, à cause $\gamma = 2^\circ, 35'$, elle sera $\alpha = 71^\circ, 34'$.

Mais ces valeurs étant corrigées par l'équation I. $\frac{G}{1+F+E} = -\text{tang } 41^\circ$

on aura $E = -0{,}26945$; $F = 0{,}21789$, & $G = -0{,}82447$

d'où $\text{tang } \alpha = 3{,}05982 - 0{,}80864 \,.\, \text{tang } \gamma$

& par conséquent à cause de $\gamma = 2^\circ, 35'$, α sera $= 71^\circ, 42'$.

Si l'on se sert enfin de la cinquième équation on aura

$E = -0{,}26945$; $F = 0{,}21663$, & $G = -0{,}82687$

d'où $\text{tang } \alpha = 3{,}06873 - 0{,}80397 \,.\, \text{tang } \gamma$

& par conséquent l'inclinaison magnétique sera $\alpha = 71^\circ, 45'$.

Calcul pour l'Eguille C.

Nous aurons de nouveau ces cinq équations

I. $\frac{1+G}{F+E} = \text{tang } 67^\circ, 25'$ IV. $\frac{1+G}{F-E} = -\text{tang } 35^\circ$

II. $\frac{G}{-1+F+E} = \text{tang } 51^\circ, 10'$ V. $\frac{-1+G}{F-E} = -\text{tang } 73^\circ, 10'$

III. $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang } 84^\circ, 55'$.

Desquelles les I. III. IV. donnent

$E = -0{,}5017$; $F = 0{,}27539$, & $G = -1{,}5441$

d'où $\text{tang } \alpha = 3{,}07778 - 0{,}54891 \,.\, \text{tang } \gamma$

Si nous posons à présent que l'angle γ évanouisse, α seroit $= 72^\circ$.

En corrigeant ces nombres par la II. équation, on aura

$E = -0{,}50586$; $F = 0{,}27123$, & $G = 1{,}5337$

&

& de là tang $\alpha = 3{,}03886 - 0{,}53741 \,.\, \text{tang}\, \gamma$
d'où, si $\gamma = 0$, α seroit $= 71°, 47'$.

En nous servant de la cinquième équation, nous trouverons les valeurs corrigées suivantes

$E = -0{,}50681$; $F = 0{,}26701$, & $G = -1{,}5372$
d'où l'on tire tang $\alpha = 3{,}03309 - 0{,}52684 \,.\, \text{tang}\, \gamma$
Donc, dans le cas $\gamma = 0$, l'inclinaison magnétique sera $\alpha = 71°, 45'$.

CONCLUSIONS.

Ce qu'on vient de rapporter confirme assez évidemment la vérité de cette Théorie; car dans les deux dernieres Expériences, faites avec les trois éguilles en même tems, on ne trouve pas seulement la différence d'un demi-degré dans l'inclinaison magnétique; différence si légère que personne ne doutera qu'elle ne provienne des erreurs des observations. Et, puis qu'outre cela, dans ces deux dernieres Expériences, nous observons des inclinaisons correspondantes à des positions telles, qu'elles ne sont guères propres à conduire à des conclusions exactes, on a plutôt sujet de s'étonner que nous n'ayons pas rencontré une plus grande différence. En effet nous nous sommes servis d'inclinaisons qui alloient non seulement fort au delà du 50e. degré, mais dans lesquelles aussi le mouvement oscillatoire de l'éguille étoit si lent, que le plus petit grain de poussiere auroit pû arrêter l'éguille, quoiqu'elle fut pourtant éloignée de la vraye situation d'équilibre d'un angle assez grand; de sorte que très souvent il auroit pu se glisser jusqu'à cinq degrés d'erreur, si dans ces cas je n'eusse répété plusieurs fois l'observation d'une semblable inclinaison de l'éguille, & pris ensuite les inclinaisons moyennes entre toutes celles qui avoient été observées. C'est à cette fréquente répétition qu'il faut attribuer la petite différence à laquelle l'inclinaison magnétique se trouve réduite.

II. Nous concluons encore que l'inclinaison magnétique a été la même au mois de Septembre qu'au mois de Juillet, ou du moins que ses variations ont été insensibles, de sorte que nous pouvons affirmer, qu'elle a été

a été d'environ 71°, 45'. Quant à ce que nous trouvons par les Expériences VI. & VII. que l'inclinaison magnétique avoit été au mois d'Août = 72°, 19', il faut l'attribuer non seulement aux erreurs de ces observations, dans lesquelles le mouvement oscillatoire est si lent, mais aussi à la détermination des lettres x, y, & z, qui peuvent être prises si diversement, qu'il en résulte des erreurs, néanmoins assez petites.

III. A' l'égard de l'éguille A, nous avons vû que l'angle γ avoit acquis une valeur négative, à cause du frottement fréquent des lames magnétiques, comme nous l'avons déjà remarqué dans l'Expérience V; & qu'il est = — 1°, 20' environ. Or le nombre F sera à fort peu près = 0, 2688, & par conséquent m = 0, 2688. De plus, pour l'éguille B, l'angle γ aura une valeur positive, & sera d'environ 2°, 35' comme nous l'avons trouvé par les Expériences VII. & VIII. Car comme j'ai frotté l'éguille B rarement & doucement, elle n'a souffert aucun dommage. Or la valeur du nombre F sera 0, 2135, d'où m = 0, 2137. Enfin, pour l'éguille C, nous concluons que l'angle γ négatif sera d'environ 1°, 15', & F = 0, 2626; d'où aussi m = 0, 2626.

IV. Pour finir ces recherches, nous apprenons aussi que, lorsqu'on voudra des Expériences qui puissent conduire à des conclusions encore un peu plus exactes, il faut éviter premièrement toutes les grandes inclinaisons qui approchent d'un angle droit, & ensuite aussi toutes celles qui sont jointes à un mouvement oscillatoire lent.



HISTOIRE
DU CHRYSOPRASE DE KOSEMITZ,
PAR M. LEHMANN.

Traduit du Latin.

Nec magis huic intra niveos viridesque lapillos
Est locus — — — — — — — — Horat.

Depuis que la vanité des mortels, & le dur aiguillon de la nécessité, ont donné à certaines matieres un prix, qui leur obtient la prééminence sur toutes les autres, il n'y a presque rien dont on ait fait autant de cas que des Pierres précieuses, qui sont beaucoup plus chères que l'or même. Prix qui dépend néanmoins pour la plus grande partie du caprice de celui qui vend & de celui qui achete.

Stultitiam patiuntur opes.

Les Pierres précieuses nous fournissent un témoignage bien évident de la vérité de cette assertion. Quelles sommes n'employent pas annuellement les personnes fort opulentes pour acquérir des bijoux ? Avec quels soins & quelle adresse ne les cherche & ne les découvre-t-on pas ? A quel prix ne les acquiert-on pas ? Et, s'il faut dire les choses comme elles sont, combien ne se mêle-t-il pas de fraudes & d'impostures dans ce trafic ? Cependant, comme il n'y a rien dans l'Univers de si vain & de si frivole, qui ne se trouve utile à quelque égard ; ce desir de posséder des Pierres précieuses, & le prix qu'on y a attaché, ont engagé, déjà dans les tems les plus reculés, à faire des recherches exactes sur la nature de ces Pierres. Plusieurs Ecrits de personnages très célébres font voir, combien l'Histoire Naturelle a profité de ces recherches, & a reçu d'accroissemens par cette voye, soit qu'on ait traité l'Histoire des Pierres précieuses en particulier, ou qu'on se soit

atta-

attaché à la Minéralogie en général. Je ferois une chose déjà faite, & je m'écarterois tout à fait de mon but, si j'entreprenois ici d'indiquer, de décrire, & d'examiner, tous les genres & toutes les especes de Pierres précieuses. De très illustres Ecrivains se sont déjà suffisamment acquittés de cette tâche : & tout le monde n'est pas d'ailleurs en état de la remplir. La plûpart de ceux qui voudroient tourner leurs vuës de ce côté là, sont epouvantés par le prix des Pierres précieuses ; & d'autres manquent d'occasions. Comme il est impossible de philosopher dans l'indigence, il y a bien peu d'Auteurs de l'Histoire Minéralogique, qui ayent été au delà de la description des Pierres précieuses, & nous en ayent donné une histoire bien circonstanciée. Ainsi, je ne sçaurois assez m'étonner de ce que l'illustre Baron *de Swieten* m'écrivoit l'année passée, au sujet de la collection de Curiosités naturelles de S. M. Impériale : „ Vous ne serez pas surpris, (ce sont ses expressions,) si „ vous pensez qu'on a travaillé pendant deux cens ans à former cette „ grande collection, jusqu'à ce qu'enfin la possession en est parvenuë „ à l'Empereur. L'abondance des choses, & l'ordre admirable qui y „ régne, font voir comment par des degrès successifs la Nature pro„ cede dans la formation des pierres & des métaux, depuis la terre la „ plus vile jusqu'à ce qu'il y a de plus précieux ; & je ne crois pas „ qu'il existe nulle part ailleurs un semblable trésor. „

Cependant il faut chercher quelque voye, par laquelle nous puissions aussi arriver à une connoissance plus exacte des Pierres précieuses. Dans les grandes entreprises il suffit souvent d'avoir voulu les tenter ; & si ces tentatives ne répondent pas toujours à l'attente de ceux qui les forment, elles sont rarement tout à fait infructueuses. Je vais donc donner en peu de mots un échantillon d'Histoire Naturelle, concernant la génération du *Chrysoprase* de *Kosemitz*, dans l'espérance que d'autres qui s'intéressent à l'Histoire Naturelle, déterminés par mon exemple, quelque peu considérable qu'il soit, viendront au secours dans une semblable entreprise. Je devois cet essai à notre illustre Académie, & à la commission dont j'ai été chargé par ordre du Roi, notre auguste

Protecteur, de faire un voyage destiné à de semblables recherches dans presque toute la Silesie.

Dans le Duché de *Monsterberg* dans la haute Silesie, pas loin de la Ville de *Nimtsch*, est situé le Village de *Kosemitz*, appartenant à un Gentilhomme, nommé *de Goldbach*. Le territoire en est pour la plûpart uni, allant peu en pente, avec quelques montagnes, ou plutôt des collines; en sorte qu'au premier coup d'oeil il seroit tout naturel de le regarder comme un territoire qui contient des veines métalliques horizontales, (en Allemand *Flötze.*) Les campagnes y sont très fertiles, les bois rares, les prairies réjouïssent la vuë par la diversité des fleurs dont elles sont émaillées; & pour tout dire en deux mots, cette contrée a l'air des Champs Elysées. On y trouve quantité de Pierres précieuses, dont les unes sont éparses, & les autres cachées dans la terre, d'où il faut les tirer. Telles sont les *Sardes*, ou *Carnioles*, les *Sardoniques*, les *Chalcedoines*, les *Opales*, mais surtout les *Chrysoprases.* Il y a quelques années que le possesseur susnommé de cette Terre employa des soins particuliers pour tirer ces pierres précieuses de leurs Mines; & cela lui réüssit. Il s'attacha principalement à la recherche des *Chrysoprases.* Mais, avant que de m'engager plus avant dans l'Histoire de cette Pierre, il faut que j'indique en peu de mots quels sont ses caractères, & ce qu'en ont dit divers Auteurs. Il sera plus aisé après cela de traiter mon sujet, & d'appuyer solidement ce que j'aurai à dire.

Le *Chrysoprase*, qu'on appelle aussi *Prasius*, *Chrysopras*, & *Chrysopteron*, est une *Pierre précieuse*, *transparente*, *verte*, *dont la dureté approche de celle de l'Emeraude*, *d'une figure irréguliere.* On le divise en Oriental & en Occidental. 'A l'égard de la dureté, ces deux especes ne différent pas; mais la premiere jette un éclat plus vif. Son nom vient du mot Grec πράσος, *porreau*, parce qu'elle est d'un verd de porreau. Comme les Auteurs sont tombés dans diverses erreurs à l'égard de plusieurs Pierres, tant communes que précieuses, il y en a aussi qui concernent le *Chrysoprase.* Voyons ce qu'on en a

écrit.

rit. *Pline*, ce Père de l'Histoire Naturelle, au XXXVII. Livre de sienne, Chap. 5. parlant des Emeraudes, & d'autres Pierres précieuses qui réfléchissent une couleur verte, ajoute : „Les plus estimées, (d'entre les *Bérils*,) sont ceux qui ont la couleur d'un beau verd de mer ; après lesquels viennent les *Chrysobérils*, qui sont un peu plus pâles, mais dont l'éclat tient de la couleur d'or. L'espece la plus proche de celle-ci est encore plus pâle ; quelques uns la regardent comme constituant un genre propre, & on la nomme *Chrysoprase*.„ Et au Chap. 8. du même Livre, il dit de la *Topaze* : „On en fait deux especes, la *Prasoïde*, & le *Chrysoptere*, semblable au *Chrysoprase*.„ Il ajoute un peu plus bas : „On préfére à celles-ci le *Chrysoprase*, dont la couleur à l'air du jus de porreau, mais elle s'écarte un peu de la *topaze* pour tirer vers l'or : elle est d'une telle grandeur qu'on en fait des gondoles à boire, & des cylindres, avec beaucoup de vitesse.„ *Agricola*, cet insigne plagiaire, qui a tant lé *Pline*, surtout dans ce qui regarde l'histoire des Pierres communes & précieuses, dit au Chap. 15. du Livre VI. de son Traité *de la ture des fossiles* : „Le *Prasius*, que *Theophrastes* appelle *Prasitis*, a une couleur verte, moins foncée que celle du béril, qui imite le verd de mer pur ; car il ressemble au jus de porreau, d'où il a tiré son nom ; il est de la couleur du porreau : il paroit que ç'a été la même pierre que le *Prasius*, qui a bien quelque transparence, mais peu d'éclat ; c'est pourquoi on le compte parmi les pierres communes.„ Et au Chap. 16. „Le *Prasius*, dit-il, soit quil ait seulement sa véritable couleur, par laquelle il ressemble au jus de porreau, ou qu'il ait aussi des taches couleur de sang, & quelquefois des rayes blanches, différe de toutes les autres pierres par ces marques qui lui sont propres ; mais un éclat tirant sur l'or distingue la *Topaze* de la *Callaïde*, qui est d'un verd plus pâle.„ Je passe sous silence elques autres passages de cet Auteur. *Wallerius* compte le *Chrysoase* parmi les *Chrysolithes*, & donne à la *Topaze* le nom de *Chrysohe*, affirmant dans sa *Minéralogie*, comme l'avoit fait *Agricola*, que *Choaspis*, le *Chrysobéril*, & le *Chrysoprase*, ont une seule & même

 ori-

origine. M. *Woltersdorff*, dans son *Système minéral*, avance que l'*Emeraude* & le *Prasius* sont la même chose. Plusieurs, entre lesquels se trouve *Cardan*, dans son Livre *de la subtilité*, ont entierement omis cette pierre, ou parce que peut-être ils ne la connoissoient point du tout, ou faute d'avoir quelque chose de certain à en dire. Les témoignages qu'on vient de citer font voir, que les Auteurs anciens & modernes ont confondu arbitrairement les *Chrysoprases*, les *Chrysobérils*, les *Chrysopis*, les *Topazes*, les *Emeraudes*, les *Chrysolithes*, de sorte que nous ne pouvons nous-mêmes nous assurer, si notre pierre est la même dont les Anciens ont fait mention dans leurs Ecrits, ou non. *Pline*, par exemple, dans l'endroit cité, a donné le nom de *Chrysoprase* à l'espece la plus pâle des *Chrysobérils*, tandis qu'aujourd'hui plus ces pierres sont vertes, & plus elles méritent le nom de *Chrysoprases*. Il paroit même avoir été dans l'incertitude, puisqu'il range également la pierre en question parmi les *Topases* & parmi les *Bérils*. *François de la Ruë de l'Isle*, au Livre second de son Traité *des Pierres précieuses*, décrit une espece de *Chrysoprase*, que nous mettrons dans la suite de ce Mémoire au rang des *Chrysobérils*, mais c'est à tort qu'il lui donne le nom de *Chrysolithe*, lorsqu'il s'exprime ainsi : „ Je trouve aussi que „ les *Chrysolithes* naissent en Allemagne, sçavoir dans les côteaux de „ de la Misnie ; & les lieux d'alentour ; cependant leur éclat est d'un „ blanc languissant, & elles sont plus fragiles que les autres. Ce sont „ les Indes qui produisent les plus exquises d'entre les pierres de cette „ espece, qui tirent au bleu, mais dont quelques unes sont d'un verd „ de mer si éclatant, que lorsqu'on en approche de l'or, elles le font „ blanchir, & le rendent semblable à l'argent. „ *Pierre Albinus*, dans sa *Chronique métallique de Misnie*, a fort bien remarqué sur ces paroles, que *la Ruë* a confondu les *Chrysolithes* & les *Chrysobérils*. Le *Lexicon métallique* de *Zeisig*, qui s'est caché sous le nom de *Minérophile*, porte au mot *Chrysoprase* ; „ que c'est une pierre à demi-transparente, verte, marquée de diverses taches, que plusieurs prennent „ pour la matrice de l'*Emeraude*, & appellent *Smaragdoprasius*. „ *Boëtius de Boot* estime aussi que le *Prasius* est la matrice de l'*Emeraude*

&

& il compte parmi les vrais *Chrysoprases* les plus pâles d'entre les *Emeraudes*, & qui tirent au jaune, n'appellant véritablement *Emeraudes* que celles qui sont parfaitement vertes. Quant à ce qu'il dit, page 205. du *Smaragdoprasius*, j'ai remarqué que ce n'étoit pas une espece particuliere, mais je suis persuadé qu'on doit la regarder comme un *Chrysoprase* moins net. Toutes ces citations font abondamment connoître, quelles ont été les diverses opinions des différens Auteurs au sujet du *Chrysoprase*. On ne sçauroit mieux se tirer des controverses qui en résultent, qu'en mettant tous les préjugés à l'écart, pour s'attacher à l'examen même du sujet dont il s'agit.

Mais la seule inspection ne suffit pas; il faudra entrer dans des discussions plus approfondies. Le tems ne me permet pas de soumettre ces pierres à un examen chymique, qui d'ailleurs s'écarteroit du but d'un historiographe. Il faudra donc présupposer les signes & les caractères, par lesquels cette pierre peut être reconnue, & distinguée des autres pierres qui ont une couleur verte. Les premiers caractères doivent être pris de la couleur; les seconds de la dureté; les troisièmes de l'histoire de la génération de ces pierres. Quant à la couleur, nous la trouvons toujours plus ou moins verte. Ces pierres différent de l'*Emeraude*, en ce qu'elles ont une couleur moins foncée, & jettent une lumiere plus trouble. Je dis donc, qu'il y en a de quatre especes, rélativement à la couleur. La premiere c'est celle des *Prases*, dont *Pline* dit dans l'endroit cité, Chap. 8. „ Le *Prase* est au rang „ des moindres pierres; l'une de ses especes est tachetée de sang. „ On diroit qu'il s'agit du *Jaspe*, s'il n'étoit transparent; car d'ailleurs il est assez verd. Le second ordre est d'un verd un peu plus clair; & il se distingue par des rayes, ou petites veines blanches. Au troisième rang sont les *Chrysobérils*, qui ressemblent au béril par rapport à leurs diverses couleurs, qu'ils répandent surtout lorsqu'on les tient penchés vis à vis du Soleil, à moins qu'elles n'ayent de la verdeur, qu'elles font alors paroître sans qu'il soit besoin de les pencher; leur éclat tirant au reste, suivant *Pline*, à la couleur d'or. Les vrais *Chrysoprases* constituent la quatrième espece. Ils

sont

font transparens, purs, couleur de jus de porreau, tantôt entierement verts, tantôt d'un verd tirant sur le jaune. J'ai trouvé toutes ces especes de *Chrysoprases*, distinguées par leurs couleurs, dans le territoire de *Kosemitz*. Elle différent de l'Emeraude, en ce que celle-ci est plus verte & plus transparent. Elles différent de la *Turquoise*, qui flatte les yeux par un verd plus azuré, est plus molle, & doit son origine au Régne animal. On peut consulter là dessus le célébre M. de *Réaumur*, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, Année 1715. pag. 230. M. *Mortimer*, dans les *Transactions Philosophiques*, N°. 482. Art. 17. & d'autres. Nos pierres différent encore des pierres vertes des Amazones, celles-ci étant un peu plus dures, plus vertes, & d'une moindre grosseur. En effet leur dureté empêche de les confondre avec les *Selenites* verds, nommés en Allemand, *Fluß-Spath*, *Smaragdmutter*, aussi bien qu'avec les verres teints. A l'égard de la dureté, j'ai déjà remarqué ci-dessus, que les *Chrysoprases* ont beaucoup de convenanec avec les *Emeraudes*, les uns & les autres ne pouvant être brisés en morceaux que par une extrème violence, au moyen de l'enclume & du marteau. On les scie aussi, & on les polit avec beaucoup de travail, sur un disque de plomb, ou d'étain, destiné à polir les pierres précieuses. Un défaut qu'on leur reproche surtout, c'est qu'elles sont très difficiles à *brillanter*, à cause de leur densité & de la tenacité de leurs parties, de sorte qu'elles creusent & fendent le disque susdit, où l'on veut les polir. La premiere des especes que nous avons indiquée, est la plus résistante & la plus dure de toutes; elle ne se laisse presque point travailler. Il n'est pas rare qu'après avoir poli à grand' peine une semblable pierre, lorsqu'on veut rendre sa figure polyédre par le bord, elle saute en éclats, ou bien il s'y fait des fentes, ou des trous, parce que les points rouges dont elle est tachée, se refusent entièrement à cette sorte de polissure. Celles que j'ai nommé *Chrysobërils*, forment la seconde classe; ils sont assez durs, mais plus tendres cependant & plus purs, puisqu'ils sont susceptibles de la polissure polyédre. Les meilleures sont les *Chrysoprases* proprement dits; ils sont purs, nets, sans aucun mêlange de particules hétérogenes,

nes, recevant toutes les sortes de polissure qu'on veut leur donner, & propres à prendre toutes sortes de figures. Toutes ces especes dures ne souffrent l'outil destiné à les couper, ou à les polir, qu'après avoir été humectées, non d'esprit de vin que demandent les pierres plus molles qui s'en imbibent, mais d'eau commune. En les frappant contre l'acier & le fer, elles jettent des étincelles. Presque toutes les pierres précieuses, à l'exception de la *Topaze* & du *Diamant*, ont ceci de commun, que, plus elles approchent de la nature crystalline, plus elles sont aisées à polir; au lieu que ce travail est beaucoup plus difficile dans les autres, où la Nature a mêlé plusieurs parties hétérogenes, tantôt terrestres, tantôt metalliques. Il s'agit à présent de passer à l'histoire de la génération de nos *Chrysoprases*. J'ai déjà fait, au commencement de ce Mémoire, l'éloge du territoire où elles se trouvent; & il n'est pas besoin d'y revenir ici. Le célébre M. *Eller*, dans son Essai *sur origine & la génération des métaux*, inséré dans l'année 1753. de *l'Histoire de l'Académie*, avance, page 11. & prouve avec cette érudition & cette solidité qu'il met dans tous ses Ecrits, „ que les veines métalliques, ou mines, se trouvent seulement dans les endroits „ de notre Globe, où le terrain s'éleve en une longue suite de montagnes. „ C'est ce dont nous avons remarqué la vérité au sujet du *Chrysoprase*. Les Minéralogistes moins solides prennent pour le lieu natal des métaux l'endroit seulement où ils découvrent les veines métalliques; &, s'il est permis d'user de cette comparaison, ils ressemblent en cela aux pourceaux, qui mangent les glands qu'ils trouvent sous les chenes, sans se mettre en peine d'où ils viennent, ni s'il y a plusieurs arbres qui en portent, à moins que le hazard ne les conduise sous d'autres. Un vrai Physicien doit au contraire parcourir des païs entiers, pour bien observer leur situation, leurs frontieres, & les terres qui les environnent. De pareilles observations lui apprendront, qu'on ne rencontre jamais de veines métalliques, ni de minéraux rigoureusement ainsi nommés, que dans les endroits élevés d'une contrée, sçavoir les montagnes, les collines, les côteaux, les promontoires; car il n'est pas toujours besoin de Monts *Bructeres*, *Carpa-*

thiens, & autres Montagnes gigantesques, pour la génération des minéraux, & des fossiles. C'est ce que prouve notre contrée de *Kosemitz*. En allant de *Breslau* vers *Kosemitz* & *Nimtsch*, une vaste plaine offre aux yeux l'aspect libre d'environ sept milles à la ronde; mais quand on a passé *Nimtsch*, & les frontieres de la Principauté de *Brieg*, tout le Duché de *Monsterberg*, vers *Quickendorff*, *Silberberg*, & *Reichenstein*, ne présente que des montagnes, des côteaux, des collines, & des vallées; & les hauteurs insensiblement, & comme par degrés, s'élevent vers le Ciel. Toutes ces montagnes sont abondamment remplies de métaux, de minéraux, & de fossiles. Près de *Kosemitz*, & de *Nimtsch*, on trouve des traces d'ardoise, des pierres de chaux, & des signes de veines horizontales, qui se plaisent ordinairement près des promontoires. *Silberberg*, à deux milles de *Kosemitz*, abonde en veines d'argent; & il y a dans cet endroit des montagnes, dont le sommet est presque toujours caché dans les nuës. Deux milles plus loin près de *Hausdorff*, dans le Comté de *Glatz*, on trouve des montagnes d'une moyenne hauteur, qui renferment une veine de cuivre très riche; & dans les endroits qui s'abaissent vers la plaine, on trouve des *Lithantraces*. Les mines de cuivre ne parcourent en effet pour l'ordinaire que des montagnes d'une moyenne hauteur. Telle est la situation de *Kosemitz*, telle la patrie de notre *Chrysoprase*. Au premier coup d'oeil, en observant les mines d'où l'on tire cette pierre, je n'appercevois qu'un Chaos confus, dans le voisinage d'un Moulin à vent: & j'étois disposé à croire que c'étoit là la véritable situation du *Chrysoprase*. Tantôt je trouvois un caillou, tantôt une *Opale*; ici de la terre verdâtre, là une pierre verte, assez approchante du *Chrysoprase*. Mais, en considérant les choses plus attentivement, je découvris que tous ces endroits, d'où les Ouvriers avoient jusqu'à présent tiré nos pierres, n'étoient autre chose que des mottes de terre, que des Mineurs ont tirées, il y a quelques siècles, de creux & de puits plus profonds, que nous nommons en Allemand *Halden*. En continuant des recherches plus exactes dans la contrée circonvoisine, je trouvai trois de ces trous, dits communément *Stollen*, au pied de la monta-

gne,

ne, vers cet endroit qui va en montant, où j'avois apperçu les monceaux susdits. Il s'agissoit de visiter ces trous. Leurs entrées, (*Stollen Mundlöcher*,) étoient pour la plûpart éboulées : mais un travail opiniâtre vient à bout de tout. Je me glisse dans la premiere, non sans danger, car il n'y avoit, ni poutres, ni planche, ni aucune sorte de soutien, que celui que la Nature fournissoit, sçavoir la dureté de la pierre. 'A l'entrée de ces creux on voyoit une veine de pierre cornuë, mêlée d'asbeste, presque horizontale, que nos Métallistes appellent *schwebend*. Le premier creux dans lequel je m'etois glissé, me parut aller vers la gauche jusqu'à six ou sept perches (*lachter*) de profondeur, autant que j'en pus juger sans mesure géométrique. Lorsque je fus arrivé au *non plus ultrà*, ou à cette fin du creux que nos gens appellent *vor-gantz Ort*, je ne trouvai rien que la veine susdite de Pierre cornuë, toute remplie d'asbeste. Je voulois visiter un second creux. Celui-ci contenoit de l'eau qui m'alloit jusqu'aux genoux, de sorte que je ne pus arriver jusqu'au bout, car je craignois qu'il n'y eut quelque puits caché là dessous; & si j'y étois tombé, qui est-ce qui seroit venu à mon secours, puisque je m'étois glissé en cachette dans ce creux? Je remarquai pourtant, lorsque je me fus avancé environ jusqu'à quinze perches, qu'il y avoit dans le toit supérieur du creux, que nous appellons *die Förste*, la même veine de pierre cornuë, avec un peu de terre verdâtre plus molle, de l'un & l'autre côté : c'est ce qu'on nomme *Bestegnüs*. Le troisième creux, qui s'avançoit à droite, alloit à peine à quelques perches qu'il montroit déjà la même veine de pierre cornuë avec de l'asbeste. Pourvû de ces indices, je retournai aux mines de *Chrysoprase*, & j'observai que depuis quelques siècles il y existoit plusieurs puits, (*Schächte*,) & que tout le travail d'aujourdhui avoit pour objet les monceaux, que nos Ancêtres ont tiré des entrailles de la terre, & jettés sur sa surface, (monceaux dits communément *Halden.*) Toutes ces choses étant murement considérées & pésées, je compris que je perdrois mon tems & ma peine, à moins que je n'allasse dans quelque endroit où l'on n'eut point travaillé anciennement, pour y faire des recherches convenables à mes vuës. J'appellai à mon secours l'éguille

 mag-

magnétique, & recherchant le cours de la veine de pierre cornuë (*des Ganges Streichen;*) je trouvai qu'elle s'avançoit entre la Ville de *Frankenstein*, *Zulzendorff*, & *Kosemitz*, vers une forêt, & qu'à moins que quelque accident n'en interrompit le cours, (comme d'avoir été entrecoupée, & déclinée de sa route,) elle se montroit à découvert. Je passai de là à quelques essais, qui me reüssirent autant que le permettoit le peu de tems dont je pouvois disposer, & par le moyen desquels j'arrivai à la fin que je m'étois proposée. Voici donc les différentes couches que j'observai dans cet endroit.

1. On trouve d'abord une terre très fertile, grasse, noirâtre, mêlée d'un peu de sable, de l'épaisseur d'un pied & demi.

2. Elle étoit suivie d'une couche de *Chalcedoines*, de *Sardes*, impurs à la vérité, & jaunâtres, n'étant pas encore à maturité, de *Bérils*, de *Hyacinthes*, & de cailloux, qui étoit d'un & demi à deux pieds.

3. Après cette couche venoit de l'argille d'une couleur gris-brune, épaisse d'un pouce, sous laquelle étoit.

4. De l'argille blanche, de quelques pouces d'épaisseur.

5. De la terre d'un jaune tirant sur le verd, composée de terre smectite, & de morceaux de talc.

6. Des Pierres d'un beau verd, un peu molles, mêlées avec de la terre verte. Ces pierres ne se laissent pas polir. On trouvoit parmi elles, quoique fort rarement, du *Chrysoprase* en morceaux plus grands, ou plus petits, tantôt plus pur, tantôt gâté par des taches, plus ou moins verd, sous lequel étoit

7. Du sable avec des pieces de talc, &c. & des fragmens de pierre cornuë, mêlée d'asbeste.

Voilà quelle est la situation de notre *Chrysoprase*. Il ne reste plus que peu de mots à ajoûter, sur les choses les plus remarquables que cette pierre renferme.

1. Les terres dont elle est environnée, méritent bien les observations & les recherches de la Chymie; j'ai remarqué qu'elles étoient toutes grasses, talqueuses, ou approchantes du smectite.

2. De pareilles couches s'abâtardissent quelquefois; ce qu'il faut attribuër aux diverses matieres hétérogenes qui s'y mêlent.

3. Il arrive aussi qu'elles se détruisent entierement, & se confondent avec les autres.

4. Il n'est pas rare non plus qu'elles changent de place entr'elles.

5. Les Ouvriers qui cherchent le *Chrysoprase* regardent comme un augure favorable, lorsque dans la terre verte que nous avons indiquée pour la sixième couche, ils trouvent des pierres d'un beau verd, quoiqu'un peu molles, l'expérience leur ayant appris que le vrai *Chrysoprase* n'en est pas éloigné.

6. Plus cette pierre est profondément située dans les entrailles de la terre, & plus on la trouve pâle, quoiqu'elle ne dégénére pas entierement de la couleur verte.

7. Il est digne de remarque que tous les *Chrysoprases* sont attachés & renfermés dans une matrice d'*asbeste*.

8. Le *Chrysoprase* se trouve ici en morceaux, & séparément, comme ayant été séparé de quelque masse entiere. Qui sçait si peut-être il n'y a point dans le voisinage de *Kosemitz*, quelque veine entiere de *Chrysoprase*, d'où ces morceaux ont été détachés par quelque accident violent?

9. Il y a entre les *Chrysoprases* mêmes des différences très considérables; les plus purs sont compacts & durs; d'autres ont des trous, & sont comme rongés, ou spongieux: quelques uns sont mêlés de petites miettes ferrugineuses. Il y en a même plusieurs qui contiennent à la fois du *Chrysoprase*, de cette terre verte qui a été décrite ci-dessus, de l'*Opale*, & de la *Chalcedoine*. Cette espece déplait fort aux Ouvriers qui mettent ces pierres en œuvre; mais elles ne peuvent qu'être fort agréables à un Physicien curieux. Que dirai-je de la variété de l'*Asbeste*, qui sert, comme je l'ai déjà rapporté, de matrice au *Chrysoprase*? Tantôt il est mûr, de façon qu'on peut en préparer des méches; & tantôt n'étant pas à maturité, il approche de la naturede la pierre nephritique.

Pour ce qui regarde la génération de cette pierre, je ne suis pas en état d'affirmer, si la Nature la produit verte dès son origine, ou non? Cependant, pour ne pas passer entierement cette question sous silence, j'exposerai mon opinion à cet égard. Le vrai *Chrysoprase* me paroit être une terre durcie par la longueur du tems. C'est ce que

montrent & dépoſent ces morceaux qui ſont compoſés d'une terre verte molle, d'une pierre verte, & du *Chryſopraſe* même, qui ne permettent point de douter que cette terre ne ſe ſoit durcie par degrés. Je n'oſerois pourtant affirmer également la même choſe des *Chryſobérils*, qui paroiſſent être une maſſe compoſée par la réünion du *Béril* avec une terre verte. Comme toutes les Pierres précieuſes, & tous les *fluors*, doivent leur couleur aux métaux & aux demi-métaux, notre *Chryſopraſe* tient pareillement ſa verdeur des parties de cuivre, ou de fer, qui s'y trouvent mêlées. Mais c'eſt ce qu'il faut laiſſer à l'examen Chymique. En attendant, ce que nous ſçavons par l'expérience, c'eſt que les exhalaiſons & les vapeurs les plus ſubtiles des métaux & des demi-métaux montent du ſein le plus profond de la terre, & impriment ſouvent leurs traces ſous terre, non ſeulement aux maſſes terreſtres, mais aux pierres les plus dures; comme *Horace* lui-même l'a chanté, Ode XVI. Liv. III.

Aurum per medios ire ſatellites,
Et perrumpere amat ſaxa potentius
Ictu fulmineo.

Ce qu'il dit ici de l'or, eſt vrai des autres métaux; car la Nature à certains égards ſe reſſemble toujours à elle-même, ſuivant le mot de Pythagore:

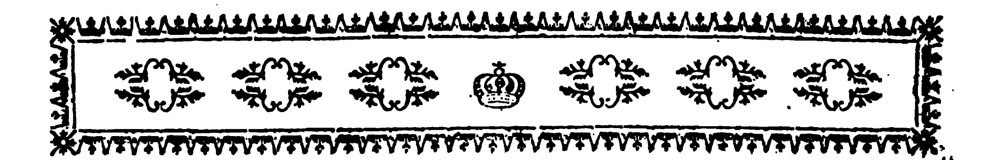
Γνῶσι δ'ἤ θέμις ἐςι, φύσιν περὶ παντὸς ὁμοίην.

Si le prix exceſſif des Pierres précieuſes ne mettoit pas des obſtacles à leur examen, elles pourroient être l'objet de pluſieurs Expériences, qui répandroient un jour conſidérable ſur l'Hiſtoire Naturelle. Cependant tout ce qui vient d'être expoſé dans ce Mémoire, fait bien voir combien la diverſité des opinions a été grande parmi les Auteurs au ſujet de cette pierre; & nous avons même lieu de conjecturer que la plûpart d'entr'eux n'ont jamais vû le vrai *Chryſopraſe:* mais les Modernes, s'appuyant ſur les Ecrits des Anciens, nous préſentent les mêmes hiſtoires, les mêmes deſcriptions, & les mêmes ſentimens qu'ils y ont puiſé, en ſe contentant ſeulement de changer quelques expreſſions.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* * *



PRINCIPES GÉNÉRAUX
DE L'ETAT D'EQUILIBRE DES FLUIDES.
PAR M. EULER.

I.

Je me propose ici de déveloper les principes, sur lesquels toute l'Hydrostatique, ou la Science de l'équilibre des fluides, est fondée. Pour leur donner la plus grande étenduë dont ils sont susceptibles, je renfermerai dans mes recherches non seulement les fluides, qui ont partout le même degré de densité, tels que sont l'eau, & les autres corps liquides, dont on dit, qu'ils ne reçoivent aucune compression; mais aussi ces fluides, qui sont composés de particules d'une densité différente, soit que cette différence leur convienne en vertu de leur propre nature, soit qu'elle résulte des forces, dont les particules se pressent mutuellement. On voit bien qu'à cette derniere espece, il faut rapporter l'air, & les autres corps fluides, qu'on nomme élastiques. Outre cela je ne bornerai pas mes recherches à la seule force de gravité; mais je les étendrai à des forces quelconques, dont chaque particule du fluide puisse être sollicitée.

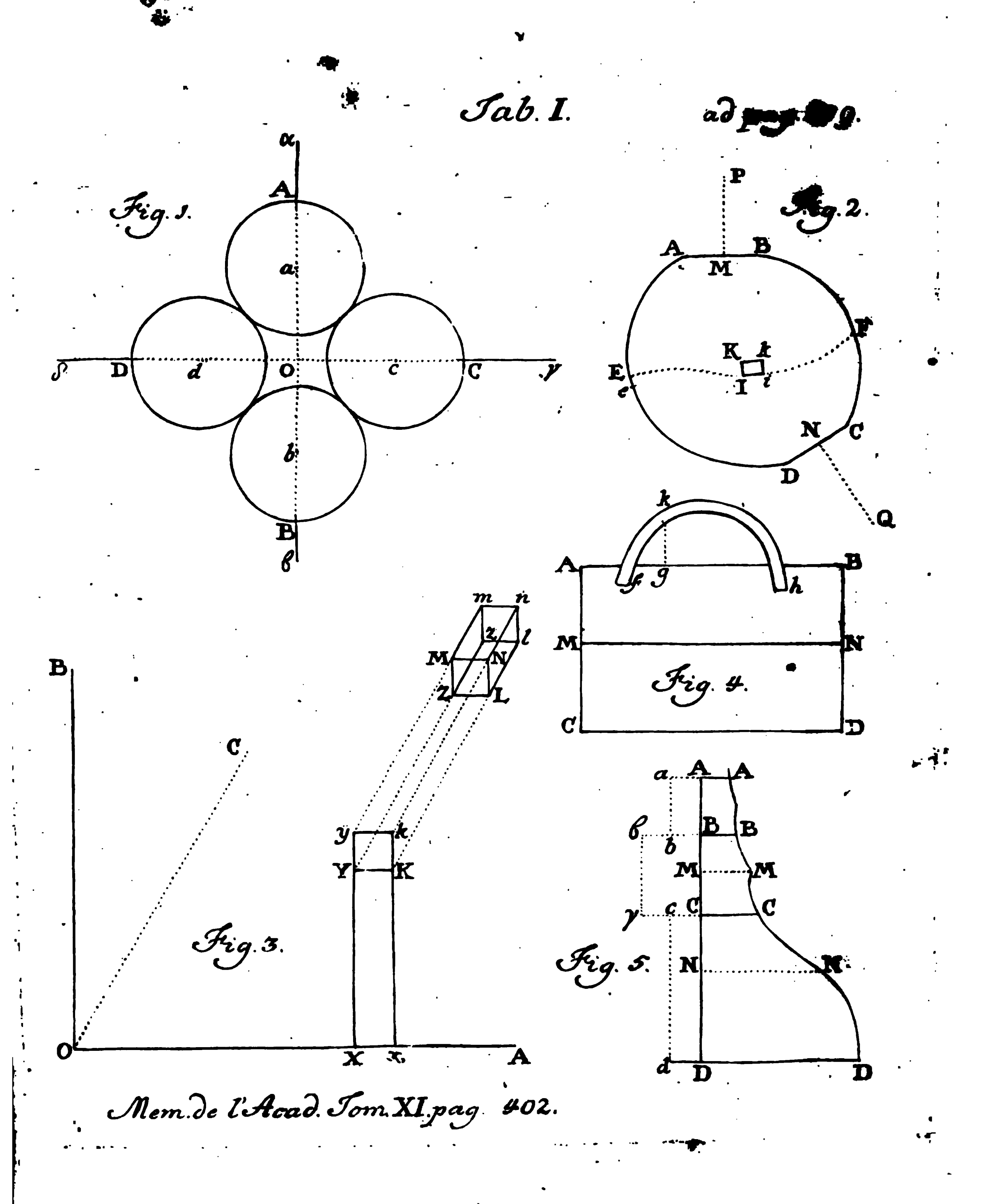
II. Voilà le plan, que je me suis proposé d'exécuter, d'où il est d'abord clair, que les principes communs de l'Hydrostatique, qu'on trouve expliqués dans les élémens, ne sont qu'un cas très particulier de ceux, que je m'en vais établir ici. Car d'un coté on ne regarde communément que la gravité, à l'action de laquelle les particules du fluide sont assujetties; & de l'autre coté on ne considère que les flui-

des de la premiere espece, où toutes les parties gardent partout le même degré de densité. Et quoiqu'on n'ait pas negligé d'approfondir l'état d'équilibre des fluides élastiques, & en particulier de l'air, les principes qu'on en a établis, semblent si différens des premiers, qu'à peine les sauroit-on ramener à une origine commune, fondée dans la nature générale des fluides.

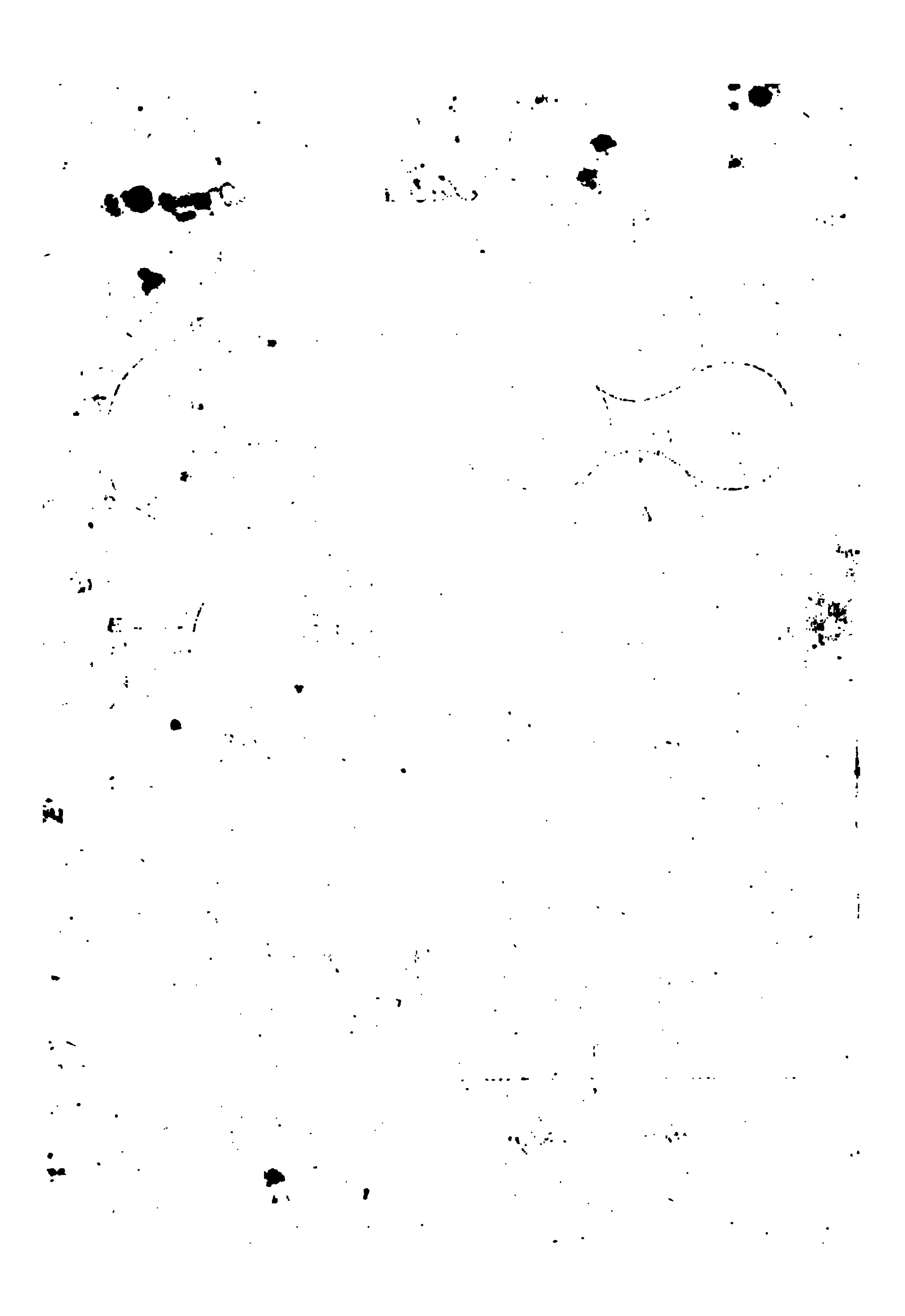
III. Quoique j'envisage ici une si grande généralité, tant par rapport à la nature du fluide, qu'aux forces qui agissent sur chacune de ses particules, je ne crains point les reproches, qu'on a souvent faits avec raison à ceux qui ont entrepris de porter à une plus grande généralité les recherches des autres. Je conviens qu'une trop grande généralité obscurcit souvent plutôt, qu'elle n'éclaire, & qu'elle mene quelquefois à des calculs si embrouïllés, qu'il est extrèmement difficile d'en déduire des conséquences pour les cas les plus simples. Quand les généralisations sont assujetties à cet inconvenient, il est bien certain qu'il vaudroit infiniment mieux s'en abstenir entièrement, & borner ses recherches à des cas particuliers.

IV. Mais, dans le sujet que je me propose d'expliquer, il arrive précisement le contraire: la généralité que j'embrasse, au lieu d'éblouïr nos lumieres, nous découvrira plutôt les véritables loix de la Nature dans tout leur éclat, & on y trouvera des raisons encore plus fortes, d'en admirer la beauté & la simplicité. Ce sera une instruction importante d'apprendre que des principes, qu'on aura cru attachés à quelque cas particulier, ont une beaucoup plus grande étenduë. Ensuite ces recherches ne demanderont presque point un calcul plus embarrassant; & il sera aisé d'en faire l'application à tous les cas particuliers, qu'on puisse se proposer.

V. Or tout revient à bien fixer la premiere idée, sur laquelle doivent être fondés tous les raisonnemens, que nous aurons à faire pour parvenir à notre but: c'est l'idée de la nature de la fluidité en général. Car les loix d'équilibre des fluides ne sauroient différer de celles



Tab. I.
ad
Fig. 1.
α
A
a
δ
D
d
O
c
C
γ
b
B
β
Fig. 2.
P
A
M
B
F
K
k
E
e
I
i
N
C
D
Q
Fig. 3.
B
C
m
n
z
l
M
N
Z
L
y
k
Y
K
O
X
x
A
Fig. 4.
k
A
f
g
h
B
M
N
C
D
Fig. 5.
a
A
A
β
b
B
B
M
M
γ
c
C
C
N
M
d
D
D
Mem. de l'Acad. Tom. XI. pag. 402.



les des corps solides, qu'entant que la nature des fluides est différente de celle des solides. Il s'agit donc de connoitre la différence véritable & essentielle, qui distingue les fluides des solides; ce qui est une question bien agitée entre les Philosophes & les Physiciens: mais de tout ce qu'ils en ont dit nous ne saurions rien déduire, qui fût propre à notre dessein. Que les moindres particules d'un fluide n'ayent aucune liaison entr'elles, & qu'elles se trouvent dans un mouvement continuel, est peut-être vray; mais cette vérité seroit absolument stérile par rapport aux recherches dont il est questien ; il faut pour cet effet approfondir bien davantage la nature des corps fluides.

VI. Entant que cette propriété essentielle des fluides doit fournir les principes de l'Hydrostatique, je ne la trouve que dans cette qualité, par laquelle nous savons, qu'une masse fluide ne sauroit être en équilibre, à moins qu'elle ne soit sollicitée en tous les points de sa surface par des forces égales & perpendiculaires à la surface. Je suppose ici que les particules intérieures de la masse fluide ne soient sollicitées par aucunes forces; car, s'il y en avoit, les forces externes les devroient contrebalancer, outre qu'elles seroient égales entr'elles. Je considère donc une masse fluide, qui n'est assujettie à aucune force; & il n'y a nul doute, qu'elle ne soit en équilibre. Qu'on conçoive maintenant des forces, qui agissent extérieurement sur sa surface; & pour maintenir la masse en équilibre, il faut que ces forces y soient perpendiculaires, égales entr'elles, & qu'elles agissent sur tous les élémens de la surface. Si le fluide est élastique, il faut outre cela que l'élasticité soit égale à ces forces sollicitantes, pour empêcher que la masse ne s'étende dans un plus grand volume, ou qu'elle ne soit réduite dans un plus petit.

VII. Cette propriété distingue le plus essentiellement les corps fluides des solides. Un corps solide peut être tenu en équilibre étant sollicité par deux forces égales & contraires ; & les parties qui sont à côté, n'en reçoivent aucun effort pour échaper. Or un amas de Fig. 1.
plusieurs corps solides déliés entr'eux approche déja davantage de la

 natu-

nature du fluide, comme on peut voir par le cas de 4 ſphères a, b, c, d, qui ſe touchent mutuellement; car, quoique les deux oppoſées a & b ſoient preſſées par des forces égales & contraires α A & β B, il n'y aura point d'équilibre: mais les deux autres en ſeront pouſſées ſelon les directions C γ & D δ par des forces, qui ſont à celles-là, comme la diſtance $c\,d$ à la diſtance $a\,b$. Donc, pour conſerver ces quatre ſphères en équilibre, il faut ajouter aux forces α A & β B encore les forces γ C & δ D. S'il y avoit pluſieurs ſphères, ou autres corps ſolides, le maintien de l'équilibre demanderoit encore pluſieurs forces, ſelon leur nombre & ſituation mutuelle.

VIII. Qu'on conçoive ces ſphères infiniment petites, & leur nombre infiniment grand, & il pourra arriver, que l'état d'équilibre demandera une infinité de forces, qui agiſſent de tous côtés ſur cet amas, de ſorte que ſi une en manquoit, l'équilibre ſeroit détruit. On pourroit auſſi concevoir un tel arrangement parmi ces corpuſcules, que toutes les forces requiſes pour l'équilibre devinſſent égales entr'elles; ce qui repréſenteroit exactement le cas d'un fluide. Mais, outre que ce cas ſeroit, pour ainſi dire, moralement impoſſible, auſſi-tôt qu'il y arriveroit le moindre changement, les forces requiſes pour l'équilibre ne manqueroient pas de devenir extrèmement inégales entr'elles; au lieu que dans un fluide l'égalité de ces forces ſubſiſte toujours & néceſſairement, quelque changement que ſubiſſe le fluide. D'où il eſt clair que la fluidité ne ſauroit être expliquée par un amas de corpuſcules ſolides, quand même on les ſuppoſeroit infiniment petits, entièrement déliés entr'eux, & leur nombre infiniment grand: & il paroit encore fort douteux, ſi un mouvement inteſtin ſeroit capable de ſuppléer à ce défaut.

IX. Voilà donc en quoi conſiſte la nature de la fluidité, c'eſt qu'une maſſe fluide ne ſauroit être en équilibre, à moins qu'elle ne fût preſſée de toutes parts par des forces égales & perpendiculaires à ſa ſurface. Ainſi, lorsqu'une maſſe fluide, ABCDEF, eſt preſſée dans un endroit AB, par une force quelconque PM, dont la direction eſt
Fig 2.

per-

perpendiculaire à la portion de la ſurface A B ſur laquelle elle agit, & que nous concevions une autre portion quelconque C D, pour que le fluide ſoit maintenu en équilibre, il faut que cette portion CD ſoit auſſi preſſée perpendiculairement par une force QN, qui tienne à celle-là PM la même raiſon, que celle qui ſubſiſte entre les ſurfaces C D & A B. Si une de ces forces étoit moindre que ſelon cette raiſon, elle ne ſeroit pas ſuffiſante à reſiſter à l'action de l'autre, & partant l'équilibre ſeroit troublé. Il en eſt de même de toute autre portion de la ſurface du fluide, faiſant abſtraction de la gravité, & de toute autre force, qui pourroit agir immédiatement ſur les particules du fluide.

X. De là il s'enſuit, que ſi l'on connoit la preſſion par un endroit de la ſurface du fluide, on aura en même tems les preſſions ſur toutes les parties de la ſurface, qui ſont requiſes pour l'équilibre. Ainſi, poſant la baſe $AB = aa$, & la force dont elle eſt preſſée $= P$, une autre baſe quelconque $CD = cc$ ſera preſſée par la force $= \frac{cc}{aa} P$. Cette régle devient plus ſimple, ſi nous exprimons la force P par le poids d'un cylindre d'une matiere homogene grave, dont la baſe eſt $= aa$, c'eſt à dire à celle ſur laquelle cette force agit; ce cylindre aura donc une certaine hauteur, qui ſoit $= p$: & partant la force P ſera égale au poids d'une maſſe de ladite matiere homogene, dont le volume eſt $= aap$, ou bien on pourra mettre $P = aap$: de là la force qui doit agir ſur la baſe $CD = cc$, étant $= \frac{cc}{aa} P$ deviendra $= ccp$, ou ſera égale au poids d'un cylindre de la même matiere homogene, dont la baſe eſt $= cc$, & la hauteur la même qu'auparavant $= p$. Par la même raiſon toute autre portion de la ſurface $= ff$ de cette maſſe fluide, ſoutiendra une force $= ffp$.

XI. Donc, pour connoitre l'état des preſſions, par leſquelles une maſſe fluide eſt maintenuë en équilibre, il ſuffit de connoitre cette hau-

teur p, qui eſt commune à tous les cylindres formés de cette matiere grave homogene, par les poids desquels nous exprimons ici les forces ſollicitantes. Car cette hauteur p étant connuë, on aſſignera aiſément la force, par laquelle chaque portion de la ſurface du fluide eſt preſſée: ainſi prenant une portion $= aa$, cette force ſera exprimée par le poids $= aap$. Comme cette force agit partout perpendiculairement ſur la ſurface, il eſt évident qu'on n'en ſauroit conclure immédiatement la force, que ſoutient une portion convexe ou concave de la ſurface; il faudra donc recourir à des élémens de la ſurface infiniment petits, & poſant un tel élement $= ds^2$, la force dont il eſt preſſé ſera $= pds^2$, & ſa direction perpendiculaire à l'élément, qu'on peut toujours regarder comme plan.

XII. Pour mieux comprendre la force de cette preſſion, qu'on conçoive le fluide renfermé dans un vaiſſeau, qui ait en AB une ouverture $= aa$, remplie par un piſton, ſur lequel agiſſe perpendiculairement une force PM $= aap$; cela poſé, le fluide preſſera partout également ſur les parois du vaiſſeau, de ſorte que s'il y avoit quelque part une ouverture Ee, le fluide y échaperoit actuellement. Or, pour empêcher la ſortie du fluide, ſi l'on bouche ce trou Ee, dont l'amplitude ſoit $= ee$, il y faut appliquer perpendiculairement une force $= eep$, d'où l'on connoit les forces, que chaque élément de la ſurface intérieure du vaiſſeau ſoutient de la part de la preſſion PM $= aap$, qui agit ſur la baſe AB $= aa$. Si cette baſe étoit moindre, & que la force preſſante le fût auſſi dans la même raiſon, la preſſion demeureroit néanmoins la même ſur le vaiſſeau; d'où l'on voit que la plus petite force PM eſt capable de produire une auſſi grande preſſion dans le vaiſſeau, qu'on voudra; pourvû qu'on rende la baſe AB $= aa$ aſſés petite, afin que dans l'expreſſion de la force aap la hauteur p devienne auſſi grande qu'on le ſouhaite.

XIII. Mais le fluide ſe trouvant dans un tel état de preſſion par l'action de quelque force PM $= aap$, non ſeulement tous les élémens

mens des vaisseaux soutiennent des pressions, qui repondent à la même hauteur p, mais aussi tous les élémens du fluide même se trouveront dans le même état de pression. Qu'on conçoive dans l'intérieur du fluide un diaphragme immatériel E J i F, qui retranche de la masse du fluide une portion quelconque AEFB; &, puisque cette portion est en équilibre, toutes les particules du diaphragme soutiendront aussi des forces, qui répondent à la même hauteur p. D'où il s'ensuit, que chaque élément de la masse fluide IKki sera de toutes parts pressé par de pareilles forces; ou bien toutes les particules du fluide seront pressées les unes contre les autres par des forces qui répondent toutes à la même hauteur p; c'est donc l'égalité de toutes ces forces, qui constituë l'état d'équilibre, supposant toujours, qu'il n'y ait point de forces particulieres, comme la gravité, qui agissent sur les particules du fluide.

XIV. Par là on est en état de se former une juste idée de ce que je nomme l'état de pression d'un fluide; & cette pression ne sauroit être mieux représentée que par une certaine hauteur, qui se rapporte à la gravité d'une matiere homogene, qu'on jugera la plus convenable pour employer à cette mesure. Ainsi, quand je dis que l'état de pression de l'élément du fluide J K $k i$ est exprimé par la hauteur p, il faut entendre que chaque face de cet élément, qui soit $= ds^2$, est pressée par une force, qui est égale au poids d'un cylindre de ladite matiere homogene, dont la base est $= ds^2$, & la hauteur $= p$. Cette hauteur p exprime donc la force, dont les élemens voisins du fluide agissent de toutes parts sur l'élément J K $k i$, & dont par conséquent cet élément réagit sur ceux-là. C'est donc aussi par cette même force, que l'élement J K $k i$ résiste à la compression, par laquelle il seroit réduit à un moindre volume, de sorte que si sa résistance étoit plus petite, il y seroit réduit actuellement.

XV. Cette considération nous mene à la distinction des fluides en élastiques & non-élastiques, ou compressibles & non-compressibles, quoique l'état d'équilibre, que nous venons d'expliquer, s'étende également

ment aux uns & aux autres. Car, ſi le fluide renfermé dans le vaiſſeau A B C D E F eſt élaſtique ou compreſſible, la force $P = aap$, qui agit ſur le piſton AB réduira le fluide à un tel degré de compreſſion, où elle ſe trouvera en équilibre ; & alors on comprend que l'élaſticité du fluide eſt préciſément égale à la force comprimante, ou bien la hauteur p ſervira auſſi de meſure à l'élaſticité du fluide. Si l'élaſticité étoit plus grande que la hauteur p, le piſton ſeroit repouſſé, jusqu'à l'état d'équilibre; & ſi elle étoit plus petite, le piſton entreroit plus profondément : comme le fluide ne ſauroit, ni s'étendre à l'infini, ni ſe réduire dans un eſpace évanouïſſant, il y aura toujours un cas, où l'équilibre doit avoir lieu.

XVI. De là on entend, que lorsque un fluide compreſſible eſt réduit dans un moindre volume, ſon élaſticité doit devenir plus grande, puisqu'il faut employer une d'autant plus grande force, plus qu'on veut comprimer le fluide. L'élaſticité dépend donc néceſſairement en ſorte de la denſité du fluide, que plus la denſité eſt augmentée, plus auſſi l'élaſticité devienne plus grande : quoiqu'il ne ſoit pas néceſſaire, que l'élaſticité ſuive préciſément la raiſon de la denſité ; comme on remarque auſſi dans l'air, que l'élaſticité n'eſt pas exactement proportionnelle à la denſité. Cependant, lorsque les changemens ne ſont pas conſidérables, & fort éloignés tant du plus grand volume que du plus petit, auquel le fluide peut être réduit, on peut ſuppoſer, que l'élaſticité ſoit parfaitement en raiſon de la denſité. Or il peut arriver qu'outre la denſité concoure encore une autre qualité à déterminer l'élaſticité, comme par exemple la chaleur, qui ſous le même degré de denſité augmente le reſſort de l'air. Mais, s'il y a de la différence entre la chaleur, on en peut comprendre l'effet dans la proportion qui ſubſiſte entre l'élaſticité & la denſité, & laquelle deviendra par là variable.

XVII. Donc, ſi une maſſe fluide ſe trouve en équilibre, & que la preſſion y ſoit exprimée par la hauteur p, cette même hauteur meſurera auſſi

l'élasticité : & par le rapport qui subsiste entre la densité & l'élasticité, on connoitra aussi la densité, & réciproquement. Ainsi si la densité du fluide est $= q$, & que Q en marque la fonction à laquelle l'élasticité seroit proportionnelle, si la chaleur, ou toute autre qualité qui influë sur le ressort, étoit invariable; ce fluide ne sauroit être en équilibre, à moins que la pression p ne fut comme Q. Supposant maintenant la chaleur, ou autre quantité variable $= r$, où r marqueroit le ressort sous une densité donnée, la pression requise pour l'équilibre seroit comme Qr, ou plus généralement comme une certaine fonction de q & r. Soit Π cette fonction, dont la valeur devienne $= \Gamma$ dans un cas déterminé, où $q = g$, & $r = h$: donc, si dans ce cas l'élasticité est exprimée par la hauteur f, la proportion $f:p = \Gamma:\Pi$, donnera pour tout autre cas la pression ou l'élasticité $p = \frac{f\Pi}{\Gamma}$: expression qui par sa généralité s'étend à tous les cas imaginables.

XVIII. Il peut arriver qu'un très petit changement dans la densité en produise un très grand dans l'élasticité; de sorte que, soit qu'on augmente ou diminuë la pression p très considérablement, le fluide ne change pas sensiblement de volume, & qu'il conserve presque la même densité : & lorsque ce petit changement évanouït entièrement, nous aurons précisément le cas d'un fluide non-compressible, qui, sans changer de volume ou de densité, peut soutenir toute pression, quelque grande qu'elle soit. Dans ce cas il faut donc, que la fonction Π évanouïsse, de même que sa valeur déterminée Γ, afinque la fraction $\frac{f\Pi}{\Gamma}$ devienne indéterminée. Ou bien, la densité q pouvant en général être considerée comme une fonction de l'élasticité p, deviendra dans ce cas une quantité constante. On comprend de là, que c'est fort mal à propos, qu'on nomme ces fluides non-élastiques, puisqu'ils renferment plutôt tous les degrés possibles de l'élasticité sous la même densité : pendant que les fluides nommés élastiques renferment aussi tous les degrés possibles, mais chacun sous une densité différente.

 XIX.

XIX. La feule idée de la preffion, que je viens d'établir & de repréfenter par une hauteur, renferme tout ce qui appartient à la connoiffance de l'équilibre des fluides. Car on en connoit premièrement les forces, dont le fluide agit fur le vaiffeau qui le contient; & s'il arrive que quelque part ces forces évanouïffent, l'équilibre fubfiftera fans que le fluide foit renfermé dans cet efpace. En fecond lieu, un corps folide étant plongé dans le fluide, on pourra déterminer les forces, dont ce corps eft preffé de tous côtés, & partant auffi les efforts, que le corps foutient de la part du fluide. En troifième lieu, fi les parties du fluide font fufceptibles de compreffion, & qu'on connoiffe le rapport entre la denfité & l'élafticité, puisque celle-cy eft partout égale à la preffion, on fera en état d'affigner en chaque endroit la denfité du fluide. Or toutes les queftions, qu'on peut former fur l'équilibre des fluides, fe réduifent aifément à ces trois articles, qui en fourniront les folutions.

XX. Nous venons de voir, que fi les particules du fluide ne font, ni pefantes, ni follicitées par aucune force étrangere, l'équilibre ne fauroit fubfifter, à moins que la preffion ne fut la même dans
Fig. 2. tous les points du fluide. Donc un tel fluide étant renfermé dans le vaiffeau A B C D E F, fi dans un endroit la preffion eft repréfentée par la hauteur *p*, cette même hauteur exprimera auffi la preffion dans tous les points, tant au dedans de la maffe fluide, que là où il touche les parois du vaiffeau. L'élafticité fera donc auffi par tout la même; d'où l'on connoitra par conféquent la denfité à chaque endroit, pourvû qu'on fache partout le rapport, qui régne entre l'élafticité & la denfité. Un corps folide, comme J K *k i*, étant plongé dans ce fluide, foutiendra de tous côtés des preffions égales, lesquelles fe détruifant mutuellement, le corps n'en fouffrira aucun effort. Enfin à moins que la preffion *p* n'évanouiffe, il faut abfolument que le fluide foit renfermé dans un vaiffeau, dont les parois foient affés fortes pour foutenir les preffions.

XXI.

XXI. Or si les particules du fluide sont sollicitées par la gravité, ou d'autres forces quelconques, le maintien de l'équilibre exige que l'action de ces forces soit détruite par les pressions du fluide, d'où la hauteur p, qui exprime la pression à chaque endroit, deviendra une quantité variable. Donc toute la Théorie de l'équilibre des fluides sera contenuë dans ce seul problème :

Les forces, dont tous les élémens du fluide sont sollicitées, étant données avec le rapport qui subsiste à chaque endroit entre la densité & l'élasticité du fluide ; trouver les pressions qui auront lieu dans tous les points de la masse fluide, pour qu'elle se trouve en équilibre.

La solution de ce problème fournira tout ce qu'on peut desirer sur l'état de l'équilibre de tous les fluides tant compressibles que non-compressibles. Voilà donc en peu de mots le sujet, sur lequel rouleront les recherches de ce Mémoire.

XXII. Je commence donc par considérer un point quelconque Z dans la masse fluide, dont je rapporterai la position à trois axes fixes OA, OB, & OC, perpendiculaires entr'eux au point O, & pris à volonté : ce qui se fera par les trois coordonnées OX, OY, & OZ, paralleles à ces axes, & partant perpendiculaires entr'elles. Je nomme ces coordonnées : $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, dont la premiere OX est prise sur l'axe même OA, la seconde XY est parallele à l'axe OB; & la troisième YZ à l'axe OC. Les valeurs de ces trois coordonnées détermineront donc la situation du point Z, & par leur variabilité elles comprendront tous les points possibles, qu'on sauroit imaginer dans la masse fluide. Fig. 3.

XXIII. Pour les forces, qui agissent sur les particules du fluide, je les regarde semblables à la gravité, entant qu'elles agissent proportionnellement aux masses, de sorte que s'il y avoit en Z une masse dou-

 ble,

ble, la force sollicitante seroit aussi double. Il y aura donc en Z une certaine force accélératrice, qui ne dépend pas de la masse qui s'y trouve. Si le fluide étoit assujetti à la seule quantité, cette force accélératrice seroit partout la même, & la direction tendroit verticalement en bas. Or, quelle que soit la force accélératrice qui agit au point Z, on la peut toujours décomposer suivant les directions des trois axes : soient ces forces accélératrices en Z :

celle qui agit selon ZL, parallele à OA $=$ P
celle qui agit selon ZM, parallele à OB $=$ Q
celle qui agit selon Zz, parallele à OC $=$ R

où je considére ces quantités P, Q, R, comme des fonctions quelconques des trois variables x, y, & z, & pour leur donner des valeurs déterminées, j'exprime par l'unité la force accélératrice de la gravité, de sorte que les lettres P, Q, R, me marquent toujours des nombres absolus, & variables selon une loi quelconque.

XXIV. Pour tenir compte des masses, qui dépendent du volume & de la densité conjointement, l'unité m'exprimera aussi la densité de la matiere homogene, par le poids de laquelle je me propose de représenter les forces. Soit donc par rapport à cette unité la densité du fluide en Z $= q$, qui sera aussi un nombre absolu exprimé par une fonction quelconque des trois variables x, y, & z; cette quantité appartient donc aux inconnuës, que notre recherche renferme, à moins que le fluide ne soit pas incompressible, auquel cas la quantité q seroit constante, comme cela arrive dans l'eau. Or, si nous appliquons nos recherches à l'air, ou à quelqu'autre fluide susceptible de compression, nous devons regarder cette quantité q comme variable selon une loi quelconque, qui nous est encore inconnuë, & dont il faut chercher la détermination par le principe établi de l'équilibre des fluides. Or ce principe porte, que le fluide ne sauroit être en équilibre, à moins que les forces, qui agissent sur chacun de ses élémens, ne se détruisent mutuellement; ce qui est le principe général de tout équilibre, tant des corps solides que fluides.

XXV.

XXV. Connoiſſant la denſité au point Z, il ſera aiſé de déterminer la maſſe d'un élément quelconque du fluide, qui eſt placé en Z. Donnons à cet élément la figure d'un parallelepipede rectangle Z L M N $z\,l\,m\,n$, formé par les différentiels

$$ZL = YK = Xx = dx\,;\ ZM = Yy = dy,\ \&\ Zz = dz,$$

de nos trois variables x, y, & z, de ſorte que le volume de cet élément ſoit $= dx\,dy\,dz$. La denſité de cet élément étant $= q$, ſa maſſe ſera à la maſſe d'un égal volume de notre matiere homogene comme q à 1; elle ſera donc $= q\,dx\,dy\,dz$: & ſi la ſeule force de gravité agiſſoit ſur cet élément, ſon poids ſeroit $= q\,dx\,dy\,dz$. Mais étant ſollicité par les trois forces accélératrices P, Q, & R, il en ſera pouſſé par les forces motrices ſuivantes:

I. Suivant la direction $ZL = Pq\,dx\,dy\,dz$
II. Suivant la direction $ZM = Qq\,dx\,dy\,dz$
III. Suivant la direction $Zz = Rq\,dx\,dy\,dz$.

XXVI. Outre ces forces qui agiſſent immédiatement ſur cet élément, il eſt auſſi ſollicité par la preſſion du fluide dont il eſt environné; ce qui eſt l'article principal auquel nous nous devons attacher. Soit donc la preſſion du fluide en Z exprimée par la hauteur p, qui ſe rapporte, comme j'ai déjà remarqué à une matiere homogene grave, dont la denſité eſt ſuppoſée $= 1$. Cette hauteur p doit donc être conſidérée comme une fonction inconnuë des trois variables x, y, & z, & partant ſon différentiel aura une telle forme:

$$dp = L\,dx + M\,dy + N\,dz,$$

où par la nature des différentiels réels de pluſieurs variables, les quantités L, M, & N auront un tel rapport entr'elles qu'il ſoit:

$$\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dM}{dx}\right)\,;\ \left(\frac{dL}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dx}\right),\ \&\ \left(\frac{dM}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dy}\right),$$

 où

où il faut se souvenir, que dans une telle formule $\left(\frac{dL}{dy}\right)$ le différentiel de L doit être pris en supposant la seule quantité y variable, dont le différentiel se trouve au dénominateur.

XXVII. Donc, quelle que soit la pression sur la face Z M z m de l'élément, la pression sur la face opposée L N l n la surpassera par l'incrément de la hauteur $dp = Ldx$, puisque ces deux faces sont éloignées entr'elles du différentiel dx. Donc l'aire de chacune de ces faces étant $= dydz$, l'élément du fluide sera poussée suivant la direction LZ par la force $= Ldxdydz$. De même la pression sur la face Z L z l dont l'aire $= dxdz$, est surpassée de la pression sur la face opposée M N m n par l'incrément de la hauteur $dp = Mdy$, qui convient au différentiel dy, d'où l'élément sera poussé dans la direction MZ par la force $= Mdxdydz$. Et enfin on verra que de la même pression resulte sur l'élément une force $= Ndxdydz$ suivant la direction zZ. Si nous joignons ces trois forces aux trois précédentes, nous aurons toutes les forces, qui agissent sur l'élément du fluide Z L M N z l m n.

XXVIII. Ces trois forces étant contraires aux forces précédentes, l'état d'équilibre exige qu'elles soient égales entr'elles, ce qui nous fournit ces équations :

$$Pq\,dxdydz = L\,dxdydz \quad \text{ou} \quad L = Pq$$
$$Qq\,dxdydz = M\,dxdydz \quad \text{ou} \quad M = Qq$$
$$Rq\,dxdydz = N\,dxdydz \quad \text{ou} \quad N = Rq$$

d'où nous tirons pour la hauteur p, qui exprime la pression en Z, cette équation différentielle $dp = q\,(P\,dx + Q\,dy + R\,dz)$.
Cette formule devant être intégrable, il faut qu'il soit :

$$\left(\frac{d.Pq}{dy}\right) = \left(\frac{d.Qq}{dx}\right) \quad \left(\frac{d.Pq}{dz}\right) = \left(\frac{d.Rq}{dx}\right)\;;\; \left(\frac{dQq}{dz}\right) = \left(\frac{d.Rq}{dy}\right)$$

Sans

Sans ces conditions il eſt impoſſible, que la maſſe fluide puiſſe jamais être réduite en équilibre par les forces ſollicitantes P, Q, R. Si de tels cas étoient d'ailleurs poſſibles, ils ſeroient bien remarquables, puisque le fluide ne pouvant jamais atteindre à l'équilibre, devroit ſe trouver dans une agitation continuelle, & par conſéquent renfermer un véritable mouvement perpetuel.

XXIX. Mais nous n'avons pas encore tenu compte du rapport qui peut ſubſiſter entre la denſité q & l'élaſticité ; qui s'exprime toujours par la hauteur de la preſſion p. Si le fluide n'eſt pas compreſſible, la quantité q ne dépendra pas de la hauteur p, elle ſera ou conſtante, ſi tout le fluide eſt homogene, ou variable, ſi le fluide eſt compoſé de particules d'une denſité différente, mais qui ne ſont ſuſceptibles d'aucune compreſſion. Dans ce cas la denſité q dépendra du lieu Z, & ſera par conſéquent une certaine fonction des trois variables x, y, z, qui montre de quelle maniere les différentes particules du fluide ſont diſpoſées entr'elles. On verra par là, ſi une telle diſpoſition, qu'on aura imaginée, puiſſe ſubſiſter avec l'état d'équilibre, ou non ? Car l'équilibre ſera poſſible, ſi la formule $q(Pdx + Qdy + Rdz)$ admet l'intégration ; en cas que cela n'arrive point, le fluide ſera agité, & la diſpoſition de ſes particules changée, jusqu'à ce que la fonction q obtienne une telle valeur, qui rende cette formule intégrable ; ce ſera le ſeul cas, où l'équilibre puiſſe avoir lieu.

XXX. Si les parties du fluides ſont compreſſibles, l'élaſticité p dépendra de la denſité q, ou uniquement, ou encore d'une autre qualité, qui concoure à augmenter ou à diminuer l'élaſticité pour le même degré de denſité. Donc, pour donner à nos recherches la plus grande étenduë, on doit conſidérer p comme une fonction de la denſité q, & encore des quantités x, y, & z, qui déterminent le lieu du point Z, dont il eſt queſtion. La nature de cette fonction ſervira auſſi à déterminer q par une certaine fonction de la hauteur p, & des trois variables x, y, & z ; laquelle étant ſubſtituée pour q dans l'équation

$$dp = q\,(Pdx + Qdy + Rdz)$$

ſera

fera voir, si cette équation est possible, ou non? Dans le premier cas l'équilibre sera possible, & on pourra assigner pour chaque endroit tant l'élasticité que la densité du fluide; or dans l'autre cas le fluide sera agité, ou bien sous la disposition supposée des particules, d'où dépend en partie la nature de la fonction q, on pourra assurer, que l'équilibre est impossible.

XXXI. Voilà donc une solution complette du problème que nous nous sommes proposés, & qui renferme toute la Théorie de l'équilibre des fluides. On voit par là d'abord si l'équilibre sera possible, ou non, dans l'état du fluide, qu'on aura supposé? & s'il est possible, on déterminera pour chaque point tant la pression ou l'élasticité p, que la densité du fluide, en cas qu'elle soit variable. Mais, pour faire l'application de la formule générale trouvée:

$$dp = q\,(Pdx + Qdy + Rdz)$$

qui contient toute la solution, je remarque d'abord, que lorsque les forces P, Q, & R sont réelles, soit qu'elles comprennent la gravité naturelle, ou des forces dirigées à des centres fixes, dont chacune soit proportionnelle à une fonction quelconque de la distance à son centre; dans tous ces cas je remarque, que la formule $Pdx + Qdy + Rdz$, exprime un différentiel réel, qui résulte de la différentiation d'une quantité finie, fonction des x, y, & z.

XXXII. Or, si l'on examine bien la formule $Pdx + Qdy + Rdz$, entant qu'elle peut résulter d'une, ou de plusieurs forces centrales, on s'appercevra aisément, qu'elle exprime le différentiel de ce, que j'ai nommé autrefois l'effort, ou l'efficace des forces sollicitantes, qu'on trouve si l'on multiplie chaque force centrale par le différentiel de la distance. Il est bien remarquable, que cette même idée de l'effort entre ici si naturellement dans la détermination de l'équilibre des fluides, après que j'en ai démontré le plus heureux usage dans tous les cas d'équilibre. C'est aussi sur cette même idée, qu'est fondé le grand principe de la moindre action de M. de *Maupertuis*, notre digne Président; principe, que

plus

plus on y fait réflexion, & plus on eſt forcé d'en reconnoitre l'excellence. La ſeule envie, ou l'ignorance, eſt capable d'obſcurcir l'éclat de ce principe, qui, malgré toutes les oppoſitions, ne manquera pas d'être reconnu un jour univerſellement pour le principal fondement de toutes nos connoiſſances ſur l'équilibre & le mouvement des corps.

XXXIII. Qu'on multiplie donc chaque force accélératrice, qui agit au point Z, par l'élément de ſa direction, & l'intégrale étant l'effort de cette force, ſoit s la ſomme de tous ces efforts pour le point Z, & s ſera l'intégrale de la formule $Pdx + Qdy + Rdz$. Donc, introduiſant l'effort s dans le calcul, la nature de l'équilibre ſera renfermée dans cette formule: $dp = qds$, de ſorte que les trois variables x, y, & z, ſont réünies dans la ſeule s. Maintenant il eſt clair que cette équation $dp = qds$ ne ſauroit être réelle, que lorsque q eſt, ou fonction de la ſeule quantité s, ou de la ſeule p, ou des deux quantités p & s enſemble; afin que l'équation ne renferme que les deux variables p & s. Dans tous les autres cas, où la denſité q ne depend point des deux ſeules quantités p & s, mais qu'il y entre encore une autre variable dans ſa détermination, l'équilibre eſt impoſſible, & les parties d'un tel fluide feront néceſſairement miſes en mouvement. Or les principes que nous venons d'établir ici, ne ſont pas ſuffiſans pour déterminer ce mouvement.

XXXIV. Il eſt évident que la lettre $s = \int(Pdx + Qdy + Rdz)$ exprimera dans chaque cas une certaine ligne, dont la grandeur ſera déterminée par les trois variables x, y, & z; puisque P, Q, & R, ſont des nombres abſolus, & que les quantités linéaires x, y, z, avec des lignes conſtantes y obtiendront une ſeule dimenſion. Il répondra donc à chaque point Z une telle ligne s, dont la quantité ſera toujours connuë par les forces, qu'on ſuppoſe agir ſur le fluide. Donc, ſi le fluide n'eſt pas compreſſible, ou que q ne dépende point de p, l'équilibre ſera poſſible dans ces deux cas:

 I. Lors-

1°. Lorsque q eſt une quantité conſtante; c'eſt à dire, lorsque le fluide eſt homogene, ou que toutes ſes particules ont la même denſité, ſans être ſuſceptibles de compreſſion.

2°. Lorsque q eſt bien variable, mais dépendante de la ſeule quantité s. C'eſt le cas où les particules du fluide ſont héterogenes, ou d'une denſité differente, mais tellement diſpoſées, que partout où la quantité s eſt la même, la denſité ſoit auſſi la même. Dans tous les autres cas, où les parties heterogenes ſeroient diſpoſées autrement, l'équilibre ne ſauroit jamais avoir lieu.

XXXV. Or, ſi le fluide eſt compreſſible, on a auſſi deux cas à conſidérer; l'un où l'élaſticité dépend uniquement de la denſité, comme il arrive dans l'air, lorsqu'il régne partout le même degré de chaleur. Dans ce cas la quantité q étant fonction de la ſeule p, l'équation $dp = q\,ds$ eſt toujours poſſible, ou intégrable, puisqu'elle ſe réduit à celle-cy $\frac{dp}{q} = ds$, où les deux variables ſont ſéparées; & partant auſſi l'état d'équilibre y pourra avoir lieu. Mais, ſi l'élaſticité p dépend outre cela encore d'une autre qualité du fluide, comme de la chaleur; & que celle-ci ſoit différente dans les diverſes particules, l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que la chaleur ne depende uniquement de la quantité s: il faut donc qu'il ſe trouve le même degré de chaleur dans toutes les particules du fluide, auxquelles répond la même valeur de s. Si dans ces endroits la chaleur, ou autre qualité, qui concourt à déterminer l'élaſticité, étoit differente, l'équilibre ſeroit abſolument impoſſible.

XXXVI. Pour éclaircir mieux les conditions ſous lesquelles l'équilibre peut avoir lieu, il conviendra de diſtinguer toute la maſſe fluide par des couches, dont chacune paſſe par tous les points, où la quantité s, ou l'effort total des forces ſollicitantes, eſt la même. Il eſt évident, qu'au cas de la gravité naturelle ces couches ſeront paralleles entr'elles & horizontales: & lorsque les forces ſollicitantes ſont dirigées

gées

gées vers un centre fixe, ces couches deviendront ſphèriques & concentriques entr'elles autour du même centre de force : ſi les forces ſont dirigées vers pluſieurs centres, la figure des couches deviendra plus irréguliere. Or, ayant établi toutes ces couches, la formule $dp = qds$ fait voir, que l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que dans chaque couche le fluide n'eut partout, & la même denſité, & la même chaleur : ou bien il faut que les particules de chaque couche ſoient parfaitement homogenes entr'elles. Et alors l'élaſticité p ſe trouvera auſſi la même par toute l'étenduë de chaque couche.

XXXVII. Examinons plus en détail les principaux cas, que fournit la diverſe nature des fluides, quelle que ſoit la figure des couches, laquelle dépend uniquement des forces ſollicitantes accélératrices, comme nous venons de voir. Soit donc premièrement toute la maſſe fluide homogene & non compreſſible : & la denſité q étant conſtante, notre formule $dp = qds$ aura pour intégrale $p = q(s \pm a)$, où la conſtante a doit être déterminée par quelque état donné du fluide, par lequel on ſait la preſſion dans une certaine couche : & de là on connoitra la preſſion, qui aura lieu dans toute autre couche, puisque par toute l'étenduë de chaque couche la preſſion eſt la même. Donc, s'il y a une telle couche, où la preſſion évanouït, on la pourra regarder comme la derniere, ou plus haute ſurface, à laquelle le fluide ſe trouve à niveau, & où le fluide n'a pas beſoin d'être retenu par le vaïſſeau. Quand on aura trouvé pour toute autre couche la preſſion, on en pourra déterminer les forces, qu'un corps ſolide plongé dans le fluide ſoutiendra des preſſions du fluide : & toute l'hydroſtatique vulgaire ne contient que le cas très particulier de cette formule $p = q(s \pm a)$, où la ſeule gravité agit ſur le fluide.

XXXVIII. Soit pour le ſecond cas le fluide encore incompreſſible, mais compoſé de particules d'une denſité differente ; & pour que le fluide puiſſe arriver à l'état d'équilibre, il faut que chaque couche contienne des particules de la même denſité, de ſorte que partout,

où la valeur de s eſt la même, les particules du fluide ſoient également denſes. Sans un tel arrangement on ne ſauroit jamais atteindre à l'équilibre. Or, étant parvenu à cet état, la denſité q ſera exprimée par une certaine fonction de s, & l'intégrale de notre formule $p = \int q\,ds$ montrera la preſſion du fluide à chaque couche. L'intégrale $\int q\,ds$ renferme une conſtante, qui ſe détermine par la preſſion connuë dans une couche. Ordinairement on connoit la derniere couche, ou la plus haute ſurface, où la preſſion eſt nulle, & le fluide de niveau; & alors il faut déterminer la conſtante en ſorte, que la preſſion p évanouïſſe dans cette couche. On comprend par là, que la figure du niveau ſe régle toujours ſur la figure des couches.

XXXIX. Soit en troiſième lieu le fluide élaſtique & compreſſible, mais en ſorte que l'élaſticité dépende uniquement de la denſité; la denſité q ſera donc exprimée par une certaine fonction de l'élaſticité p, & partant notre formule $dp = q\,ds$ toujours poſſible, ayant pour intégrale $\int \frac{dp}{q} = s$. On réduira cette formule à des meſures abſoluës, ſi l'on connoit l'élaſticité qui convient à une certaine denſité. De là on voit que par toute l'étenduë de chaque couche tant l'élaſticité que la denſité ſera la même; & la conſtante renfermée dans l'intégrale $\int \frac{dp}{q}$ doit être déterminée par l'élaſticité, ou denſité, qu'on ſuppoſe connuë dans une certaine couche. Si l'élaſticité p eſt proportionnelle à la denſité q, & qu'on ſache qu'à la denſité g convient l'élaſticité exprimée par la hauteur h, on aura $q = \frac{gp}{h}$, & partant $\frac{h}{g} l \frac{p}{a} = s$: ou bien $p = a e^{gs:h}$, & $q = \frac{ag}{h} e^{gs:h}$, d'où l'on tirera pour chaque couche tant la denſité q, que l'élaſticité p.

XL. Soit en quatrième lieu le fluide élaſtique, mais que l'élaſticité p dépende, outre la denſité, encore de la chaleur du fluide, qui

ſoit variable : il eſt d'abord évident, que quelle que ſoit cette dépendance, l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que par toute l'étenduë de chaque couche la chaleur ne fut la même. Soit donc r le degré de chaleur en Z, qui ſera par conſéquent une certaine fonction de s; & que l'élaſticité p ſoit en raiſon compoſée de la denſité q, & de la chaleur r; dans ce cas on aura $p = \alpha q r$, & partant $q = \frac{p}{\alpha r}$, où il eſt aiſé de déterminer α par les meſures abſoluës. Notre équation étant donc $dp = \frac{p\,ds}{\alpha r}$, ſe changera en celle-ci $\frac{\alpha dp}{p} = \frac{ds}{r}$, qui, puiſque r eſt fonction de s, aura pour intégrale $\alpha\, l \frac{p}{a} = \int \frac{ds}{r}$, d'où l'on tire :

$$p = a\, e^{\int \frac{ds}{\alpha r}}, \quad \& \quad q = \frac{a}{\alpha r}\, e^{\int \frac{ds}{\alpha r}}.$$

Si l'élaſticité dependoit autrement de la denſité q, & de la chaleur r, l'évolution de la formule $dp = q\,ds$ montreroit également l'élaſticité & la denſité du fluide dans chaque couche.

XLI. Or un fluide quelconque étant en équilibre, il eſt aiſé d'aſſigner les forces, dont un corps ſolide qui y eſt plongé, ſera pouſſé, ſans qu'on ait beſoin de ſommer toutes les forces élémentaires. On n'a qu'à conſidérer, que ce corps ſoutient de la preſſion du fluide les mêmes forces, que ſoutiendroit un égal volume fluide, qui en occuperoit la place, & qui ſeroit en équilibre avec le reſte. Or les conditions requiſes pour l'équilibre nous donnent la maſſe de ce volume, d'où l'on conclura la grandeur & la direction des forces ſollicitantes qui y agiſſent, & qui le mettroient actuellement en mouvement, s'il n'étoit pas retenu par les preſſions du fluide environnant. Donc, l'effet de ces preſſions eſt égal & contraire à celui des forces ſollicitantes, d'où il s'enſuit, qu'un corps ſolide plongé dans le fluide en éprouve les mêmes

 for-

forces, mais dans un ſens contraire, qu'éprouveroit cet égal volume de fluide dont il occupe la place. On voit donc que la régle vulgaire ſur les corps plongés dans l'eau, eſt la plus générale, & s'étend tant aux fluides de toutes les eſpeces, qu'à des forces quelconques, dont ils puiſſent être ſollicités.

XLII. Voilà donc en général, comme tout ce qui regarde l'équilibre des fluides ſe déduit auſſi aiſément que naturellement de notre formule $dp = q\,ds$, qu'on aura donc droit de regarder comme l'unique fondement de toute la Théorie de l'équilibre des fluides. Mais, puisque ce que je viens d'expoſer éblouït presque par la trop grande généralité à l'égard des forces, dont je ſuppoſe le fluide ſollicité, il ſera bon de déveloper auſſi à cet égard quelques cas particuliers. Dans cette vuë je conſidérerai premièrement les fluides, qui ſont ſollicités par la ſeule gravité, où les forces ſollicitantes ſont partout égales & paralleles entr'elles; & c'eſt ici que j'aurai occaſion de traiter non ſeulement toute l'hydroſtatique ordinaire, mais auſſi la théorie de l'état de l'atmosphère, qu'on comprend ſous le nom d'aërometrie. Enſuite, je ſuppoſerai les forces ſollicitantes dirigées vers un centre fixe; où j'ajouterai quelques reflexions ſur la force centrifuge, qui réſulte du mouvement diurne de la terre; quoique, à cauſe de ce mouvement les fluides qui environnent la terre, ne puiſſent être proprement regardés comme étant en équilibre.

De l'équilibre des fluides dans l'hypotheſe de la gravité naturelle.

XLIII. La force accélératrice de la gravité étant poſée $= 1$, ſi nous ſuppoſons le plan A O B horizontal, & l'axe O C vertical, les forces accélératrices, qui agiſſoient ſur le point Z, deviendront $P = 0$, $Q = 0$, & $R = -1$, la droite ZY étant dirigée en bas. Donc, puisque $ds = P\,dx + Q\,dy + R\,dz$, nous aurons $ds = -dz$, & $s = a - z$; & notre formule pour l'état d'équilibre

libre de toutes ſortes de fluides ſera $dp = q\,dz$. Enſuite, tous les points, auxquels répond la même valeur de $s = a - z$, étant diſpoſés dans le même plan horizontal, les couches, par lesquelles le fluide doit être diſtingué, ſeront horizontales. D'où l'on voit que dans tout état d'équilibre chaque couche, ou plan horizontal, doit contenir des particules fluides tant de la même denſité que de la même chaleur, ou autre qualité dont dépend l'élaſticité : & de plus, l'élaſticité ſera auſſi la même par toute l'étenduë de chaque couche.

XLIV. Si le fluide dont il s'agit n'eſt pas ſuſceptible de compreſſion, & qu'il ſoit homogene, ou de la même denſité par tout, rien n'empêche que nous ne le poſions le même que cette matiere homogene, à laquelle ſe rapporte la hauteur p, qui nous ſert de meſure de la preſſion, ou de l'élaſticité. Soit donc $q = 1$, & ayant $dp = -dz$, nous aurons $p = a - z$. Prenons donc C D pour la baſe horizontale, d'où nous meſurons en haut la hauteur $CM = DN = z$, de la couche MN, & la preſſion par toute cette couche ſera $= a - z$. Soit $CA = DB = a$, & la preſſion évanouïra par la couche AB, qui ſera donc la plus haute, ou celle qui eſt à niveau : d'où l'on voit que dans toute autre couche plus baſſe MN, la preſſion ſera exprimée par la hauteur AM. S'il y avoit du fluide au deſſus de la couche AB, la preſſion y ſeroit négative, & partant le fluide ne ſauroit demeurer continu. Ainſi l'état d'équilibre exclut entièrement l'exiſtence d'un fluide continu au deſſus de la couche, où la preſſion eſt nulle. Le cas très connu, où un tuyau recourbé comme fkh demeure plein d'eau, & où il ſemble que la preſſion en h ſoit négative, ne peut avoir lieu, que lorsque la ſurface AB ſoutient la preſſion de l'atmoſphère. Or alors la preſſion en AB n'eſt nulle, comme on ſuppoſe, mais égale à la preſſion de l'atmoſphère, & la preſſion en k, qui en eſt moindre de la hauteur gk, eſt encore poſitive. Auſſi ſait-on, que quand la hauteur gk eſt plus grande que celle qui répond à la preſſion de l'atmoſphère, l'eau n'y demeure plus continuë. Fig. 4.

XLV.

XLV. Si le fluide eſt incompreſſible, mais compoſé de parties d'une denſité differente, l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que ces diverſes parties ne ſoyent ſéparées par des plans horizontaux. Que le vaiſſeau A A D D contienne donc trois fluides differens, dont le premier & plus haut occupe l'eſpace AABB, ſa denſité étant $Aa = l$: le ſecond l'eſpace BBCC, ſa denſité étant $= m$, le troiſième l'eſpace CCDD, ſa denſité étant $= n$; & pourvû que les ſurfaces AA, BB, CC, qui terminent ces differens fluides, ſoient horizontales, l'équilibre aura lieu. Dans ce cas notre formule nous fait voir, que ſuppoſant la preſſion en AA nulle, la preſſion en MM ſera $= l.AB + m.BM$, & la preſſion $NN = l.AB + m.BC + n.CN$, la droite AD étant verticale. Il n'importe laquelle de ces parties ſoit la plus denſe, mais il faut remarquer, que ſi une ſupérieure BBCC étoit plus denſe que l'inférieure CCDD, auſſi-tôt que par quelque accident la ſituation horizontale de la ſurface CC ſeroit troublée, l'équilibre ſeroit détruit, & la partie plus peſante BBCC tomberoit pour occuper les couches les plus baſſes. Puiſqu'un tel accident ne ſauroit être évité, il eſt clair que des fluides différens ne ſauroient être en équilibre, à moins que les plus denſes ne ſoient les plus profonds.

Fig. 5.

XLVI. Conſidérons maintenant auſſi les conditions, ſous lesquelles l'équilibre peut ſubſiſter dans notre atmoſphère, ou l'air, qui eſt un fluide compreſſible, dont l'élaſticité dépend tant de ſa denſité, que du degré de chaleur qui y régne. Où je remarque d'abord, que l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins qu'il n'y eut le même degré de chaleur par toute l'étenduë de chaque couche horizontale de l'atmoſphère. Donc, toutes les fois qu'il y a un parfait calme dans l'air, nous pouvons ſurement conclure, qu'il ſe trouve par une étenduë aſſés conſidérable, à la même hauteur de l'atmoſphère, le même degré de chaleur, ou que chaque couche horizontale contient un air également tempéré, quoique dans des couches différentes la chaleur puiſſe varier d'une maniere quelconque. De là nous apprenons de plus, que lorsque par quelque cauſe que ce ſoit, il arrive, qu'à égales hauteurs de l'at-

l'atmoſphère la chaleur y eſt differente, l'équilibre ne ſauroit en aucune maniere avoir lieu. Dans ces cas il en naitra donc néceſſairement un vent; & il n'y a aucun doute que la diverſité de chaleur à égales hauteurs de l'atmoſphère ne ſoit une des principales cauſes des vents.

XVII. Mais, ſuppoſons que l'atmoſphère ſe trouve en équilibre, & ſoit A M E une ligne verticale, ſur laquelle nous prenons les hauteurs. A' un point donné comme en A, regardons l'état de l'air comme connu: que le degré de chaleur y ſoit exprimé par l'ordonnée AB $= c$, la denſité y ſoit $= g$, & l'élaſticité exprimée par la hauteur $= h$. Puisqu'on eſt accoutumé de meſurer l'élaſticité de l'air, ou ce qui revient au même, la preſſion de l'atmoſphère par la hauteur du barometre, l'unité nous marquera la denſité du vif argent, & g ſera une fraction, qui exprime le rapport de la denſité de l'air en A à celle du vif argent; & h ſera la hauteur même du barometre lorsqu'il eſt placé en A. Enſuite, à une hauteur quelconque AM $= z$, à laquelle répond la valeur de $s = a - z$, ſoit le degré de chaleur $= r$, la denſité de l'air $= q$, & l'élaſticité, ou la hauteur du barometre $= p$. Je regarde la chaleur r comme connuë, & exprimée par l'appliquée MN d'une courbe donnée B N F, qui eſt l'échelle des chaleurs.

XLVIII. Puisqu'on n'a pas encore établi des meſures fixes pour la chaleur, par lesquelles on pourroit dire, qu'une chaleur eſt double d'une autre; il ſemble que l'influence même de la chaleur ſur l'élaſticité de l'air fournit le moyen le plus convenable pour régler ces meſures. Diſons donc que la chaleur devient double, lorsque l'élaſticité d'une maſſe d'air, dont la denſité eſt donnée, en devient deux fois plus grande; ou qu'en général la chaleur ſoit proportionnelle à l'élaſticité, la denſité demeurant la même. On pourroit douter, ſi la même chaleur, qui double le reſſort de l'air d'une certaine denſité, le doubleroit auſſi, ſi la denſité étoit differente; c'eſt ſur quoi la ſeule expérience nous peut éclaircir. Cependant il ſemble que nous ne nous écarterons pas ſenſiblement de la vérité, en ſuppoſant que ce rapport ait lieu dans tou-

tes les densités differentes, ou du moins dans celles qui se rencontrent dans l'atmosphère. Cela posé, quelques expériences suffiront à réduire les degrés de chaleur marqués par quelque thermometre à ces mesures plus fixes; & ensuite il sera aisé de changer l'echelle du thermometre en sorte, qu'elle nous donne d'abord les vrayes mesures de la chaleur, que nous venons de marquer par les lettres c & r.

XLIX. Pour la densité nous nous tromperons encore moins, si nous la supposons proportionnelle à l'élasticité, la chaleur demeurant la même. Car ce n'est que dans de fort grandes densités, qu'on a remarqué que l'élasticité croît dans une plus grande raison que la densité: or un tel degré de densité ne se trouve pas dans l'atmosphère. L'élasticité p sera donc proportionnelle au produit de la chaleur r par la densité q, ou bien on aura cette proportion $p : qr = h : gc$, d'où l'on tire $q = \frac{gcp}{hr}$: où il faut remarquer, que r est donné par une certaine fonction de la hauteur $AM = z$, qui convient à l'échelle des chaleurs BNF. De là notre équation $dp = q\,ds$ à cause de $ds = -dz$, se changera en $dp = -\frac{gcp\,dz}{hr}$, dont l'intégrale est

$$lp = \text{Const.} - \frac{gc}{h}\int\frac{dz}{r}.$$

L. Supposons que l'intégrale $\int\frac{dz}{r}$ soit prise ensorte, qu'elle évanouïsse au point A où $z = 0$, & puisque dans cette couche il devient $r = c$, $q = g$, & $p = h$, la constante doit être $= lh$, & notre équation qui renferme la nature de l'équilibre de l'atmosphère, sera

$$l\frac{p}{h} = -\frac{gc}{h}\int\frac{dz}{r}, \quad \text{ou} \quad p = h\,e^{-\frac{gc}{h}\int\frac{dz}{r}}$$

prenant e pour le nombre dont le logarithme hyperbolique est $= 1$. Cette formule nous montre donc à chaque hauteur la pression de l'atmos-

mosphère, ou bien la hauteur que le barometre y marqueroit; & de là on connoitra aussi la densité $q = \frac{gcp}{hr}$, qui se trouvera à la même hauteur, de sorte que ces deux formules nous découvriront l'état de l'air à la hauteur AM $= z$:

$$p = h\,e^{\frac{-gc}{h}\int\frac{dz}{r}}, \quad \& \quad q = \frac{gc}{r}\,e^{\frac{-gc}{h}\int\frac{dz}{r}}$$

d'où l'on voit que ni l'élasticité, ni la densité, ne sauroit entièrement évanouïr à aucune hauteur.

LI. Dévelopons d'abord le cas, où la chaleur est la même par toute la hauteur de l'atmosphère: Soit donc MN $=$ AB ou $r = c$, & nos formules pour la densité & l'élasticité de l'air en M seront:

$$p = h\,e^{\frac{-gz}{h}}, \quad \& \quad q = g\,e^{\frac{-gz}{h}}$$

ou bien par des series:

$$p = h\left(1 - \frac{gz}{h} + \frac{g^2z^2}{2h^2} - \frac{g^3z^3}{6h^3} + \frac{g^4z^4}{24h^4} - \&c.\right)$$

$$q = g\left(1 - \frac{gz}{h} + \frac{g^2z^2}{2h^2} - \frac{g^3z^3}{6h^3} + \frac{g^4z^4}{24h^4} - \&c.\right)$$

d'où l'on connoitra à chaque hauteur donnée AM $= z$, l'état de l'air, sachant celui en A. Puisque l'unité marque la densité du mercure, si le point A est pris à la surface de la terre, on sait par les expériences que la valeur de g, sera une fraction entre $\frac{1}{10000}$ & $\frac{1}{12000}$ environ, & h; à peu près de $2\frac{2}{5}$ pieds de Rhin. Donc, prenant $g = \frac{1}{11000}$,

&

& exprimant la hauteur AM $= z$ en pieds de Rhin, à cause de $\frac{g}{h} = \frac{1}{25000}$ à peu près, nous aurons :

$$p = h\left(1 - \frac{z}{25000} + \frac{zz}{1250000000} - \&c.\right)$$

A la hauteur donc AM de 1000 pieds, on aura $p = 0{,}96079h = \frac{24}{25}h$.

LII. On peut aussi déterminer la hauteur z, à laquelle le barometre sera diminué d'une partie donnée de toute sa hauteur h. Soit la hauteur du barometre en M $= \left(1 - \frac{n}{1000}\right)h$, & posant $p = \left(1 - \frac{n}{1000}\right)h$, nous aurons $l\left(1 - \frac{n}{1000}\right) = -\frac{gz}{h}$, ou bien :

$$z = \frac{h}{g}\left(\frac{n}{1000} + \frac{nn}{2000000} + \frac{n^3}{3000000000} + \&c.\right)$$

La somme de cette serie se peut exprimer à très peu près de cette maniere :

$z = \frac{2nh}{g(2000-n)}$, ou plus exactement $z = \frac{nh\ (6000-n)}{1000g(6000-4n)}$

Si l'on veut savoir la hauteur, à laquelle le barometre baisse de n lignes, ou parties cent quarante quatrièmes du pied de Londres, prenant $g = \frac{1}{11000}$, & la hauteur h de $2\frac{1}{2}$ pieds de Londres, on aura en même mesure la hauteur, où cela arrive, AM $= z = \frac{76n(2160-n)}{2160-4n}$

LIII. Mais on sait par l'expérience que, plus on monte dans l'atmosphère, & plus le degré de chaleur y diminuë. La courbe BNF approchera donc de plus en plus de la verticale AME ; & partant la quantité r sera telle fonction de z, que lorsque $z = 0$; il devi-

devienne $r = c$, & si $z = \infty$, on ait $r = 0$. On pourra donc prendre pour r une telle expression :

$$r = \frac{c}{1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta zz}{hh} + \frac{\gamma z^3}{h^3}}$$

où les coëfficiens α, β, γ, &c. doivent être déterminés par quelques observations sur la chaleur de l'atmosphère à quelques hauteurs différentes. De là nous aurons :

$$\frac{c\,dz}{r} = dz\left(1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta z^2}{h^2} + \frac{\gamma z^3}{h^3} + \text{\&c.}\right),$$ & partant

$$c\int\frac{dz}{r} = z + \frac{\alpha z^2}{2h} + \frac{\beta z^3}{3h^2} + \frac{\gamma z^4}{4h^3} + \text{\&c.}$$ d'où nous tirons :

$$l\frac{p}{h} = -g\left(\frac{z}{h} + \frac{\alpha z^2}{2h^2} + \frac{\beta z^3}{3h^3} + \frac{\gamma z^4}{4h^4} + \text{\&c.}\right)$$

& $$q = \frac{gp}{h}\left(1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta z^2}{h^2} + \frac{\gamma z^2}{h^3} + \text{\&c.}\right).$$

LVI. De ces formules on connoitra pour chaque hauteur $AM = z$, tant la hauteur du barometre p, que la densité de l'air q. On posera pour cet effet :

$$g\left(\frac{z}{h} + \frac{\alpha z^2}{2h^2} + \frac{\beta z^3}{3h^3} + \frac{\gamma z^4}{4h^4} + \text{\&c.}\right) = u,$$ & on aura :

$$p = he^{-u} = h\left(1 - u + \frac{1}{2}u^2 - \frac{1}{6}u^3 + \frac{1}{24}u^4 - \text{\&c.}\right)$$

ou bien par des approximations :

$$p = \frac{2 - u}{2 + u}h, \quad \text{ou} \quad p = \frac{12 - 6u + uu}{12 + 6u + uu}h.$$

 Or

Or, si l'on peut savoir à quelle hauteur z, le barometre descendra de sa partie $\frac{1}{v}h$; posant $p = \left(1 - \frac{1}{v}\right)h$, on aura:

$\frac{1}{v} + \frac{1}{2v^2} + \frac{1}{3v^3} + \frac{1}{4v^4} +$ &c. $= u = \frac{6v-1}{v(6v-4)}$, à peu près, & puisque les coëfficiens α, β, γ, &c. iront fort en diminuant, & qu'ils seront très petits d'eux mêmes, ayant trouvé la valeur de u, on obtiendra fort à peu près:

$$z = h\left(\frac{u}{g} - \frac{\alpha u^2}{2gg} + \frac{(3\alpha\alpha - 2\beta)u^3}{6g^3} - \frac{(15\alpha^3 - 20\alpha\beta + 6\gamma)u^4}{24g^4} + \&c.\right)$$

ou $$z = \frac{6\alpha g + (3\alpha\alpha - 4\beta)u}{6\alpha g + (6\alpha\alpha - 4\beta)u} \cdot \frac{hu}{g}.$$

LV. De là nous voyons, qu'à cause de la diminution de la chaleur, le barometre en l'élevant baisse plutôt d'une quantité donnée, que si la chaleur étoit partout la même. Or, si on savoit exactement en A, le rapport de la densité de l'air à celle du mercure, ou la fraction g, & la hauteur du barometre h, on trouveroit par le calcul précédent la hauteur, où le barometre devroit baisser d'une ligne, si la chaleur étoit partout la même. Car, prenant $\frac{1}{v}h = 1$ ligne, & posant $u = \frac{1}{v} + \frac{1}{2v^2} + \frac{1}{3v^3} +$ &c. cette hauteur seroit $= \frac{hu}{g}$. Qu'on compare ensuite cette hauteur, qu'on trouve par l'expérience, qui soit moindre & $= \frac{hu}{g} - w$, & ayant à peu près $\frac{hu}{g} - w = h\left(\frac{u}{g} - \frac{\alpha uu}{2gg}\right)$, on en tirera $w = \frac{\alpha huu}{2gg}$, ou $\alpha = \frac{2ggw}{huu}$, d'où l'on connoitra assés exactement le premier coëffi-

cient α de la formule, qui contient la diminution de la chaleur $\frac{c}{r} = 1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta zz}{hh} + \frac{\gamma z^3}{h^3} +$ &c. puisqu'on peut regarder les autres termes, comme incomparablement plus petits.

LVI. Voilà donc une methode pour connoitre par les expériences la diminution de la chaleur dans l'atmosphère. Pour en donner un exemple, supposons que la hauteur du barometre en bas en A, ait été observée de 30 pouces du pieds de Londres, ou $h = 2\frac{1}{2}$ pieds de Londres; & que la densité y soit à celle du mercure comme 1 à 10000, de sorte que $g = \frac{1}{10000}$. Maintenant une ligne étant $\frac{1}{360} h$, nous aurons $v = 360$, & $u = \frac{1}{358}$, & si la chaleur étoit par tout la même., le barometre baisseroit d'une ligne à la hauteur de $69\frac{4}{9}$ pieds. Or, supposons que cet abaissement arrive déjà à la hauteur de 63 pieds; & nous aurons $w = 6\frac{4}{9}$ pieds, & de là nous tirerons $\alpha = \frac{7}{1000}$. Donc négligeant les autres termes, nous aurons pour la chaleur à chaque hauteur z cette équation : $r = \frac{c}{1 + \frac{7z}{1000h}}$, ou $r = \frac{c}{1 + \frac{z}{357}}$: d'où il s'ensuivroit qu'à la hauteur de 357 pieds la chaleur seroit reduite à la moitié. Si la différence w avoit été plus petite, la valeur de α auroit aussi été trouvée moindre dans la même raison.

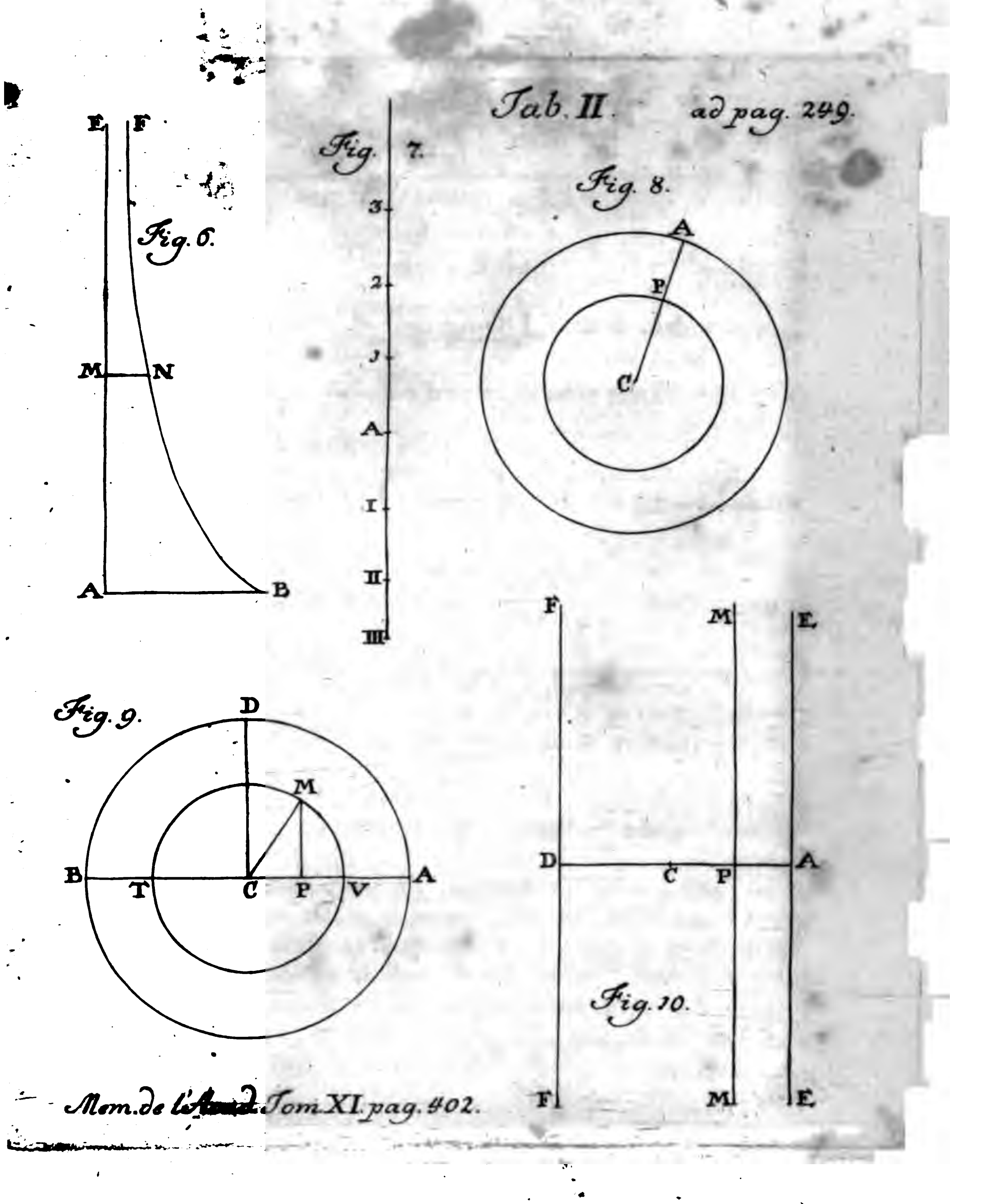
LVII. Si nous négligeons les termes affectés par β, γ, δ, &c. & que nous supposions donnée la hauteur, où la chaleur est reduite à la moitié nous en pourrons assigner le degré de chaleur à toute autre hauteur, & delà l'élasticité de l'air avec sa densité. Soit cette hauteur $= mh$, & puisque $r = \frac{c}{1 + \frac{\alpha z}{h}}$, nous aurons $\alpha = \frac{1}{m}$, & par-

tant

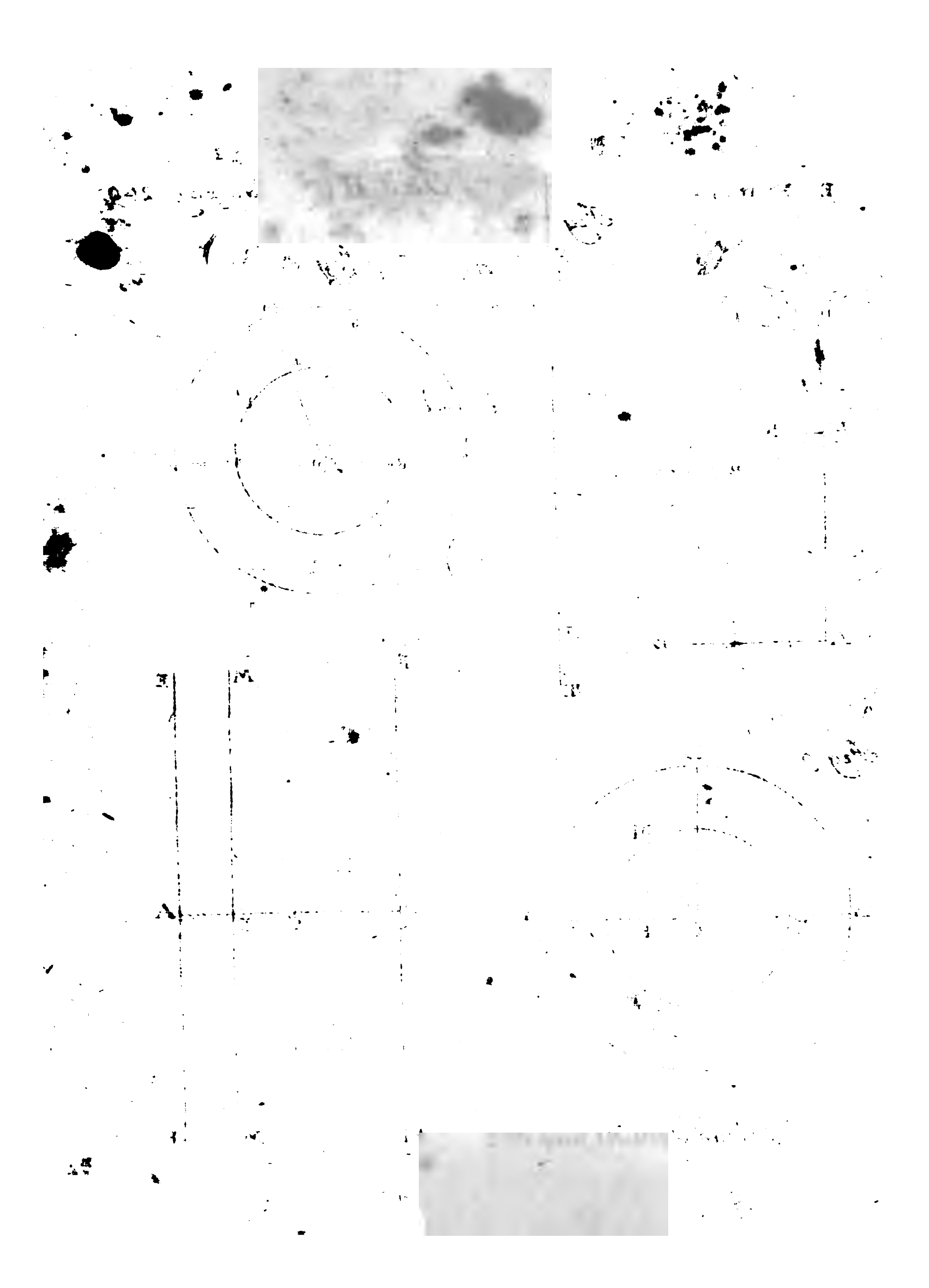
tant $r = \frac{c}{1+\frac{z}{mh}}$: d'où l'on connoitra à toute autre hauteur z, le rapport de la chaleur à celle qui se trouve en A. Ensuite, posant $g\left(\frac{z}{h}+\frac{zz}{2mhh}\right)=u$, ou $u=\frac{gz}{h}\left(1+\frac{z}{2mh}\right)$, la hauteur du barometre en M sera $p=\frac{12-6u+uu}{12+6u+uu}h$, à très peu près ; & la densité $q=\frac{12-6u+uu}{12+6u+uu}g\left(1+\frac{z}{mh}\right)$. Soit la hauteur AM $= z = nh$, & on aura à cause de $u=ng\left(1+\frac{n}{2m}\right)$, pour cette hauteur $r=\frac{mc}{m+n}$; $p=\frac{12-6ng\left(1+\frac{n}{2m}\right)+nngg\left(1+\frac{n}{2m}\right)^2}{12+6ng\left(1+\frac{n}{2m}\right)+nngg\left(1+\frac{n}{2m}\right)^2}h$, & de là $q=\frac{gp}{h}\left(1+\frac{n}{m}\right)$.

LVIII. Or, si l'on veut savoir à quelle hauteur AM $= z$, l'abaissement du mercure dans le barometre sera $=\frac{1}{\nu}h$, ou bien $p=\left(1-\frac{1}{\nu}\right)$, on cherchera d'abord comme auparavant le nombre u, de sorte que $u=\frac{1}{\nu}+\frac{1}{2\nu^2}+\frac{1}{3\nu^3}+\frac{1}{4\nu^4}+$ &c. ou à peu près $u=\frac{6\nu-1}{\nu(6\nu-4)}$, & puisque $\alpha=\frac{1}{m}$, $\beta=0$, $\gamma=0$, &c.

on



Tab. II. ad pag. 249.
Fig. 6.
E
F
M
N
A
B
Fig. 7.
3
2
1
A
I
II
III
Fig. 8.
A
P
C
Fig. 9.
D
M
B
T
C
P
V
A
Fig. 10.
F
M
E
D
C
P
A
F
M
E
Mem. de l'[redacted] Tom XI pag. 402.



on trouvera la hauteur

$$AM = h\left(\frac{u}{g} - \frac{uu}{2mgg} + \frac{u^3}{2mmg^3} - \frac{5u^4}{8m^3g^4} + \&c.\right)$$

ou fort à peu près $AM = \frac{2mg+u}{mg+u}\cdot\frac{hu}{2g}$: & la denſité y ſera

$$q = \left(1 - \frac{1}{v}\right)\left(\frac{2mg+u}{mg+u}\cdot\frac{u}{2m}\right), \text{ \& la chaleur}$$

$r = \frac{c}{1 + \frac{2mg+u}{mg+u}\cdot\frac{u}{2mg}}$, ou bien après avoir trouvé $AM = z$,

on aura $q = g\left(1 - \frac{1}{v}\right)\left(1 + \frac{z}{mh}\right)$, & $r = \frac{c}{1+\frac{z}{mh}}$.

Donc, en remettant pour u ſa valeur $\frac{6v-1}{v(6v-4)}$, nous aurons :

$$AM = h\left(\frac{1}{vg} + \frac{1}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right)\&c.\right)$$

& la profondeur, où le barometre hauſſe de la quantité $\frac{1}{v}h$, ſera

$$h\left(\frac{1}{vg} - \frac{1}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

LIX. On trouve quantité d'expériences, qu'on a faites ſur la hauteur du barometre, tant en montant qu'en deſcendant dans l'atmoſphère, d'où l'on a taché de déterminer les hauteurs ou profondeurs, où le barometre hauſſe ou baiſſe de parties égales. Soit A le point fixe, d'où l'on compte ces hauteurs & profondeurs, que la hauteur du barometre y ſoit $= h$, la denſité de l'air $= g$, celle du mercure étant $= 1$, & qu'à une hauteur au deſſus $AE = mh$, la chaleur ſoit ré- Fig. 7.

 duite

duite à la moitié. Soient ensuite 1. 2. 3. &c. en montant, & I. II. III. &c. en descendant les lieux, où le changement du barometre vaille $\frac{1}{\nu}h$, de sorte que la hauteur du barometre soit

$$\text{en } 1 = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)h;\ \text{en } 2 = \left(1 - \frac{2}{\nu}\right)h;\ \text{en } 3 = \left(1 - \frac{3}{\nu}\right)h$$

$$\text{en I} = \left(1 + \frac{1}{\nu}\right)h;\ \text{en II} = \left(1 + \frac{2}{\nu}\right)h;\ \text{en III} = \left(1 + \frac{3}{\nu}\right)h.$$

Cela posé, voyons quel ordre doit régner dans les intervalles A, 1; 1, 2; 2, 3; en montant, & A, I; I, II; II, III; en descendant.

LX. Or la formule trouvée nous fournira les valeurs suivantes de ces intervalles, en montant :

$$A,1 = h\left(\frac{1}{\nu g} + \frac{1}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

$$1,2 = h\left(\frac{1}{\nu g} + \frac{3}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{7}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

$$2,3 = h\left(\frac{1}{\nu g} + \frac{5}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{19}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

& en descendant :

$$A,I = h\left(\frac{1}{\nu g} - \frac{1}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

$$I,II = h\left(\frac{1}{\nu g} - \frac{3}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{7}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

$$II,III = h\left(\frac{1}{\nu g} - \frac{5}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{19}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

D'où

D'où l'on tire en prenant les différences :

$$2,3 - 1,2 = h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{12}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

$$1,2 - A,1 = h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{6}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c\right)$$

$$A,1 - A,I = h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + 0\right)$$

$$A,I - I,II = h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) - \frac{6}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

$$I,II - II,III = h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) - \frac{12}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{2}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

LXI. Si la chaleur étoit la même par toute la hauteur de l'atmosphère, ou qu'il fut $m = \infty$, ces intervalles iroient en croissant assés regulièrement en montant ; car on auroit

différences

$$III,II = h\left(\frac{1}{vg} - \frac{5}{2v^2g} + \frac{19}{3v^3g}\right)$$

$$\ldots\; h\left(\frac{1}{v^2g} - \frac{4}{v^3g}\right)$$

$$II,I = h\left(\frac{1}{vg} - \frac{3}{2v^2g} + \frac{7}{3v^3g}\right)$$

$$\ldots\; h\left(\frac{1}{v^2g} - \frac{2}{v^3g}\right)$$

$$I,A = h\left(\frac{1}{vg} - \frac{1}{2v^2g} + \frac{1}{3v^3g}\right)$$

$$\ldots\; h\left(\frac{1}{v^2g} - 0\right)$$

$$A,1 = h\left(\frac{1}{vg} + \frac{1}{2v^2g} + \frac{1}{3v^3g}\right)$$

$$\ldots\; h\left(\frac{1}{v^2g} + \frac{2}{v^3g}\right)$$

$$1,2 = h\left(\frac{1}{vg} + \frac{3}{2v^2g} + \frac{7}{3v^3g}\right)$$

$$\ldots\; h\left(\frac{1}{v^2g} + \frac{4}{v^3g}\right)$$

$$2,3 = h\left(\frac{1}{vg} + \frac{5}{2v^2g} + \frac{19}{3v^3g}\right)$$

Cepen-

Cependant il semble qu'il pourroit arriver, que l'intervalle II, III, devînt plus grand que I, II, lorsque $1 < \frac{4}{\nu}$, ou $\nu < 4$, ou $\frac{1}{\nu} > \frac{1}{4}$, mais il faut remarquer que dans ces cas, où le changement $\frac{1}{\nu}h$ feroit si considérable, notre formule approchée ne fauroit plus avoir lieu; car il la faudroit alors continuer à plusieurs termes, par lequel l'accroissement de ces intervalles feroit rétabli.

LXII. Mais il n'en est pas de même, quand la chaleur diminuë dans l'atmosphère en montant; cet accroissement pourra bien alors devenir assés irregulier, & même négatif en quelques endroits, quoique la fraction $\frac{1}{\nu}$ fut très petite. Pour mieux éclaircir cet effet de la chaleur variable, posons d'abord $m = \frac{1}{g}$, ou $m = 10000$ à peu près, de sorte qu'à la hauteur de $10000\,h$ la chaleur soit réduite à la moitié. Ayant donc $mg = 1$, nos intervalles seront:

$$\text{III, II} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{19}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{II, I} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{7}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{I, A} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{1}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{A, 1} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{1}{3\nu^3}\right)$$
$$1, 2 = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{7}{3\nu^3}\right)$$
$$2, 3 = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{19}{3\nu^3}\right)$$

dans ce cas donc tant en montant au dessus du point A, qu'en descendant au dessous, ces intervalles iroient en croissant. Or ces formules ne sauroient plus avoir lieu, lorsqu'on monte trop haut, ou qu'on descende trop bas: car alors il faudra recourir à nos premières formules sans se servir de ces approximations.

LXIII.

LXIII. Posons donc pour ce cas $m = \frac{1}{g}$, & partant $\alpha = g$, la hauteur du barometre à un endroit quelconque $= \left(1 - \frac{\mu}{\nu}\right)h$, & à un de nos intervalles au dessus $= \left(1 - \frac{\mu - 1}{\nu}\right)h$. Nous aurons donc pour l'élevation du premier endroit cette équation :

$$l\left(1 - \frac{\mu}{\nu}\right) = -\frac{gz}{h} - \frac{ggzz}{2hh}, \quad \text{\& partant}$$

$$z = \frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\mu - \nu}\right) - 1\right)$$

& l'élevation du second, qui soit $= z'$ sera

$$z' = \frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\mu - \nu - 1}\right) - 1\right)$$

Donc cet intervalle, par lequel la hauteur du barometre change de $\left(1 - \frac{\mu}{\nu}\right)h$ à $\left(1 - \frac{\mu - 1}{\nu}\right)h$, sera

$$\frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu - \mu - 1}\right) - V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu - \mu}\right)\right)$$

Et prenant μ négatif nous aurons pour un tel intervalle quelconque au dessous de A

$$\frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu + \mu - 1}\right) - V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\mu + \nu}\right)\right)$$

ou fort à peu près $= \dfrac{h}{g(\nu + \mu)V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu + \mu}\right)}$.

LXIV. Dans cette hypothese il est évident, qu'à quelque profondeur qu'on descende, le barometre ne sauroit monter au delà d'une certaine hauteur, il ne sauroit même jamais atteindre la hauteur $= 2h$; car posant $p = 2h$, on a pour la profondeur z, où cela devoit arriver, cette équation $l2 = \frac{gz}{h} - \frac{ggzz}{2hh}$, dont les racines $z = \frac{h}{g}[\sqrt{(1 - 2l2)} + 1]$ sont imaginaires. La plus grande hauteur, à laquelle le barometre puisse monter, sera donc lorsque $2l\frac{\nu+\mu}{\nu} = 1$, ou bien $\mu = \nu(\sqrt{e} - 1)$: donc cette plus grande hauteur du barometre sera $= h\sqrt{e} = 1,6487h$, à laquelle il arrivera à la profondeur $z = \frac{h}{g}$; & à des profondeurs plus grandes, la hauteur du barometre redeviendra plus petite : ce qui est sans doute un grand paradoxe. Mais il n'en faut pas être surpris, puisque l'hypothese $r = \frac{c}{1 - \frac{z}{mh}}$ renferme déjà cette grande absurdité, qu'à la profondeur $z = mh$, la chaleur est supposée infinie : d'où l'on voit que notre hypothese, quelque bonne qu'elle soit pour la montée, ne sauroit être appliquée à des trop grandes profondeurs.

LXV. Considérons aussi le cas où $mg = 2$, ou environ $m = 20000$, desorte qu'à la hauteur $= 20000h$ la chaleur soit réduite à la moitié : & nos intervalles seront :

Differences

$$\text{III,II} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{5}{4v^2} + \frac{95}{24v^3}\right) \quad \ldots \quad \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} - \frac{5}{2v^3}\right)$$

$$\text{II,I} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{3}{4v^2} + \frac{35}{24v^3}\right) \quad \ldots \quad \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} - \frac{5}{4v^3}\right)$$

$$\text{I,A} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{4v^2} + \frac{5}{24v^3}\right) \quad \ldots \quad \frac{h}{g}\left(\frac{}{2v^2} + 0\right)$$

$$\text{A,1} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{4v^2} + \frac{5}{24v^3}\right) \quad \ldots \quad \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} + \frac{5}{4v^3}\right)$$

$$1,2 = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{3}{4v^2} + \frac{35}{24v^3}\right) \quad \ldots \quad \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} + \frac{5}{2v^3}\right)$$

$$2,3 = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{5}{4v^2} + \frac{95}{24v^3}\right)$$

d'où l'on voit que ces intervalles décroitront moins, plus on defcend au deffous de A, & qu'ils cefferont enfin entierement de diminuer, après quoi ils iront même en augmentant, comme dans le cas précédent $mg = 1$.

LXVI. Mais fi $mg < 1$. l'ordre de ces intervalles deviendra plus irrégulier. Pofons pour le faire voir $mg = \frac{1}{2}$, ou la hauteur, à laquelle la chaleur eft réduite à la moitié, $= 5000\,h$ à peu près ; & nos intervalles feront :

$$\text{III, II} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{5}{2v^2} + \frac{76}{3v^3}\right)$$

$$\text{II, I} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{3}{2v^2} + \frac{28}{3v^3}\right)$$

$$\text{I, A} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{2v^2} + \frac{4}{3v^3}\right)$$

$$\text{A, 1} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{2v^2} + \frac{4}{3v^3}\right)$$

$$\text{1, 2} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{3}{2v^2} + \frac{28}{3v^3}\right)$$

$$\text{2, 3} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{5}{2v^2} + \frac{76}{3v^3}\right)$$

d'où l'on voit que les intervalles au deſſous de A vont en croiſſant & que ceux au deſſus de A en diminuant, mais que cette diminution devient de plus en plus petite, jusqu'à ce qu'elle évanouïſſe entièrement, après quoi ils redéviendront plus grands.

LXVII. On ne doit donc pas être ſurpris ſi en montant on trouve plus petits les intervalles, par lesquels le barometre deſcend d'une quantité donnée; & qu'en deſcendant on les trouve plus grands. Et puisque la chaleur, tant en montant dans l'atmosphere qu'en deſcendant dans les entrailles de la terre, peut ſuivre une loi fort irréguliere, qui s'ecarte beaucoup de notre formule, on ne ſera plus frappé ſi l'on y découvre encore une plus grande irrégularité dans les intervalles en queſtion. De plus, cette irrégularité doit devenir encore plus grande; lorsque l'air n'eſt pas en équilibre, comme j'ai ſuppoſé jusqu'ici. On rencontre ſurtout dans les mines un vent presque continuel, d'où la grandeur des intervalles doit être fort altérée ; & on ſait par les principes du mouvement des fluides, que les autres circonſtances demeurant les mêmes, le mouvement doit diminuer la preſſion, & partant la hauteur du barometre.

LXVIII. Ayant remarqué, que l'atmosphère ne ſauroit être en équilibre, à moins qu'à hauteurs égales le degré de chaleur ne ſoit partout le même, on comprend bien qu'il doit naitre un vent toutes les fois,

fois, qu'à égales hauteurs la chaleur eſt différente. La raiſon en eſt, que les preſſions ſur chaque particule de l'air ne peuvent plus être balancées par ſon poids. Or, ſi nous ſuppoſons la preſſion verticale en équilibre avec la gravité de chaque particule, les preſſions horizontales ne peuvent pas évanouir, & partant l'air ſera pouſſé horizontalement. Si nous conſultons les formules données ci-deſſus pour les trois preſſions, nous appercevrons bientôt, que l'air doit être pouſſé du côté, où eſt la plus grande chaleur, de ſorte qu'il doit y avoir toujours un vent des endroits, où il fait plus chaud, vers ceux où il fait plus froid à la même hauteur. Cet effet doit toujours avoir lieu dans la ſuppoſition, que les preſſions verticales ſoient en équilibre avec la gravité.

De l'Equilibre des fluides dans l'hypotheſe de la Gravité dirigée vers un ou pluſieurs centres.

LXIX. Lorsque les forces ſollicitantes ſont dirigées vers un centre fixe, & qu'elles ſont proportionnelles à une fonction quelconque de la diſtance, de ſorte qu'à égales diſtances elles ſoient auſſi égales; il eſt évident, que les couches ſeront ſphèriques, & concentriques autour du centre de forces, & que dans l'état d'équilibre tant la preſſion que la denſité doit être la même par toute l'étenduë de chaque couche. Et ſi le fluide eſt compreſſible, & que la chaleur influë ſur ſon élaſticité, l'équilibre ne ſauroit ſubſiſter, à moins que la chaleur ne fut la même par chaque couche. Quand cette condition n'a pas lieu, on peut conclure comme auparavant, que le fluide ſera porté des endroits plus chauds aux plus froids; mais je me borne ici uniquement à la conſidération de l'équilibre.

LXX. Soit C le centre des forces, & à la diſtance $CP = z$, ſoit la force accélératrice $= Z$ fonction quelconque de z; comme cette force tend à diminuer la diſtance z, nous aurons pour nos formules $ds = -Zdz$, & poſant la denſité en $P = q$, & la preſſion exprimée par la hauteur $= p$, l'équilibre ſera renfermé dans cette Fig. 8.

 équa-

équation $dp = -qZdz$. Ce que je viens de déveloper sur les fluides compressibles dans l'hypothese de la gravité naturelle, s'appliquera aisément à l'hypothese présente; & il seroit superflu, si je voulois traiter de nouveau de cette espece de fluides. Soit donc le fluide incompressible, & sa densité partout la même $= g$, & notre formule donnera : $p = C - g\int Z dz$. Supposons qu'à la couche A, dont le demi-diametre $CA = a$, la pression soit $= o$, & prenant la constante C en sorte que p évanouïsse, si $z = a$, la formule trouvée montrera à chaque distance $CP = z$. du centre la pression ; la plus haute surface, où le fluide est de niveau, sera donc sphérique, dont le rayon $CA = a$.

LXXI. Si la force centrale est proportionnelle à la distance, & que la force accélératrice en A soit $= n$, on aura $Z = \frac{nz}{a}$, & partant

$$p = C - \frac{ngzz}{2a} = \frac{1}{2}nga - \frac{ngzz}{2a} = \frac{nga}{2}\left(1 - \frac{zz}{aa}\right).$$

Donc la pression au centre même C sera $= \frac{1}{2}nga$; ce qui seroit presque le cas, si toute la terre étoit formée d'eau, & qu'il n'y eût point de mouvement de rotation.

Si l'on veut supposer la force centrale réciproquement proportionnelle au quarré de la distance, on aura $Z = \frac{naa}{zz}$, prenant le nombre n pour marquer la force accélératrice en A, & on aura la pression en P:

$$p = C + \frac{ngaa}{z} = \frac{ngaa}{z} - nga = nga\left(\frac{a}{z} - 1\right)$$

d'où la pression au centre C deviendroit infinie.

Fig. 9. LXXII. Si les particules du fluide sont attirées non seulement vers le centre fixe C par la force accélératrice Z, fonction quelconque de la distance $CM = z$, mais qu'elles soient outre cela repoussées

d'une

d'une ligne fixe ACB, qui passe par le centre C, par des forces proportionnelles aux distances depuis cet axe, de sorte qu'à la distance $= b$ cette force soit $= m$; au point M il y aura deux forces accélératrices, l'une selon MC, qui est $= Z$, & l'autre selon $PM = y$, qui est $= \frac{my}{b}$, ayant tiré de M la perpendiculaire MP à l'axe ACB.

Cela posé, l'effort au point M sera: $s = -\int Z dz + \frac{myy}{2b}$, & partant $ds = -Z dz + \frac{my dy}{b}$. Donc, si la densité en M est $= q$, & la pression exprimée par la hauteur $= p$, nous aurons cette équation $$dp = -qZ dz + \frac{mqy dy}{b}$$ & les couches doivent être prises en sorte, que pour chacune la quantité $-\int Z dz + \frac{myy}{2b}$ soit une quantité constante; chaque couche sera donc une surface engendrée par la révolution d'une certaine courbe TVM autour de l'axe AB.

LXXIII. Il faut donc distinguer tout le fluide par de telles couches, & pour trouver la figure de chacune, on n'a qu'à chercher les courbes TMV, par la révolution desquelles autour de l'axe AB ces couches naissent. Or pour chacune de ces courbes, en posant $CM = z$, & $PM = y$, on a cette équation $-\int Z dz + \frac{myy}{2b} = \text{Const.}$ Et comme toutes ces figures ne diffèrent entr'elles que de la valeur de la constante C, leur nature sera exprimée par la même équation différentielle $-Z dz + \frac{my dy}{b} = 0$. Ayant trouvé ces couches, il faut que tant la densité que l'élasticité soit la même par toute l'étendue de chaque couche; & si le fluide est compressible, & que la chaleur influë sur son élasticité, il faut aussi que la même chaleur régne par toute

l'étenduë de chaque couche: sans cette derniere condition, l'équilibre ne seroit pas même possible.

LXXIV. Or, supposons le fluide incompressible, & que sa densité soit partout la même $q = g$, & la pression en M sera exprimée par la hauteur $p = C - g\int Z\,dz + \frac{mgyy}{2b}$.

Donc, si ADB représente la couche la plus haute, où le fluide est censé être de niveau, il faut C déterminer en sorte, que si l'on rapporte z & y à cette couche, la valeur de p évanouisse. Donc, si l'équation pour la derniere couche est:

$$-\int Z\,dz + \frac{myy}{2b} = A$$

la pression à toute autre couche sera:

$$p = -Ag - g\int Z\,dz + \frac{mgyy}{2b}.$$

D'où l'on voit que par toute l'étenduë de chaque couche la pression est la même: & si nous considérons la couche, dont la nature est exprimée par cette équation: $-\int Z\,dz + \frac{myy}{2b} = L$, la pression dans cette couche sera partout $p = (L - A)g$.

LXXV. Soit la force centrale proportionnelle aux distances, ou $Z = \frac{nz}{b}$, de sorte que $\int Z\,dz = \frac{nzz}{2b}$. On aura donc pour chaque couche cette équation $\frac{myy - nzz}{2b} = \text{Const.}$ qui est ou pour une ellipse, lorsque $m < n$, ou pour une hyperbole lorsque $m > n$, ou pour deux lignes droites paralleles & perpendiculaires à l'axe AB, lorsque $m = n$. Or en général la pression à un point quelconque M sera $p = g\left(\frac{myy - nzz}{2b} - A\right)$: ou bien,

si nous

si nous posons l'abscisse $CP = x$, à cause de $zz = xx + yy$, nous aurons cette équation pour la pression :

$$p = g\left(\frac{(m - n)yy - nxx}{2b} - A\right)$$

où il faut remarquer, que là où cette formule est négative, le fluide ne sauroit exister : il n'occupera que les endroits, où la valeur de cette formule est positive, & sera terminé là où elle évanouït, de sorte que pour la derniere surface du niveau, on aura cette équation :

$$(m - n)yy - nxx - 2Ab = 0.$$

LXXVI. Commençons par considérer le cas, où $m = n$, & il n'y aura point d'équilibre, à moins que A ne soit une quantité négative : soit donc $A = -\frac{naa}{2b}$, pour avoir

$$p = \frac{ng}{2b}(aa - xx).$$

Dans ce cas donc, le volume du fluide résultera par la révolution de l'espace indéterminé ABEF, compris entre les deux paralleles AE & BF, perpendiculaires à l'axe AB, & de part & d'autre également distantes du centre C, de sorte que $CA = CB = a$. Il sera donc terminé par deux plans infinis EAE & FBF, où la pression évanouït. Entre ces deux plans il y aura par tout une pression positive, & par toute l'étenduë de chaque plan perpendiculaire à l'axe la même ; ainsi dans le plan MPM, la pression sera $= \frac{ng}{2b}(CA^2 - CP^2)$: & au plan qui passe par le centre C la pression sera $= \frac{ng}{2b}.CA^2$, & partant la plus grande. Fig. 10.

LXXVII. Si m est plus grand que n, ou $m - n$ positif, il y aura trois cas à considérer, selon que la constante A est posi-

 tive

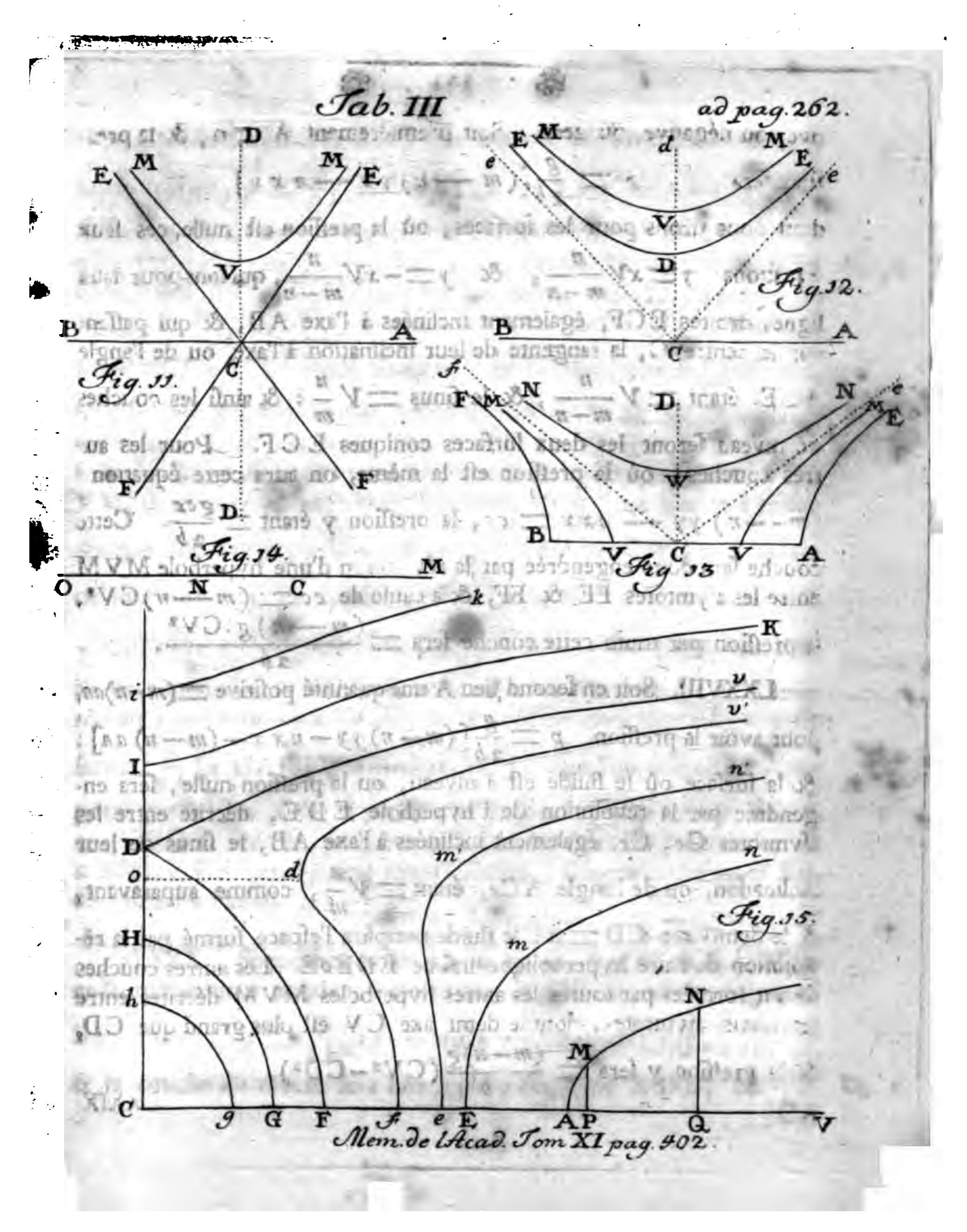
tive, ou négative, ou zero. Soit premièrement $A = o$, & la pression sera $$p = \frac{g}{2b}[(m - n)yy - nxx]$$ d'où nous tirons pour les surfaces, où la pression est nulle, ces deux

Fig. 11. équations $y = x\sqrt{\frac{n}{m-n}}$, & $y = -x\sqrt{\frac{n}{m-n}}$, qui sont pour deux lignes droites ECF, également inclinées à l'axe AB, & qui passent par le centre C, la tangente de leur inclination à l'axe, ou de l'angle ACE, étant $= \sqrt{\frac{n}{m-n}}$, & le sinus $= \sqrt{\frac{n}{m}}$: & ainsi les couches de niveau seront les deux surfaces coniques ECF. Pour les autres couches, où la pression est la même, on aura cette équation : $(m - n)yy - nxx = cc$, la pression y étant $= \frac{gcc}{2b}$. Cette couche sera donc engendrée par la révolution d'une hyperbole MVM entre les asymtotes EE & FF, & à cause de $cc = (m - n)CV^2$, la pression par toute cette couche sera $= \frac{(m-n)g.CV^2}{2b}$.

LXXVIII. Soit en second lieu A une quantité positive $= (m-n)aa$, pour avoir la pression $p = \frac{g}{2b}[(m-n)yy - nxx - (m-n)aa]$: & la surface où le fluide est à niveau, ou la pression nulle, sera en-

Fig. 12. gendrée par la révolution de l'hyperbole EDE, décrite entre les asymtotes Ce, Ce, également inclinées à l'axe AB, le sinus de leur inclinaison, ou de l'angle ACe, étant $= \sqrt{\frac{n}{m}}$, comme auparavant; & le demi-axe $CD = a$: le fluide remplira l'espace formé par la révolution de l'aire hyperbolique infinie $EDEdE$. Les autres couches seront formées par toutes les autres hyperboles MVM décrites entre les mêmes asymtotes, dont le demi-axe CV est plus grand que CD, & la pression y sera $= \frac{(m-n)g}{2b}(CV^2 - CD^2)$.

LXXIX.


Tab. III
ad pag. 262.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13
Fig. 14.
Fig. 15.
Mem. de l'Acad. Tom XI pag. 402.

LXXIX. Enfin, si A est une constante négative = $-naa$, la pression étant $p = \frac{g}{2b}[(m-n)yy - nxx + naa]$, la surface de niveau est engendrée par la révolution de l'hyperbole $naa = nxx - (m-n)yy$, ou plutôt des deux hyperboles conjuguées AE, BF, décrites sur l'axe même $AB = 2a$, dont les asymptotes Ce, Cf sont inclinées à l'axe de l'angle ACe, duquel le sinus $= \sqrt{\frac{n}{m}}$. Le fluide occupera tout l'espace infini EAEF, renfermé entre les deux hyperboles conjuguées AE & BF, en concevant cet espace tourné autour de l'axe AB. Les couches de cet espace seront aussi formées par toutes les autres hyperboles conjuguées VM, VM, décrites entre les mêmes asymptotes, dont l'axe VV est moindre que AB, & la pression y sera $= \frac{ng}{2b}(CA^2 - CV^2)$. L'espace conique formé par les asymptotes mêmes Ce, Cf, donnera donc aussi une couche, où la pression sera $= \frac{ng}{2b}CA^2$. Mais outre cela toutes les hyperboles NWN, décrites entre les asymptotes ECf, donneront aussi des couches à l'infini; & la pression dans une telle couche sera $= \frac{g}{2b}[nCA^2 + (m-n)CW^2]$; d'où l'on voit qu'en s'éloignant par la ligne CD, la pression va toujours en augmentant, & même jusqu'à l'infini; ce qui arrive aussi dans les deux cas précédens, où la distance CV peut croître jusqu'à l'infini. Dans tous ces cas la surface s'étend à l'infini.

LXXX. Supposons enfin $k > m$, ou $m - k < 0$, & la pression ne sauroit devenir positive, à moins que A n'ait une valeur négative. Soit donc: $p = \frac{g}{2b}[naa - nxx - (k-m)yy]$, & la couche de niveau sera une surface ...

LXXIX. Enfin, si A est une quantité négative $= -naa$, la pression étant $p = \frac{g}{2b}[(m-n)yy - nxx + naa]$,
la surface de niveau est engendrée par la révolution de l'hyperbole $naa = nxx - (m-n)yy$, ou plutôt des deux hyperboles conjuguées AE, BF, décrites sur l'axe même AB $= 2a$, dont les asymtotes Ce, Cf sont inclinées à l'axe de l'angle ACe, duquel le sinus $= \sqrt{\frac{n}{m}}$. Le fluide occupera tout l'espace infini EABF, renfermé entre les deux hyperboles conjuguées AE & BF, concevant cet espace tourné autour de l'axe AB. Les couches de cet espace seront aussi formées par toutes les autres hyperboles conjuguées VM, VM, décrites entre les mêmes asymtotes, dont l'axe VV est moindre que AB, & la pression y sera $= \frac{ng}{2b}(CA^2 - CV^2)$. L'espace conique formé par les asymtotes mêmes Ce, Cf, donnera donc aussi une couche, où la pression sera $= \frac{ng}{2b}.CA^2$. Mais outre cela toutes les hyperboles NWN, décrites entre les asymtotes eCf, donneroit aussi des couches à l'infini; & la pression dans une telle couche sera $= \frac{g}{2b}[n.CA^2 + (m-n)CW^2]$: d'où l'on voit qu'en s'éloignant par la ligne CD, la pression va toujours en augmentant, & même jusqu'à l'infini; ce qui arrive aussi dans les deux cas précédens, où la distance CV peut croitre jusqu'à l'infini. Dans tous ces cas le fluide s'étend à l'infini. Fig. 13.

LXXX. Supposons enfin $n > m$ ou $m - n < 0$, & la pression ne sauroit devenir positive, à moins que A n'ait une valeur négative. Soit donc : $p = \frac{g}{2b}\{aa - nxx - (n-m)yy\}$,
& la couche de niveau sera une surface elliptique ADB, où Fig. 9.

CA

$CA = CB = \frac{a}{\sqrt{n}}$, & $CD = \frac{a}{\sqrt{(n-m)}}$; de forte que $CD > CA$. Le fluide remplira donc la cavité de cet elliptoïde, dont CD repréſente le demi-diametre de l'équateur. Toutes les autres couches comme VMT, ſeront auſſi des ellipſes ſemblables, plus petites, & ſi l'équation en eſt $nxx + (n-m)yy = cc$,

la preſſion de cette couche ſera $= \frac{g}{2b}(aa - cc)$, ou puisque $aa = n.CA^2$, & $cc = n.CV^2$, elle eſt $= \frac{ng}{2b}(CA^2 - CV^2)$.

Ce cas approche fort de la figure de la Terre, ou autre Planete, qui par ſon mouvement de rotation produit la force centrifuge, dont toutes les particules ſont repouſſées de l'axe AB, & cela proportionnellement aux diſtances de cet axe, comme j'ai ſuppoſé. Or, ſi ce mouvement d'une maſſe fluide peut ſubſiſter, ou non ? c'eſt une queſtion, qui ne ſauroit être decidée ici, où je me contente de regarder la force centrifuge comme une force particuliere, qui agit ſur le fluide en repos.

LXXXI. Ce ſont donc les figures, qu'une maſſe fluide doit recevoir, dont les particules ſont attirées à un centre fixe en raiſon des diſtances, & en même tems repouſſées d'un axe fixe auſſi en raiſon des diſtances; où j'ai introduit ces dernieres forces pour tenir lieu de la force centrifuge, qui agiroit ſur le fluide, s'il tournoit d'un mouvement donné autour de cet axe. Pour éclaircir cette matiere davantage, je ſubſtituerai au lieu de cette force centrale une autre, qui pouſſe le fluide au centre C, en raiſon réciproque des quarrés des diſtances, en laiſſant l'autre force centrifuge inaltérée. Soit donc comme ci-deſſus, la force centrale $Z = \frac{naa}{zz}$, pour avoir ſon effort $\int Z dz = -\frac{naa}{z}$; & ſuppoſant la denſité du fluide partout la même $= g$, à un endroit quelconque M, dont la diſtance au centre C eſt $CM = z$, & à l'axe AB

AB la distance PM $= y$, la pression sera exprimée par la hauteur p, dont la valeur est $p = g\left(\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} - na\right)$.

LXXXII. Il est clair que la constante C doit être prise négative, puisque d'ailleurs la pression ne sauroit nulle part évanouïr. Ainsi nous aurons pour la derniere couche, où le fluide est de niveau, ou $p = 0$, cette équation :

$$\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} = na, \quad \text{ou} \quad z = \frac{2naab}{2nab - myy},$$

or pour toute autre couche, où la pression est positive, on aura :

$$\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} > na, \quad \text{ou} \quad z < \frac{2naab}{2nab - myy}.$$

Je remarque ici d'abord que pour chercher ces figures, on se tromperoit, si l'on vouloit ramener cette équation à des coordonnées orthogonales CP $= x$, & PM $= y$, en substituant $z = V(xx + yy)$, d'où l'on tireroit une ligne du sixième ordre ; car il est clair que cette même ligne répondroit aussi à l'équation $-z = \frac{2naab}{2nab - myy}$: Or ce seroit le cas, où les particules du fluide seroient repoussées du centre en raison réciproque du quarré des distances, & partant l'équation rationnelle du sixième degré entre x & y comprendroit conjointement deux hypotheses différentes, l'une des forces centrales attirantes, & l'autre des forces centrales repoussantes.

LXXXIII. Donc, pour écarter ce dernier cas, il ne faut donner à la distance z que des valeurs positives, & partant il n'est pas permis de lui substituer la valeur radicale $V(xx + yy)$, puisqu'alors après la réduction à la rationalité on ne seroit plus le maitre de séparer les cas, où la valeur de z deviendroit négative dans l'équation fondamentale. On sera surpris qu'une telle équation finale puisse contenir plus que le problème qui l'avoit fournie, ne renferme: mais il faut consi-

 sidé-

fidérer que l'hypothefe même de l'attraction en raifon réciproque du quarré des diftances, renferme déjà quelque chofe, dont le principe de continuité eft choqué. Car, foit fur la droite OM le centre de force C un point fixe O, & un corps en M; pofons la diftance $OC = a$, $OM = u$, & le corps M fera pouffé de droite à gauche, ou vers O, par la force $= \frac{A}{(u-a)^2}$: or il eft clair que, fi $u < a$, ou qu'on pofe $ON = u$, cette expreffion étant encore pofitive marqueroit, que le corps N feroit encore pouffé de droite à gauche contre la teneur de l'hypothefe, de forte que l'hypothefe même eft en quelque maniere contredite par le calcul; ce qui n'arrive pas dans le cas, où la force centrale eft proportionnelle aux diftances mêmes.

Fig. 14.

LXXXIV. Cela remarqué, confidérons l'équation pour une couche quelconque, où la preffion eft pofitive, qui eft

$$\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} = nc, \quad \text{ou} \quad z = \frac{2naab}{2nbc - myy}$$

fuppofant $c > a$, & la preffion par cette couche fera $p = ng(c-a)$, d'où l'on voit que prenant $c = a$, on trouvera la furface de niveau. Mais, puisque chaque couche peut devenir celle de niveau, il conviendra d'examiner toutes les figures, que toutes les valeurs poffibles de c fourniffent; & quelle que foit la valeur de c, qui donne la couche de niveau, toutes les valeurs plus grandes donneront les couches, où la preffion eft pofitive; & l'excès de la valeur de c fur celle-là, étant multipliée par ng, montrera la preffion. Or, puisque z ne fauroit être prife négativement, je remarque d'abord, que y doit toujours être plus petite que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, ce qui eft la limite du fluide autour de l'axe: mais il faut de plus que la diftance z foit plus grande que y.

LXXXV. Commençons par les plus petites valeurs de c, & il eft clair que fi $c = 0$, notre équation ne fauroit fubfifter, à moins qu'il

qu'il ne fut $y = 0$, & $z = \infty$, cette couche se réduit donc à deux lignes droites situées sur l'axe même, & qui sont de part & d'autre infiniment éloignées du centre C. Pour tous les autres cas, en posant $y = 0$, on a $z = \frac{aa}{c}$, d'où l'on voit que chaque couche traverse l'axe en deux points également éloignés du centre C, & dont la distance sera d'autant plus grande, plus la ligne c est prise petite. Puisque de part & d'autre du centre C les figures sont les mêmes, il suffit de borner nos recherches à un côté du centre C sur l'axe CA; soit donc CA la valeur de z en posant $y = 0$, qu'une petite valeur de c donne, & de plus grandes donneront CE, CF, &c. de plus en plus petites, comme la position $c = 0$, a rendu la valeur de z infinie. Fig. 15.

LXXXVI. Pour trouver la courbe qui passe par le point A, donnons à y une valeur extrèmement petite, & nous aurons fort à peu près $z = \frac{aa}{c} + \frac{maa}{2nbcc}yy$, ayant $CA = \frac{aa}{c}$.

Soit $PM = y$, & $AP = x$, & puisque $CM = z$, à cause de

$$zz = \left(\frac{aa}{c} + x\right)^2 + yy,$$

nous trouverons en négligeant xx, & les plus hautes puissances de y, cette équation:

$$\frac{a^4}{cc} + \frac{ma^4}{nbc^3}yy = \frac{a^4}{cc} + \frac{2aax}{c} + yy,$$

qui se réduit à $x = \frac{cyy}{2aa}\left(\frac{ma^4}{nbc^3} - 1\right)$.

Donc, tant que c est pris si petit, que $\frac{ma^4}{nbc^3} > 1$, la valeur de x sera positive, & la courbe tournera sa convexité vers le centre C, & le rayon de sa courbure en A sera $= \frac{naabcc}{ma^4 - nbc^3}$. Cette

courbe s'éloignera donc de plus en plus du centre C, & s'étendra du côté de l'axe CA prolongé à l'infini, où sa plus grande distance de cet axe sera $y = \sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, à laquelle répond $z = \infty$; elle aura donc une asymtote parallele à l'axe, qui en est éloignée de l'intervalle $= \sqrt{\frac{2nbc}{m}}$.

LXXXVII. Pour démontrer cette étenduë uniforme de la courbe AMN à l'infini, considérons en une appliquée quelconque QN, moindre que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, & soit $yy = \frac{2(1-v)nbc}{m}$, posant $v < 1$, mais pourtant $v > 0$, & le point N sera réel, pourvû que la distance $CN = z$, soit plus grande que $QN = y$. Or, posant cette valeur pour yy, on aura $z = \frac{aa}{vc}$, & puisque par hypothese $ma^4 > nbc^3$, il est évident que $zz = \frac{a^4}{vvcc}$ est toujours plus grand que $yy = \frac{2(1-v)nbc}{m}$, ou $ma^4 > 2vv(1-v)nbc^3$. Car la plus grande valeur de $2vv(1-v)nbc$ est $\frac{8}{27}nbc^3$, qui provient si $v = \frac{2}{3}$. Donc, non seulement quand $ma^4 > nbc$? mais pourvû qu'il soit $ma^4 > \frac{8}{27}nbc^3$, à toute distance $y < \sqrt{\frac{2nbc}{m}}$ repond une valeur $z > y$, & partant tous les points N de la courbe AMN seront réels. Cette propriété est donc commune à tous les cas, où $c < \frac{3}{2}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$. quand même c sera plus grand que $a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$. Mais, si $c > \frac{3}{2}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, la courbe n'aura pas des parties, qui répondent à toutes les distances y moindres que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$.

LXXXVIII.

LXXXVIII. Mais il faut démontrer de plus, qu'en augmentant les appliquées y depuis zero jusqu'à leur plus grande valeur $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, les abſciſſes AQ ou CQ vont toujours en augmentant, dans le cas que nous conſidérons à préſent, où $ma^4 > nbc^3$, ou $c < a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$. Soit pour cet effet $ma^4 = \lambda nbc^3$ poſant $\lambda > 1$, & nous aurons $CQ^2 = zz + yy = \frac{\lambda nbc}{\nu\nu m} - \frac{2(1-\nu)nbc}{m}$, & il s'agit de faire voir, que cette quantité devient plus grande, plus on diminuë la fraction ν. Or en diminuant ν cette quantité va en augmentant, quand celle-cy $\frac{\lambda}{\nu\nu} + 2\nu$ prendra des accroiſſemens continuels. Poſons $\nu - d\nu$ pour ν, & l'accroiſſement ſera $2\left(\frac{\lambda}{\nu^3} - 1\right)d\nu$, qui eſt par conſéquent toujours poſitif, pourvûque $\nu^3 < \lambda$, ce qui arrive évidemment dans le cas préſent, puisque $\nu < 1$, & $\lambda > 1$. D'où nous voyons que ſi $\lambda = 1$, ou $c = a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, l'accroiſſement de l'abſciſſe n'évanouït qu'au premier inſtant, qui ſoit en E, où la courbure évanouït, & de là la courbe ſuivra un trait ſemblable Emn, qui s'étend à l'infini tout comme dans les cas, où $c < \sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$.

LXXXIX. Nous voilà donc arrivés à la connoiſſance de toutes les couches qui coupent l'axe au delà du point E, poſant pour ce point $c = a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, ou la diſtance même $CE = a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, & toutes ces couches s'étendent uniformement à l'infini, comme elles ſont repréſentées dans la figure. Pour approcher plus du centre, poſons $c > a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, mais pourtant $c < \frac{3}{2}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$: de ſorte que $\lambda < 1$, & $\lambda > \frac{8}{27}$:

 &

& chaque distance y moindre que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, donnera un point réel de la courbe. Mais, pendant que les appliquées croissent, les abscisses diminueront depuis le commencement par quelque intervalle tant que $\nu\lambda > \lambda$. Soit F le point, où $c = \frac{1}{2} a \sqrt[3]{\frac{ma}{\nu b}}$, ou $CF = \frac{1}{3} a \sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, & la figure de la couche qui passe par ce point s'approchera dabord de la perpendiculaire CD, & la touchera même au point D, d'où elle réjaillit quasi, & depuis s'éloignera de CD en allant par ν à l'infini, & s'approchant de plus en plus de son asymtote parallele à l'axe. Les autres couches entre E & F prendront une route presque semblable, avec cette différence, qu'elles ne parviennent pas jusqu'à la droite CD, & qu'elles ont un point d'inflexion.

XCX. Mais, lorsque $c > \frac{2}{3} a \sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, ou bien $\lambda < \frac{8}{27}$, il y aura des valeurs de y moindres que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, auxquelles ne répond aucune partie de la courbe. Car nommant l'abscisse prise sur l'axe depuis le centre $C = x$, & posant $yy = \frac{2(1-\nu)nbc}{m}$, nous avons trouvé

$$xx = \frac{nbc}{m}\left(\frac{\lambda}{\nu\nu} - 2 + 2\nu\right).$$

Donc, lorsque $\frac{\lambda}{\nu\nu} + 2\nu = 2$ l'abscisse x évanouit, & lorsque $\frac{\lambda}{\nu\nu} + 2\nu < 2$ elle devient imaginaire. Or, si $\lambda = \frac{8}{27}$, l'équation $\frac{\lambda}{\nu\nu} + 2\nu = 2$ a deux racines égales chacune $\nu = \frac{2}{3}$, la troisième étant négative $\nu = -\frac{1}{3}$, & partant inutile; ce qui est le cas précédent, où le point D tombe en CD, à laquelle ligne les deux branches

ches FD & $\nu\mu$ font inclinées d'un angle de 60 degrés. Mais, si $\lambda < \frac{8}{27}$, l'équation $\frac{\lambda}{\nu\nu} + 2\nu = 2$ aura deux racines inégales positives dont l'une & l'autre donne un point dans la ligne CD, par lesquels la couche passe, comme H & I. Cette couche deviendra donc double, l'une semblable à un quart d'ellipse GH, & l'autre passera de I par K à l'infini, en s'éloignant de l'axe CA, & s'approchant de son asymtote, dont la distance à l'axe est $= \sqrt{\frac{2nbc}{m}}$.

XCI. Voilà donc les figures des principales couches, qu'on doit distinguer dans le fluide dans l'hypothese proposée. D'abord en E, prenant $CE = a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, & plus loin du centre C les couches font formées de la révolution des courbes Emn, AMN autour de l'axe CA, ces courbes s'éloignant tant du centre C, que de la droite CD, qui est tirée sur l'axe au centre C perpendiculaire. Ensuite, depuis E jusqu'en $CF = \frac{2}{3}a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, ou $CF = \frac{2}{3}CE$, ces courbes feront plus irrégulières comme $em'v'$, & fdv', en s'approchant au commencement de la ligne CD. Or la courbe qui aboutit en F, parvient jusqu'à la droite CD en D, de sorte que $CD = \frac{4}{3}CF$, faisant en D l'angle CDF de 60°, d'où elle rebrousse en ν, faisant aussi l'angle IDν de 60°. Cette branche Dν ne peut pas être censée la continuation de la branche FD, ce qui seroit contraire à la loi de continuité; mais il faut considérer, qu'à l'autre côté de la ligne CD se trouvent des courbes pareilles, & Dν est la continuation de la branche semblable à FD, qui est de l'autre côté de CD.

XCII. Aux points G qui font encore plus proches du centre C, les couches GH & gh passent perpendiculairement par la droite CD, & sont semblables à des quarts d'ellipse. Or il faut remarquer, que dans toutes ces courbes la raison entre CH & CG est moindre que celle

celle de 3 à deux, & plus le point G approche du centre C; plus ce rapport approche de la raiſon d'égalité, de ſorte que dans cette hypotheſe il ſeroit impoſſible que le diametre de l'équateur d'une Planete ſurpaſſât plus de la moitié ſon axe. Mais chacune de ces couches GH eſt accompagnée d'une autre IK, qui s'étend à l'infini, & où la preſſion eſt la même, quoique ces couches ne ſoient nulle part liées enſemble; ainſi à la couche gh appartient encore la couche ik, qui s'en éloigne d'autant plus, plus celle-là devient petite. De cette maniere tout l'eſpace du centre C eſt partagé en couches, & on ne ſauroit marquer aucun point, par lequel ne paſſe une couche.

XCIII. Autour d'un tel centre le fluide peut donc être en équilibre ſous pluſieurs formes différences; il aura une figure terminée de toute part, lorſque la couche de niveau eſt une de celles qui ſont repréſentées par GH; car alors tout l'eſpace GCH étant rempli de fluide ſe trouvera en équilibre, & pourra être conſidéré comme une Planete. Donc, une telle Planete ne ſauroit ſubſiſter, à moins que la moitié de ſon axe CG ne fut plus petite que $\frac{2}{3}a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$; car ſi CG devenoit égale à $\frac{2}{3}a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, la Planete ſeroit ſous l'équateur en D pointue. Si fd' étoit la couche de niveau, le fluide devroit être étendu vers v' à l'infini; mais s'il étoit entouré, par exemple, en do d'une croute ferme, l'équilibre pourroit avoir lieu, ce qu'il faut entendre de toutes les autres couches Em, AM, étant priſes pour celles de niveau. Sans cette condition tout l'eſpace devroit être rempli de fluide à l'exception de l'eſpace conoïdique VEn, ou VAn.

XCIV. Il y a encore à remarquer que cette hypotheſe renferme de tels cas d'équilibre, où tout l'eſpace autour de l'axe CV ſeroit vuide de fluide. Cela arrive ſi l'on prend pour le niveau la couche Dv, ou toute autre au deſſus IK; car alors tout l'eſpace étant rempli de fluide, & qu'il n'y eut de vuide que l'eſpace conoïdique formé

mé par la révolution de la courbe Dν ou IK autour de l'axe, cette masse de fluide seroit en équilibre. Pour mieux comprendre cela, qu'on conçoive tout l'espace autour de C en tout sens plein de fluide, & il n'y a aucun doute que cette masse ne soit en équilibre; ce seroit notre premier cas, où $c = o$. Ensuite, qu'on retranche de cette masse infinie une portion quelconque renfermée dans une des couches trouvées, & le reste demeurera en équilibre. Les parties qu'on pourra retrancher de cette maniere sont les solides formés par la révolution de quelqu'une des aires suivantes:

$$VAN, VEn, Ven', Vfd\nu', VFD\nu, VCD\nu, \&c.$$

d'où l'on voit sous combien de figures différentes le fluide pourroit être en équilibre dans l'hypothese, que je viens de considérer.



 PRIN-

PRINCIPES GÉNÉRAUX
DU MOUVEMENT DES FLUIDES.

PAR M. EULER.

I.

Ayant établi dans mon Mémoire précedent les principes de l'équilibre des fluides le plus généralement, tant à l'égard de la diverſe qualité des fluides, que des forces qui y puiſſent agir; je me propoſe de traiter ſur le même pied le mouvement des fluides, & de rechercher les principes géneraux, ſur lesquels toute la ſcience du mouvement des fluides eſt fondée. On comprend aiſément que cette matiere eſt beaucoup plus difficile, & qu'elle renferme des recherches incomparablement plus profondes: cependant j'eſpère d'en venir auſſi heureuſement à bout, de ſorte que s'il y reſte des difficultés, ce ne ſera pas du côté du méchanique, mais uniquement du côté de l'analytique: cette ſcience n'étant pas encore portée à ce degré de perfection, qui ſeroit néceſſaire pour déveloper les formules analytiques, qui renferment les principes du mouvement des fluides.

II. Il s'agit donc de découvrir les principes, par lesquels on puiſſe déterminer le mouvement d'un fluide, en quelque état qu'il ſe trouve, & par quelques forces qu'il ſoit ſollicité. Pour cet effet examinons en détail tous les articles, qui conſtituent le ſujet de nos recherches, & qui renferment les quantités tant connues qu'inconnues. Et d'abord la nature du fluide eſt ſuppoſée connue, dont il faut conſidérer les diverſes eſpeces: le fluide eſt donc, ou incompreſſible, ou compreſſible. S'il n'eſt pas ſusceptible de compreſſion, il faut diſtinguer deux cas, l'un où toute la maſſe eſt compoſée de parties homogenes, dont la denſité eſt partout & demeure toujours la même, l'autre

tre où elle eſt compoſée de parties héterogenes ; & ici on doit ſavoir la denſité de chaque eſpece, & la proportion du mêlange. Si le fluide eſt compreſſible, & que ſa denſité ſoit variable, il faut connoitre la loi, ſelon laquelle ſon élaſticité dépend de la denſité ; ſi c'eſt uniquement de la denſité, que l'élaſticité depend, ou encore d'une autre qualité, comme de la chaleur, qui eſt propre à chaque particule du fluide, au moins pour chaque inſtant du tems.

III. On doit auſſi ſuppoſer, que l'état du fluide dans un certain tems ſoit connu, & que je nommerai l'état primitif du fluide : cet état étant quaſi arbitraire, il faut premièrement connoitre la diſpoſition des particules, dont le fluide eſt compoſé, & le mouvement qui leur aura été imprimé, à moins que dans l'état primitif le fluide n'ait été en repos. Cependant le mouvement primitif n'eſt pas entièrement arbitraire, tant la continuité que l'impénétrabilité du fluide y mettent une certaine limitation, que je rechercherai dans la ſuite. Mais ſouvent on ne connoit rien d'un état primitif; comme lorsqu'il s'agit de déterminer le mouvement d'une riviere; & alors les recherches ſe bornent pour l'ordinaire à trouver l'état permanent, auquel le fluide parviendra enfin ſans ſubir de nouveaux changemens. Or, ni cette circonſtance, ni l'état primitif, ne changent rien dans les recherches qu'on aura à entreprendre, & le calcul demeurera toujours le même : ce n'eſt que dans les intégrations, où il y faut avoir égard pour déterminer les conſtantes, que chaque integration amene.

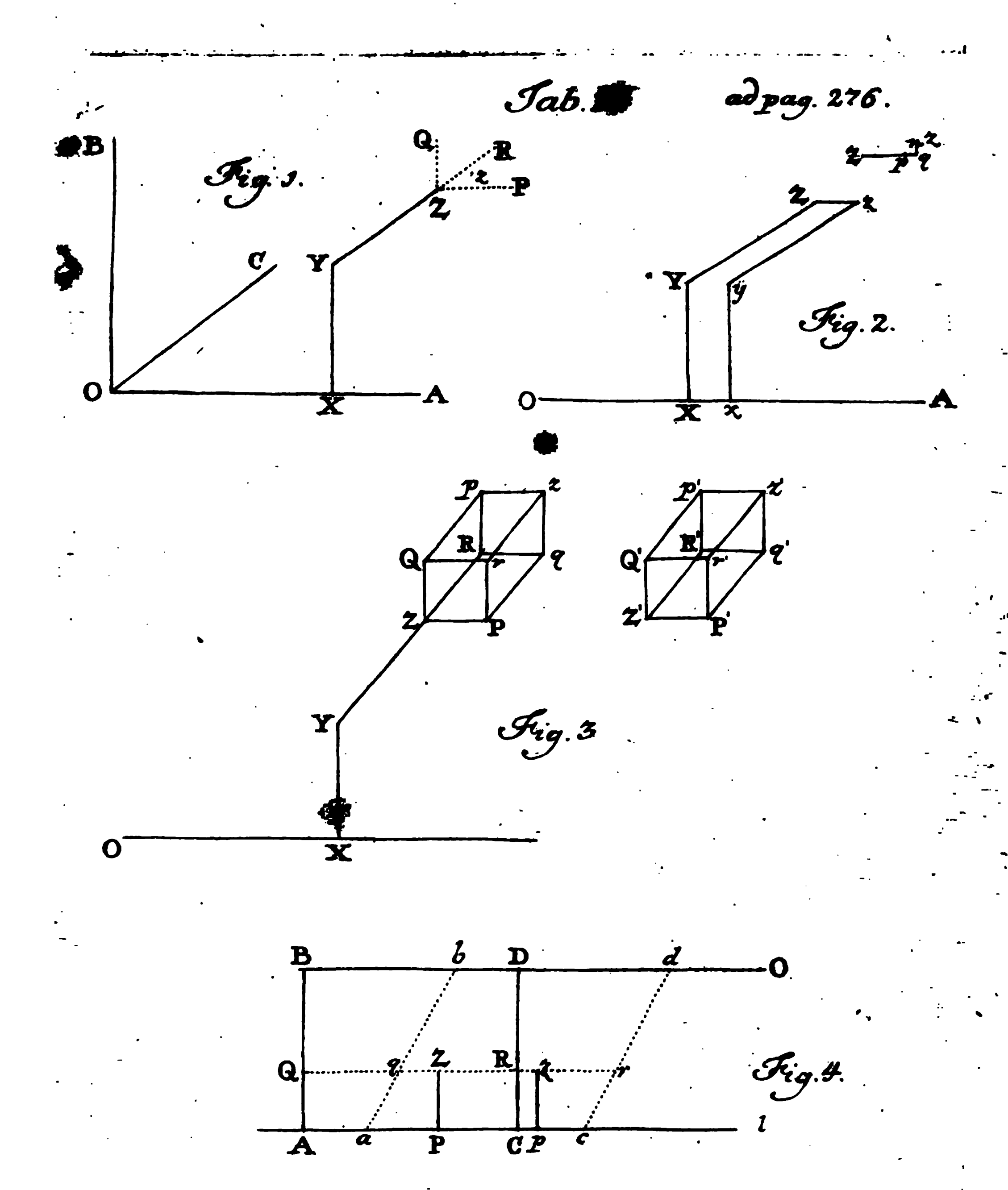
IV. En troiſième lieu, il faut compter parmi les données les forces externes, à la ſollicitation deſquelles le fluide eſt aſſujetti : je nomme ici ces forces externes, pour les diſtinguer des forces inteſtines, dont les particules du fluide agiſſent les unes ſur les autres, vû que celles-cy ſont le principal objet des recherches à faire enſuite. On peut donc ſuppoſer, que le fluide ne ſoit ſollicité par aucune force externe, ou ſeulement par la gravité naturelle, qu'on regarde partout comme de la même quantité, & même direction. Or, pour rendre les recherches plus

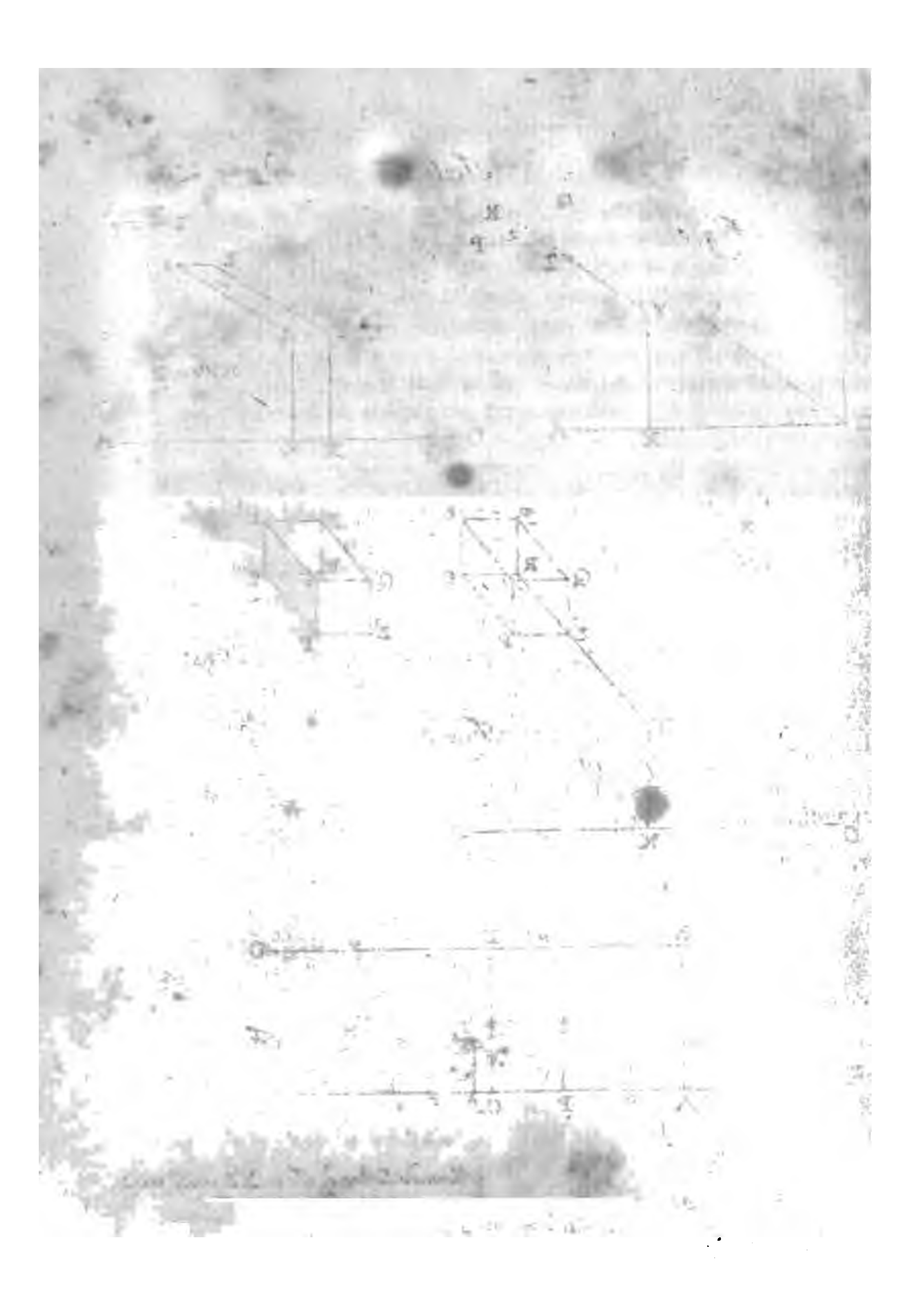
 géné-

générales, je confidérerai le fluide follicité par des forces quelconques, foit qu'elles foient dirigées vers un ou plufieurs centres, foit qu'elles fuivent, tant par rapport à leur quantité qu'à leur direction, une autre loi quelconque. De ces forces on ne connoit immédiatement que leurs actions accélératrices, fans avoir égard aux maffes fur lesquelles elles agiffent. Je n'introduirai donc dans le calcul que les forces accélératrices, d'où il fera aifé de tirer les véritables forces motrices, en multipliant celles-là en chaque cas par les maffes, qui en reçoivent la follicitation.

V. Paffons maintenant aux articles, qui contiennent ce qui eft inconnu. Or, pour connoitre bien le mouvement, dont le fluide fera porté, il faut déterminer pour chaque inftant & pour chaque lieu, tant le mouvement que la preffion du fluide qui s'y trouve : & fi le fluide eft compreffible, il en faut outre cela definir la denfité, en connoiffant la-dite autre qualité, qui avec la denfité concourt à déterminer l'élafticité ; laquelle étant contrebalancée par la preffion du fluide, lui doit être eftimée égale, tout comme dans le cas d'équilibre, où j'ai développé plus foigneufement ces idées. On voit donc que le nombre des quantités, qui entrent dans la recherche du mouvement, eft beaucoup plus grand, que dans le cas d'équilibre, puisqu'il faut introduire des lettres, qui marquent le mouvement de chaque particule, & que toutes ces quantités peuvent varier avec le tems. Donc, outre les lettres qui déterminent la fituation de chaque point, qu'on peut concevoir dans la maffe fluide, on doit auffi en faire entrer une, qui marque le tems déjà écoulé, & qui par fa variabilité puiffe être appliquée à chaque tems propofé.

Fig 1. VI. Soit donc écoulé après un état primitif le tems $= t$, & que maintenant le fluide fe trouve dans un état & mouvement, qu'il faut chercher. Quel que foit l'efpace que le fluide occupe à préfent, je commence par confidérer un point quelconque Z, qui fe trouve dans la maffe fluide; & pour faire entrer dans le calcul la fituation de ce point Z, je le rapporte à trois axes fixes, OA, OB, & OC, perpendicu-


Tab.
ad pag. 276.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.



diculaires entr'eux au point O, & donnés de poſition. Que les deux axes OA & OB ſe trouvent dans le plan, que la Planche repréſente, & le troiſième OC y ſoit perpendiculaire. Qu'on tire donc du point Z au plan AOB la perpendiculaire ZY, & du point Y à l'axe OA la normale YX pour avoir les trois coordonnées: OX $= x$, XY $= y$, & YZ $= z$, paralleles à nos trois axes. Pour chaque point conçu dans la maſſe fluide, ces trois coordonnèes x, y, & z, auront des valeurs déterminées, & en donnant à ces trois coordonnées ſucceſſivement toutes les valeurs poſſibles, tant poſitives que négatives, on parcourra tous les points de l'eſpace infini, & partant auſſi ceux, qui ſe trouvent dans l'epace, que le fluide occupe à chaque inſtant.

VII. En ſecond lieu, je conſidére les forces accélératrices, qui agiſſent dans l'inſtant préſent ſur la particule du fluide, qui ſe trouve en Z; or, quelles que ſoient ces forces, on les peut toujours réduire à trois, qui agiſſent ſuivant les trois directions ZP, ZQ, & ZR, paralleles à nos trois axes OA, OB, & OC. En prenant donc l'unité pour marquer la force accélératrice de la gravité naturelle, ſoient P, Q, & R, les forces accélératrices, qui agiſſent ſur le point Z ſuivant les directions ZP, ZQ, & ZR; & ces lettres P, Q, & R, marqueront des nombres abſolus. S'il y a toujours les mêmes forces, qui agiſſent dans le même point de l'eſpace Z, les quantités P, Q, & R, ſeront exprimées par des certaines fonctions des trois coordonnées x, y & z; mais en cas que les forces variaſſent auſſi avec le tems t, elles renfermeront encore le tems t. Or je ſuppoſe ces fonctions connuës, puisqu'on doit compter les forces ſollicitantes parmi les quantités connuës, ſoit qu'elles dépendent uniquement des variables x, y, z, ou encore du tems t.

VIII. Que r exprime maintenant la chaleur au point Z, ou cette autre qualité, qui outre la denſité influë ſur l'élaſticité, au cas que le fluide ſoit compreſſible, & r doit auſſi être conſidérée comme une fonction des trois variables x, y, z, & du tems t, puisqu'il pour-

roit

roit arriver, qu'elle changeât avec le tems dans le même point Z de l'espace ; on pourra donc regarder cette fonction comme connuë. Soit ensuite pour le tems présent la densité de la particule du fluide, qui se trouve en Z, $= q$, marquant par l'uuité la densité d'une certaine matiere homogene, dont je me servirai pour mesurer les pressions par des hauteurs, comme je l'ai expliqué plus amplement dans mon Mémoire sur l'équilibre des fluides. Soit donc aussi pour le tems présent la pression du fluide au point Z exprimée par la hauteur $= p$, qui marquera donc aussi l'élasticité ; & puisque la nature du fluide est supposée connuë, on saura le rapport, que la hauteur p tient aux quantités q & r. Or p & q seront de même des fonctions des quatre variables x, y, z, & t, mais inconnuës; mais quand le fluide n'est pas incompressible, la pression p est indépendante de la densité q, & l'autre qualité r n'entre point du tout en considération.

IX. Enfin, quel que soit le mouvement, qui convient à l'instant présent à l'élément du fluide, qui se trouve en Z, il pourra aussi être décomposé suivant les directions ZP, ZQ, & ZR, paralleles à nos trois axes. Soient donc u, v, & w les vitesses de ce mouvement décomposé selon les trois directions ZP, ZQ, & ZR, & il est clair que ces trois quantités doivent aussi être considérées comme des fonctions des quatre variables x, y, z, & t. Car ayant trouvé la nature de ces fonctions, si l'on met le tems t constant, on connoitra par la variabilité des coordonnées x, y, & z, les trois vitesses u, v, & w, & partant le vrai mouvement dont chaque élément du fluide est porté dans l'instant présent ; & si l'on met constantes les coordonnées x, y, & z, & qu'on considére le seul tems t comme variable, on trouvera le mouvement, non d'un certain élément du fluide, mais de tous les élémens, qui passeront successivement par le même point Z, ou on en connoitra à chaque tems le mouvement de cet élément du fluide, qui se trouvera alors dans le point Z.

X. Mais voyons aussi quel chemin décrira l'élément du fluide, qui est à présent en Z, pendant le tems infiniment petit dt ; ou à quel point

point il se trouvera un instant après. Or, si nous exprimons l'espace par le produit de la vitesse & du tems, l'élément du fluide, qui est à présent en Z, sera porté dans la direction ZP par l'espace $= udt$, dans la direction ZQ par l'espace $= vdt$, & dans la direction ZR par l'espace $= wdt$. Donc, si nous posons :

$$ZP = udt, \quad ZQ = vdt, \quad \& \quad ZR = wdt,$$

& qu'on acheve de ces trois côtés le parallelepipede, l'angle opposé à Z marquera le point, où l'élément du fluide en question se trouvera après le tems dt, & la diagonale de ce parallelepipede, qui est $= dt\sqrt{(uu+vv+ww)}$, donnera le vrai chemin décrit, & partant la vitesse de ce vrai mouvement sera $= \sqrt{(uu+vv+ww)}$; & la direction se déterminera aisément par les cotés de ce parallelipipede; car elle sera inclinée au plan AOB d'un angle dont le sinus $= \frac{w}{\sqrt{(uu+vv+ww)}}$, au plan AOC d'un angle dont le sinus $= \frac{v}{\sqrt{(uu+vv+ww)}}$, & enfin au plan BOC d'un angle dont le sinus est $= \frac{u}{\sqrt{(uu+vv+ww)}}$.

XI. Ayant déterminé le mouvement du fluide, qui se trouve à l'instant présent au point Z, examinons aussi celui d'un autre élément quelconque infiniment proche, qui soit en z, auquel point répondent les coordonnées $x+dx$, $y+dy$, & $z+dz$. Les trois vitesses de cet élément selon les directions des trois axes seront donc exprimées par les quantités u, v, w, aprés qu'on y aura substitué $x+dx$, $y+dy$, & $z+dz$; ou après qu'on y aura ajouté leurs différentiels en posant le tems t constant. Or entant qu'on met $x+dx$ au lieu de x, les incrémens de u, v, & w, sont :

$$dx\left(\frac{du}{dx}\right); \quad dx\left(\frac{dv}{dx}\right); \quad \& \quad dx\left(\frac{dw}{dx}\right);$$

&

& entant qu'on met $y + dy$ au lieu de y les incrémens sont :

$$dy\left(\frac{du}{dy}\right); \quad dy\left(\frac{dv}{dy}\right); \quad \& \quad dy\left(\frac{dw}{dy}\right);$$

& il en est de même à l'égard de la variabilité de z. Donc les trois vitesses de l'élément du fluide, qui se trouve à présent en z, seront

suivant la direction OA $= u + dx\left(\frac{du}{dx}\right) + dy\left(\frac{du}{dy}\right) + dz\left(\frac{du}{dz}\right)$

suivant la direction OB $= v + dx\left(\frac{dv}{dx}\right) + dy\left(\frac{dv}{dy}\right) + dz\left(\frac{dv}{dz}\right)$

suivant la direction OC $= w + dx\left(\frac{dw}{dx}\right) + dy\left(\frac{dw}{dy}\right) + dz\left(\frac{dw}{dz}\right)$

XII. Ce sont les vitesses, qui conviennent à un élément du fluide en z, qui est infiniment proche du point Z, & dont le lieu est déterminé par les trois coordonnées $x + dx$, $y + dy$, & $z + dz$. Fig. 2. Donc si nous prenons le point z en sorte, que la seule x y soit changée de dx, les deux autres coordonnées y & z demeurant les mêmes que pour le point Z, les trois vitesses de l'élément du fluide qui se trouve en ce point z, seront :

$$u + dx\left(\frac{du}{dx}\right); \quad v + dx\left(\frac{dv}{dx}\right); \quad w + dx\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

par lesquelles cet élément sera transporté pendant le tems dt dans un autre point z', dont il s'agit de définir le lieu par rapport au point Z', qui soit celui, auquel l'élément du fluide, qui étoit en Z est transporté pendant le même tems dt ; & dont le lieu a été déterminé ci-dessus (§. 10.). Pour connoitre ce point z', je remarque, que si les vitesses de z étoient parfaitement les mêmes que celles de Z, le point z' tomberoit en p, de sorte que la distance $Z'p$ seroit égale & parallele à la distance Zz. Et puisque par l'hypothese Zz est parallele à l'axe OA, & égale à dx, la ligne $Z'p$ sera aussi $= dx$, & parallele à l'axe OA.

XIII.

XIII. Maintenant, puisque la viteſſe ſelon OA n'eſt pas u, mais $u + dx\left(\frac{du}{dx}\right)$, par cette différence l'élément en queſtion ſera transporté de p & q, ſur la direction $Z'p$, de ſorte que $pq = dt\,dx\left(\frac{du}{dx}\right)$: il ſeroit donc en q, ſi les deux autres viteſſes étoient v & w. Mais puisque la viteſſe ſelon l'axe OB eſt $v + dx\left(\frac{dv}{dx}\right)$, cette différence transportera notre élément de q & r, par l'eſpace $qr = dt\,dx\left(\frac{dv}{dx}\right)$, & parallele à l'axe OB. Enfin l'incrément $dx\left(\frac{dw}{dx}\right)$ de la viteſſe w transportera l'élément de r en z', par la particule $rz' = dt\,dx\left(\frac{dw}{dx}\right)$, & parallele au troiſième axe OC. D'où je conclus que l'élément du fluide, qui occupoit la petite ligne droite Zz, ſera dans le tems dt transporté ſur la ligne $Z'z'$, qui ſera infiniment peu inclinée à l'axe OA, & dont la longueur à cauſe de $Z'q = dx\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right)$ ſera

$$dx\sqrt{\left(\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right)^2 + dt^2\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + dt^2\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right)}.$$

Donc, en négligeant les termes, qui renferment le quarré de dt, la longueur de Zz' ne différera pas de $Z'q$, & on aura: $Z'z' = dx\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right)$, pour l'inclinaiſon de cette ligne à l'axe OA il ſuffit de remarquer, qu'elle eſt infiniment petite du premier degré, ou exprimée en ſorte $\alpha\,dt$.

XIV. Si la petite ligne Zz avoit été priſe $= dy$, & parallele à l'axe OB, par le même raiſonnement on trouveroit, que le fluide qui occupoit cette ligne fût transporté ſur une autre

$Z'z' = dy\left(1 + dt\left(\frac{dv}{dy}\right)\right)$, & dont l'inclinaiſon à l'axe OB fut auſſi infiniment petite. Et ſi l'on prenoit la ligne $Zz = dz$, & parallele au troiſième axe OC, le fluide qui l'occupoit ſeroit transporté ſur une autre ligne $Z'z' = dz\left(1 + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right)$, & qui ſeroit infiniment peu incliné à l'axe OC. Donc, ſi nous conſidérons un parallelepipede rectangle ZPQR$zpqr$ formé des trois côtés $ZP = dx$, $ZQ = dy$, & $ZR = dz$, le fluide qui occupoit cet eſpace ſera transporté pendant le tems dt à remplir l'eſpace $Z'P'Q'R'z'p'q'r'$, infiniment peu différent d'un parallelepipede rectangle, dont les trois côtés ſeront :

Fig. 3.

$$Z'P' = dx\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right)\ ;\ Z'Q' = dy\left(1 + dt\left(\frac{dv}{dy}\right)\right)\ ;\ Z'R' = dz\left(1 + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right)$$

Car les côtés ZP, ZQ, ZR, étant transportés en Z'P', Z'Q', Z'R', on ne ſauroit douter que le fluide contenu dans le premier eſpace ne ſoit transporté dans l'autre eſpace pendant le tems dt.

XV. A' préſent on pourra juger ſi le volume du fluide, qui a occupé le parallelepipede Zz, eſt devenu plus grand ou plus petit après le tems dt : on n'a qu'à chercher le volume ou la capacité de l'un & de l'autre de ces deux ſolides. Or le premier étant un parallelepipede rectangle formé des côtés dx, dy, dz, ſon volume eſt $= dx\,dy\,dz$; mais pour l'autre, dont les angles plans différent infiniment peu du droit, je remarque que ſon volume ſe trouve également en multipliant ces trois côtés ; car l'erreur qui réſulte de l'obliquité infiniment petite ſera contenuë en des termes, où l'élément du tems dt monteroit à deux dimenſions, qu'il eſt permis par conſéquent de négliger. Ce volume $Z'z'$ ſera donc exprimé en ſorte :

$$dx\,dy\,dz\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right) + dt\left(\frac{dv}{dy}\right) + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right).$$

Si

Si l'on avoit encore quelque doute sur la justesse de cette conclusion, on n'auroit qu'à lire ma Piece latine: *Principia motus fluidorum:* où j'ai calculé ce volume sans rien négliger.

XVI. Donc, si le fluide n'est pas susceptible de compression, ces deux volumes doivent être égaux entr'eux, puisque la masse, qui occupoit l'espace Zz, ne sauroit être réduite, ni dans un plus grand, ni dans un plus petit espace. Mais, puisque je me propose de traiter cette matiere dans toute la généralité possible, & que j'ai nommé la densité en $Z = q$, considérant q comme une fonction des trois coordonnées & du tems, je remarque, que pour trouver la densité en Z', il faut premièrement augmenter le tems t de son différentiel dt, ensuite le lieu Z' étant différent de Z, les quantités x, y, z, doivent être augmentées des petits espaces $u\,dt$, $v\,dt$, $w\,dt$; d'où la densité en Z' sera:

$$q + dt\left(\frac{dq}{dt}\right) + u\,dt\left(\frac{dq}{dx}\right) + v\,dt\left(\frac{dq}{dy}\right) + w\,dt\left(\frac{dq}{dz}\right),$$

& de là, puisque la densité est réciproquement proportionnelle au volume, cette quantité sera à q, comme $dx\,dy\,dz$ à

$$dx\,dy\,dz\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right) + dt\left(\frac{dv}{dy}\right) + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right).$$

Par conséquent, en divisant par dt, nous aurons cette équation, que la considération de la densité fournit:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + u\left(\frac{dq}{dx}\right) + v\left(\frac{dq}{dy}\right) + w\left(\frac{dq}{dz}\right) + q\left(\frac{du}{dx}\right) + q\left(\frac{dv}{dy}\right) + q\left(\frac{dw}{dz}\right) = 0.$$

XVII. Voilà donc une condition bien remarquable, qui établit déjà un certain rapport entre les trois vitesses x, y, & z, à l'égard de la densité du fluide q. Or cette équation peut être réduite à une plus grande simplicité: car $u\left(\frac{dq}{dx}\right)$ ne differe pas de $\left(\frac{u\,dq}{dx}\right)$, puisque

 par

par cette maniere d'exprimer il faut entendre, que dans la différentiation de q la seule quantité x est prise pour variable ; il est donc de même $q\left(\frac{du}{dx}\right) = \left(\frac{q\,du}{dx}\right)$: d'où il est évident que

$$q\left(\frac{du}{dx}\right) + u\left(\frac{dq}{dx}\right) = \left(\frac{u\,dq + q\,du}{dx}\right) = \left(\frac{d.qu}{dx}\right),$$

prenant le différentiel du produit qu en sorte, qu'on regarde la seule quantité x comme variable. C'est pourquoi notre équation trouvée se réduit à celle-cy :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.qw}{dz}\right) = 0.$$

Si le fluide n'étoit pas compressible, la densité q seroit la même en Z, & en Z', & pour ce cas on auroit cette équation :

$$\left(\frac{du}{dx}\right) + \left(\frac{dv}{dy}\right) + \left(\frac{dw}{dz}\right) = 0.$$

qui est aussi celle sur laquelle j'ai établi mon Mémoire latin allégué ci-dessus.

XVIII. Cette formule ayant été fournie par la considération de la continuité du fluide, renferme déjà un certain rapport qui doit régner entre les quantités u, v, w, & q. Les autres déterminations doivent être tirées de la considération des forces, auxquelles chaque particule du fluide est assujettie : or, outre les forces accélératrices P, Q, R, qui agissent sur le fluide en Z, il est aussi sollicité par la pression qui agit de toutes parts sur l'élément du fluide contenu en Z. De la combinaison de ces doubles forces on tirera trois forces accélératrices selon la direction des trois axes ; & puisqu'on peut assigner les accélérations mêmes par la considération des vitesses u, v, & w, nous tirerons de là trois équations, qui jointes à celle que nous venons de trouver, renfermeront tout ce qui regarde le mouvement des fluides, de sorte que nous aurons alors des principes généraux & complets de toute la science du mouvement des fluides.

XIX.

XIX. Pour trouver les accélérations que l'élément du fluide en Z ſubit, nous n'avons qu'à comparer les viteſſes u, v, w, qui répondent à préſent au point Z, avec celles qui répondent après le tems dt au point Z'. Il arrive donc un double changement, & à l'égard des coordonnées x, y, z, qui reçoivent les incrémens udt, vdt, wdt, & à celui du tems qui augmente de dt. D'où les trois viteſſes qui conviennent au point Z' ſont :

ſelon la direction OA $= u + dt\left(\frac{du}{dt}\right) + udt\left(\frac{du}{dx}\right) + vdt\left(\frac{du}{dy}\right) + wdt\left(\frac{du}{dz}\right)$

ſelon la direction OB $= v + dt\left(\frac{dv}{dt}\right) + udt\left(\frac{dv}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dv}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dv}{dz}\right)$

ſelon la direction OC $= w + dt\left(\frac{dw}{dt}\right) + udt\left(\frac{dw}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dw}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dw}{dz}\right)$

Et partant les accélérations, étant exprimées par les incrémens des viteſſes diviſés par l'élément du tems dt, ſeront :

ſelon la direction O A $= \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$

ſelon la direction OB $= \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$

ſelon la direction OC $= \left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$

XX. Cherchons maintenant les forces accélératrices ſelon ces mêmes directions, qui réſultent des preſſions du fluide ſur le parallelepipede Zz, dont le volume eſt $= dx\,dy\,dz$, & partant la maſſe du fluide qui l'occupe $= q\,dx\,dy\,dz$. Or la preſſion au point Z étant exprimée par la hauteur p, la force motrice, qu'en reçoit la face ZQRp eſt $= p\,dy\,dz$; & pour la face oppoſée zqrP $= dy\,dz$, la hauteur p eſt augmentée de ſon différentiel $dx\left(\frac{dp}{dx}\right)$, qui réſulte

en

en supposant la seule x variable. Donc cette masse fluide Zz est repoussée dans la direction AO par la force motrice $dx\,dy\,dz\left(\frac{dp}{dx}\right)$, ou bien par la force accélératrice $= \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right)$. De même maniere on verra que la masse fluide Zz est sollicitée dans la direction BO par la force accélératrice $= \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dy}\right)$, & dans la direction CO par la force accélératrice $= \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dz}\right)$. Ajoutons à ces forces les données P, Q, R, & les forces accélératrices entieres seront :

selon la direction OA $= P - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right)$

selon la direction OB $= Q - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dy}\right)$

selon la direction OC $= R - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dz}\right)$.

XXI. Nous n'avons donc qu'à égaler ces forces accélératrices avec les accélerations actuelles que nous venons de trouver, & nous obtiendrons les trois équations suivantes :

$$P - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right) = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$Q - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dy}\right) = \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$R - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

Si nous ajoutons à ces trois équations premièrement celle, que nous a fournie la considération de la continuité du fluide :

$\left(\frac{dq}{dt}\right)$

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\left(\frac{d.qu}{dx}\right)+\left(\frac{d.qv}{dy}\right)+\left(\frac{d.gw}{dz}\right)=0\,;$$

& enſuite celle que donne le rapport entre l'élaſticité p, la denſité q, & l'autre qualité r, qui influë ſur l'élaſticité p, outre la denſité q, nous aurons cinq équations qui renferment toute la Théorie du mouvement des fluides.

XXII. De quelque nature que ſoient les forces P, Q, R, pourvû qu'elles ſoient réelles, il faut remarquer que $Pdx+Qdy+Rdz$ eſt toujours un différentiel réel d'une certaine quantité finie & déterminée, en ſuppoſant les trois coordonnées x, y, & z, variables; de ſorte qu'il y aura toujours :

$$\left(\frac{dP}{dy}\right)=\left(\frac{dQ}{dx}\right)\,;\ \left(\frac{dP}{dz}\right)=\left(\frac{dR}{dx}\right)\,;\ \left(\frac{dQ}{dz}\right)=\left(\frac{dR}{dy}\right),$$

& ſi nous poſons cette quantité finie $=S$, en ſorte qu'il y ait :

$$dS = Pdx + Qdy + Rdz$$

en ſuppoſant le tems t conſtant, en cas que les forces P, Q, R, changent auſſi avec le tems aux mêmes endroits ; cette quantité S exprime ce que je nomme l'effort des forces ſollicitantes, & qui eſt la ſomme des intégrales de chaque force multipliée par l'élément de ſa direction, ou par le petit eſpace, par lequel elle traineroit un corps qui obeïroit à ſon action. Cette idée de l'effort eſt de la derniere importance dans toute la Théorie, tant de l'équilibre que du mouvement, ayant fait voir, que la ſomme de tous les efforts eſt toujours un *maximum* ou *minimum*. Cette belle propriété convient admirablement avec le beau principe de la moindre action; dont nous devons la découverte à notre Illuſtre Préſident, M. de *Maupertuis*.

XXIII. Comme les équations que nous venons de trouver, renferment quatre variables x, y, z, & t, qui ſont abſolument indépendantes entr'elles, vû que la variabilité des trois premières s'étend ſur

tous

tous les élémens du fluide, & de la derniere à tous les tems, il faut que les autres variables u, v, w, p, & q, en ſoient de certaines fonctions, pour que les équations puiſſent ſubſiſter. Car, bien qu'une équation differentielle entre deux variables ſoit toujours poſſible, on ſait qu'une équation differentielle, qui renferme trois ou pluſieurs variables, n'eſt poſſible que ſous certaines conditions, en vertu deſquelles les termes de l'équation doivent tenir un certain rapport entr'eux. Il s'agit donc de ſavoir de quelle nature doivent être les fonctions de x, y, z, & t, qui expriment les valeurs de u, v, w, p, & q, afin que les équations ſoient poſſibles, avant qu'on puiſſe entreprendre la réſolution de ces mêmes équations.

XXIV. Multiplions donc, des trois équations trouvées en dernier lieu, la premiere par dx, la ſeconde par dy, & la troiſième par dz, & puiſque $dx\left(\frac{dp}{dx}\right)+dy\left(\frac{dp}{dy}\right)+dz\left(\frac{dp}{dz}\right)$, marque le differentiel de p en ne ſuppoſant que le tems t conſtant, nous obtiendrons :

$$dS-\frac{dp}{q}=\begin{cases}+dz\left(\frac{du}{dt}\right)+u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right)+v\,dx\left(\frac{du}{dy}\right)+w\,dx\left(\frac{du}{dz}\right)\\ +dy\left(\frac{dv}{dt}\right)+u\,dy\left(\frac{dv}{dx}\right)+v\,dy\left(\frac{dv}{dy}\right)+w\,dy\left(\frac{dv}{dz}\right)\\ +dz\left(\frac{dw}{dt}\right)+u\,dz\left(\frac{dw}{dx}\right)+v\,dz\left(\frac{dw}{dy}\right)+w\,dz\left(\frac{dw}{dz}\right)\end{cases}$$

Voilà donc une équation differentielle, où le tems eſt pris conſtant, & dont il s'agit de trouver l'intégrale. Or il faut remarquer que cette ſeule équation renferme tellement les trois dont elle compoſée, que, dès qu'on aura ſatisfait à celle-cy, les conditions de toutes les trois ſeront remplies. Car, ſi $dS-\frac{dp}{q}$ eſt égal aux trois lignes, en prenant x, y & z variables, la partie de $dS-\frac{dp}{q}$ qui réſulte de la variabi-

riabilité de la feule x, qui eft $Pdx - \frac{dx}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right)$, doit néceffairement être égale à la premiere ligne, & ainfi des deux autres. Les membres $\left(\frac{du}{dt}\right)$, $\left(\frac{dv}{dt}\right)$, & $\left(\frac{dw}{dt}\right)$, qui ont été trouvés de la variabilité du tems t, puisqu'ils marquent des fonctions finies, n'empêchent pas, que le tems t ne puiffe à préfent être pris pour conftant.

XXV. Concevons que cette équation font déjà réfoluë, & on aura trouvé de certaines fonctions finies de x, y, z, & t pour les valeurs des quantités u, v, w, q, & p; qui étant fubftituées dans l'équation différentielle, en fuppofant le tems t conftant, produifent une équation identique. Or, puisque après cette fubftitution nous aurons trois fortes de termes, les uns affectés par dx, les autres par dy, & les troifièmes par dz, l'identification nous conduit à trois équations; d'où il eft clair, que quoique nous ne confidérions qu'une équation différentielle, elle a en effet la force de trois, & qu'elle nous détermine trois de nos inconnuës. Ce qui eft auffi clair de là, qu'une équation différentielle à trois variables, comme $Ldx + Mdy + Ndz = 0$ n'eft poffible, à moins qu'un certain rapport entre les quantités L, M, & N, n'ait lieu. Mais, comme on n'a encore que fort peu travaillé fur la réfolution de telles équations differentielles à trois variables, nous ne faurions efperer une folution complette de notre équation, avant que les bornes de l'Analyfe ne foient étenduës confidérablement plus loin.

XXVI. Le meilleur parti à prendre fera donc de bien pefer les folutions particuliéres, que nous fommes en état de donner de notre équation différentielle; car de là nous pourrons juger de la route, qu'il faut prendre pour arriver à une folution complette. Or j'ai déjà remarqué que dans le cas, où la denfité q eft fuppofée conftante, on peut donner une fort belle folution, lorsque les viteffes u, v, & w, font telles, que la formule différentielle $udx + vdy + wdz$ admet l'inté-

l'intégration. Supposons donc que W soit cette intégrale, étant une fonction quelconque de x, y, z, & du tems t, & qu'en la différentiant, si l'on prend aussi t pour variable, on ait :

$$dW = udx + vdy + wdz + \Pi dt.$$

Cela posé, les quantités u, v, w, & Π, auront tels rapports entr'elles qu'il sera :

$$\left(\frac{du}{dy}\right) = \left(\frac{dv}{dx}\right) \; ; \; \left(\frac{du}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dx}\right) \; ; \; \left(\frac{du}{dt}\right) = \left(\frac{d\Pi}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{dv}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dy}\right) \; ; \; \left(\frac{dv}{dt}\right) = \left(\frac{d\Pi}{dy}\right) \; ; \; \left(\frac{dw}{dt}\right) = \left(\frac{d\Pi}{dz}\right).$$

XXVII. Par ces égalités notre équation différentielle pourra être réduite à la forme suivante :

$$dS - \frac{dp}{q} = \begin{cases} + dx\left(\frac{d\Pi}{dx}\right) + udx\left(\frac{du}{dx}\right) + vdx\left(\frac{dv}{dx}\right) + wdx\left(\frac{dw}{dx}\right) \\ + dy\left(\frac{d\Pi}{dy}\right) + udy\left(\frac{du}{dy}\right) + vdy\left(\frac{dv}{dy}\right) + wdy\left(\frac{dw}{dy}\right) \\ + dz\left(\frac{d\Pi}{dz}\right) + udz\left(\frac{du}{dz}\right) + vdz\left(\frac{dv}{dz}\right) + wdz\left(\frac{dw}{dz}\right) \end{cases}$$

Or puisque ici le tems t est supposé constant, nous aurons pour cette même hypothèse :

$$dx\left(\frac{d\Pi}{dx}\right) + dy\left(\frac{d\Pi}{dy}\right) + dz\left(\frac{d\Pi}{dz}\right) = d\Pi$$

$$dx\left(\frac{du}{dx}\right) + dy\left(\frac{du}{dy}\right) + dz\left(\frac{du}{dz}\right) = du$$

&c.

donc

donc notre équation se changera en celle-cy :

$$dS - \frac{dp}{q} = d\Pi + udu + vdv + wdw,$$

ou $dp = q\,(dS - d\Pi - udu - vdv - wdw)$.

Et partant, si la densité du fluide étoit partout la même, ou $q = g$ on auroit en intégrant :

$$p = g\,(C + S - \Pi - \tfrac{1}{2}uu - \tfrac{1}{2}vv - \tfrac{1}{2}ww).$$

XXVIII. Posons pour abréger :

$$C + S - \Pi - \tfrac{1}{2}uu - \tfrac{1}{2}vv - \tfrac{1}{2}ww = V,$$

où il faut remarquer que la constante C peut bien renfermer le tems t, vû qu'il est regardé comme constant dans cette intégration, & ayant $dp = q\,dV$, il est clair que l'hypothese :

$$dW = u\,dx + v\,dy + w\,dz + \Pi\,dt,$$

rend aussi notre équation différentielle possible, lorsque l'élasticité p dépend d'une maniere quelconque de la seule densité q, ou que q est une fonction quelconque de p. Elle devient encore possible, quand le fluide n'est pas compressible, mais la densité q tellement variable qu'elle est une fonction quelconque de la quantité V. Et en général, si l'élasticité p dépend en partie de la densité q, & d'une autre qualité comprise dans la lettre r, cette hypothese peut aussi satisfaire, pourvû que r soit une fonction de V. Or dans tous ces cas, pour que le mouvement puisse subsister avec cette hypothese, il faut outre cela que cette condition ait lieu :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.qw}{dz}\right) = 0.$$

XXIX. Cette hypothese est si générale, qu'il paroit, qu'il n'y ait aucun cas, qui n'y soit compris, & partant que la formule

mule $dp = q\,dV$, jointe aux autres équations, qui n'ont presque aucune difficulté, renferme généralement tous les fondemens de la Théorie du mouvement des fluides. Aussi me suis-je uniquement attaché à ce cas dans mon Mémoire latin sur les principes du mouvement des fluides, où j'ai uniquement considéré les fluides incompressibles ; & j'ai fait voir que tous les cas, qu'on a traités jusqu'ici, où le fluide se meut par des tuyaux quelconques, sont renfermés dans cette supposition, & que les vitesses u, v, & w, y sont toujours telles, que la formule différentielle $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ dévient intégrable. Cependant j'ai remarqué depuis, qu'il y a aussi des cas, même lorsque le fluide est incompressible & homogéne partout, où cette condition n'a point lieu ; ce qui suffit pour nous convaincre que la solution, que je viens de donner, n'est que particuliere.

XXX. Pour donner un exemple d'un mouvement réel, qui soit parfaitement d'accord avec toutes les formules, que les principes de Méchanique ont fournies, sans cependant, que la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ soit intégable ; soit le fluide incompressible, & homogene partout, ou q une quantité constante $= g$, & qu'il n'y ait point de forces qui y agissent, de sorte que $P = 0$, $Q = 0$, & $R = 0$. Ensuite soit $w = 0$, $v = Zx$, & $u = -Zy$, où Z marque une fonction quelconque de $V(xx + yy)$, & il est évident que la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$, qui se change en $-Zy\,dx + Zx\,dy$, n'est intégrable qu'au cas $Z = \frac{1}{xx + yy}$. Cependant ces valeurs satisfont à toutes nos formules, de sorte qu'on ne sauroit révoquer en doute la possibilité d'un tel mouvement. Puisque Z est fonction de $V(xx + yy)$, son différentiel aura telle forme $dZ = Lx\,dx + Ly\,dy$, où L sera encore une certaine fonction de $V(xx + yy)$.

XXXI.

XXXI. De ces valeurs de u, v, & w nous tirons :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)=0;\ \left(\frac{du}{dx}\right)=-Lxy;\ \left(\frac{du}{dy}\right)=-Z-Lyy;\ \left(\frac{du}{dz}\right)=0$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)=0;\ \left(\frac{dv}{dx}\right)=Z+Lxx;\ \left(\frac{dv}{dy}\right)=+Lxy;\ \left(\frac{dv}{dz}\right)=0$$

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)=0;\ \left(\frac{dw}{dx}\right)=0\ ;\ \left(\frac{dw}{dy}\right)=0\ ;\ \left(\frac{dw}{dz}\right)=0$$

& à cause de $dS=0$, nous aurons cette équation différentielle en posant le tems t constant :

$$-\frac{dp}{g}=\left\{\begin{matrix}+LZxyydx-ZZxdx-LZxyydx\\-ZZydy-LZxxydy+LZxxydy\end{matrix}\right\}=-ZZ(xdx+ydy)$$

Ayant donc $dp=gZZ(xdx+ydy)$, puisque Z est supposée fonction de $\sqrt{(xx+yy)}$, cette équation sera sans doute possible, & donnera pour intégrale $p=g\int ZZ(xdx+ydy)$. On voit que l'équation différentielle seroit devenuë possible, quand même le fluide auroit été sollicité par des forces quelconques P, Q, R, pourvû que $Pdx+Qdy+Rdz$, soit un différentiel possible $=dS$, car alors on auroit $p=gS+g\int ZZ(xdx+ydy)$.

XXXII. Comme ces valeurs $u=-Zy$, $v=Zx$, & $w=0$ satisfont à notre équation différentielle, on verra qu'elles remplissent aussi la condition contenuë dans la formule :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\left(\frac{d.qu}{dx}\right)+\left(\frac{d.qv}{dy}\right)+\left(\frac{d.qw}{dz}\right)=0.$$

Car, à cause de $q=g$, elle sera changée en celle-cy :

$$-gLxy+gLxy=0$$

qui étant identique satisfait aux conditions requises. Donc il est bien possible, qu'un fluide ait un tel mouvement, que les vitesses de chacun de ses élémens soient : $u=-Zy$, $v=Zx$, & $w=0$,

quoiqu'il ne soit pas $udx + vdy + wdz$ une formule différentielle possible; d'où l'on est assuré, qu'il y a des cas, où le mouvement d'un fluide est possible, sans que cette condition, qui paroissoit générale, ait lieu. Ainsi la supposition de la possibilité de la formule différentielle $udx + vdy + wdz$, ne fournit qu'une solution particuliere des formules que nous avons trouvées.

XXXIII. Il est évident, que le mouvement renfermé dans ce cas se réduit à un mouvement de rotation autour de l'axe OC; &, puisque ce, qui est dit de l'axe OC, se peut appliquer à tout autre axe fixe, nous concluons qu'il est possible, qu'un fluide sollicité par des forces quelconques, dont l'effort est $= S$, ait un tel mouvement autour d'un axe fixe, que les vitesses de rotation soient proportionnelles à une fonction quelconque de la distance à cet axe. Ainsi posant s la distance de cet axe, & la vitesse de rotation à cette distance $= \vartheta$, à cause de $xx + yy = ss$, & $ZZss = \vartheta\vartheta$, la pression y sera exprimée par la hauteur $p = gS + g\int\frac{\vartheta\vartheta ds}{s}$. Un tel mouvement, qui représente celui d'un tourbillon, est donc également possible, que ceux qui sont contenus dans la formule $udx + vdy + wdz$ entant qu'elle est intégrable. Sans doute y a-t-il encore une infinité d'autres mouvemens, qui satisfaisant à nos formules, sont aussi également possibles.

XXXIV. Retournons à nos formules générales, & puisqu'elles sont un peu trop compliquées, posons pour abreger:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right) = X$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right) = Y$$

$$\left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right) = Z$$

&

& de quelque nature que soient les trois forces accélératrices P, Q, & R, à cause de $dS = Pdx + Qdy + Rdz$, il faut que cette équation différentielle, où le tems t est supposé constant, soit possible :

$$\frac{dp}{q} = (P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz,$$

& outre cela la continuité du fluide exige, qu'il soit :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.dw}{dz}\right) = 0$$

De quelque maniere qu'on satisfasse à ces deux équations, on aura toujours un mouvement, qui pourra actuellement avoir lieu dans le fluide.

XXXV. Lorsque le fluide n'est pas compressible & homogene partout, ou la densité q constante $= g$, il est évident, que l'équation différentielle ne sauroit avoir lieu, à moins que le différentiel :

$$(P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz,$$

ne soit possible ou complet, c'est à dire, à moins qu'il ne résulte par la différentiation actuelle de quelque fonction finie des variables x, y, & z, laquelle peut bien renfermer le tems t, quoiqu'il soit supposé constant dans la différentiation. Il est de même évident, que cette formule différentielle doit être possible ou complette, lorsque le fluide est compressible, & que la densité q est exprimée par une fonction quelconque de l'élasticité p. Dans l'un & l'autre cas, si nous posons V pour la quantité finie, dont le différentiel soit :

$$dV = (P-X)dx + (Q-Y)dy + (R-Z)\,dz,$$

notre équation différentielle fournira, ou $\frac{p}{g} = V$, ou $\int \frac{dp}{q} = V$. Or, pour que le mouvement soit possible, il faut outre cela que l'autre condition tirée de la continuité, soit remplie.

XXXVI. Si le fluide n'est pas compressible, mais que sa densité q soit variable, & exprimée par une fonction quelconque du lieu, ou

ou des trois coordonnées x, y, z, & du tems t, il ne suffit pas que la formule :

$$(P-X)dx + (Q-Y)dy + (R-Z)dz = dV$$

soit intégrable, mais il faut outre cela que l'intégrale V soit une fonction de q ; car ayant $\frac{dp}{q} = dV$, ou $dp = q dV$, il est clair que la pression p ne sauroit avoir une valeur déterminée, à moins que la formule $q dV$ ne soit intégrable. Mais je remarque de plus, qu'il n'est pas nécessaire dans ce cas, que la formule :

$$(P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz$$

soit intégrable, pourvû qu'elle soit telle, qu'étant multipliée par une certaine fonction U, elle devienne intégrable. Soit donc

$$U(P-X)dx + U(Q-Y)dy + U(R-Z)dz = dW,$$

& puisque nous avons $\frac{dp}{q} = \frac{dW}{U}$, ou $dp = \frac{q dW}{U}$, il suffit pour la possibilité de cette équation, que W soit une fonction de $\frac{q}{U}$, ou que W soit une fonction de nulle dimension des quantités q & U.

XXXVII. Mais, en général de quelque maniere que l'élasticité p dépende tant de la densité q, que d'une autre qualité exprimée par r, fonction quelconque des coordonnées x, y, z, qui pourroit encore renfermer le tems t, il est clair de notre équation $q = \frac{dp}{dV}$, que le différentiel dp doit toujours être divisible par dV, où dV marque non tant un différentiel réel, que cette formule :

$$(P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz;$$

& cela tellement, que par la division les différentiels dx, dy, & dz sortent entièrement du calcul : car tant p que q doivent toujours être exprimés par des fonctions finies de x, y, & z, sans que leurs diffé-

différentiels y entrent. Or cela ne sauroit arriver, à moins qu'il n'y eut une fonction U, par laquelle la formule dV étant multipliée devienne intégrable: car posant cette intégrale $\int U dV = W$, il est clair que p doit être une fonction de W, pour que la formule $\frac{dp}{dV}$ obtienne une valeur déterminée, telle qu'il convient à la densité q.

XXXVIII. Puisque $U dV = dW$, nous aurons $q = \frac{U dp}{dW}$; donc, si nous prenons pour W une fonction quelconque des coordonnées x, y, & z, renfermant le tems t parmi les quantités constantes, & que nous posions p égale à une fonction quelconque de W, savoir $p = \Phi, W$, & $dp = dW . \Phi', W$, nous aurons $q = U . \Phi', W$; donc $U = \frac{q}{\Phi', W}$. Et partant, de quelque maniere que la densité q soit donnée par l'élasticité p, & quelqu'autre fonction r des coordonnées x, y, & z, nous en tirerons la valeur de $U = \frac{q}{\Phi', W}$, & par conséquent celle de $dV = \frac{dW . \Phi', W}{q}$, qui nous fournit ensuite cette équation:

$$(P - X) dx + (Q - Y) dy + (R - Z) dz = \frac{dW . \Phi', W}{q} = \frac{dp}{q},$$

d'où l'on obtiendra les valeurs X, Y, Z, desquelles enfin il faut chercher les valeur des vitesses u, v, & w: & quand celles-cy satisfont outre cela à la condition de la continuité, on aura un cas d'un mouvement possible du fluide.

XXXIX. Voilà donc à quoi se réduit la quéstion sur la nature de la formule:

$$(P - X) dx + (Q - Y) dy + (R - Z) dz.$$

 Lors-

Lorsque la densité q est constante, où qu'elle dépend uniquement de l'élasticité p, il faut que cette formule sont absolument intégrable, & pour cet effet il s'agit de déterminer des valeurs convenables pour les trois vitesses u, v, & w. Or, lorsque la densité q dépend d'une fonction donnée du lieu & du tems, la formule doit être telle, qu'étant multipliée par une certaine fonction donnée U, elle devienne intégrable. Dans l'un & l'autre cas donc les vitesses u, v, & w, doivent être telles que cette équation :

$$(P - X)dx + (Q - Y)dy + (R - Z)dz = 0$$

devienne possible : or on sait les conditions, sous lesquelles une équation différentielle entre trois variables devient possible; & ayant satisfait à cette condition, il faut encore satisfaire à celle que la continuité exige.

XL. Ce sont les conditions, par lesquelles doivent être limitées les fonctions qui expriment les trois vitesses u, v, & w, & toute la recherche sur le mouvement des fluides revient à ce qu'on détermine en général la nature de ces fonctions, par lesquelles les conditions de notre équation différentielle, & de la continuité soient remplies. Or puisque les quantités X, Y, & Z, dépendent non seulement des vitesses u, v, & w mêmes, mais aussi de leur variabilité par rapport à chacune des coordonnées, x, y, & z; & encore du tems t, cette recherche paroit la plus profonde, qui se puisse trouver dans l'Analyse : & s'il ne nous est pas permis de pénétrer à une connoissance complette sur le mouvement des fluides, ce n'est pas à la Mécanique, & à l'insuffisance des principes connus du mouvement, qu'il en faut attribuer la cause ; mais l'Analyse même nous abandonne ici, attendu que toute la theorie du mouvement des fluides vient d'être réduite à la résolution des formules analytiques.

XLI. Comme une solution générale doit être jugée impossible par le défaut de l'Analyse, nous devons nous contenter de la connoissance de quelques cas particuliers, & cela d'autant plus, puisque le déve-

développement de plusieurs cas semble l'unique moyen de nous conduire enfin à une plus parfaite connoissance. Or le cas le plus simple qu'on puisse imaginer, est sans doute lorsqu'on met les trois vitesses u, v, & w égales à zero, ce qui est le cas, où le fluide demeure dans un parfait repos & que j'ai traité dans mon Mémoire précédent. Or nos formules trouvées pour le mouvement en général renferment aussi le cas d'équilibre: car puisque $X = 0$, $Y = 0$, & $Z = 0$, nous aurons : $\frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz$, & $\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$, d'où nous voyons d'abord que la densité q ne sauroit dépendre du tems t, ou qu'elle doit demeurer toujours la même au même endroit. Ensuite les forces P, Q, R, doivent être telles que la formule différentielle $Pdx + Qdy + Rdz$ devienne, ou intégrable, lorsque q est constante, ou dépendante uniquement de l'élasticité p; ou telle qu'étant multipliée par une certaine fonction elle devienne intégrable.

XLII. Dans mon Mémoire sur l'équilibre des fluides, je n'avois considéré que les cas des forces sollicitantes P, Q, R, où la formule différentielle $Pdx + Qdy + Rdz$ devient intégrable, puisque ce cas paroissoit le seul qui pût avoir lieu dans la Nature. En effet si la densité q est, ou constante, ou qu'elle dépende uniquement de la pression p, le fluide ne sauroit jamais être en équilibre, à moins que cette condition des forces sollicitantes n'ait lieu. Mais, en cas qu'il fut possible que les forces sollicitantes tinssent une autre loi, il pourroit y avoir un équilibre, pourvû qu'elles fussent telles, qu'il y eut une fonction U, qui étant multipliée par la formule $Pdx + Qdy + Rdz$ la rende intégrable, ou bien que l'équation différentielle $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ devienne possible; car alors, si la densité q est exprimée par cette fonction U, ou par un produit de cette fonction U par une fonction quelconque de l'élasticité p, l'équilibre pourra également avoir lieu. Or, comme tels cas ne sont peut-être pas possibles, je ne m'arrête pas à les développer plus amplement.

XLIII. Après le cas d'équilibre l'état le plus simple, qui sauroit subsister dans le fluide, est celui où le fluide tout entier est porté d'un mouvement uniforme suivant la même direction. Voyons donc comment cet état est contenu dans nos deux formules. Or dans ce cas les trois vitesses étant constantes, posons: $u = a$; $v = b$; & $w = c$; & nous aurons: $X = 0$; $Y = 0$; & $Z = 0$; d'où nos deux équations se changeront dans les suivantes:

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz,$$

$$\& \quad \left(\frac{dq}{dt}\right) + a\left(\frac{dq}{dx}\right) + b\left(\frac{dq}{dy}\right) + c\left(\frac{dq}{dz}\right) = 0,$$

où il est clair que, si la densité q étoit constante, la condition de la derniere équation seroit remplie; mais que la premiere ne sauroit subsister, à moins que la formule $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ n'admit l'intégration, tout comme si le fluide étoit en repos: & il est naturel qu'un tel mouvement ne sauroit rien changer dans la pression.

XLIV. Mais si la densité q n'est pas constante, voyons d'abord quelle fonction de x, y, z, & t elle doit être, pour que la seconde équation soit satisfaite. Voilà donc une question analytique bien curieuse, par laquelle on demande quelle fonction de x, y, z, & t, doive être prise pour q, afin qu'il devienne:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + a\left(\frac{dq}{dx}\right) + b\left(\frac{dq}{dy}\right) + c\left(\frac{dq}{dz}\right) = 0,$$

& la solution de cette question paroit bien difficile étant prise dans toute son étenduë possible. Mais, puisque dans le cas de $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$, la quantité q seroit une fonction quelconque de x, y, & z, sans renfermer le tems t, si nous ramenons ce cas à celui de repos en imprimant à l'espace un mouvement égal & contraire, il est évident qu'après le tems t les coordonnés x, y, & z, seront transformées par le changement en $x - at$, $y - bt$, $z - ct$, d'où nous concluons qu'on satisfera à notre équation en prenant pour q une fonction quel-

con-

conque des trois quantités $x-at$; $y-bt$; $z-ct$. Et en effet on s'assure aisément, qu'une telle fonction satisfait, puisqu'il y aura:

$$dq = L(dx-adt) + M(dy-bdt) + N(dz-cdt),$$

& partant:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) = -aL-bM-cN; \left(\frac{dq}{dx}\right) = L; \left(\frac{dq}{dy}\right) = M; \ \& \left(\frac{dq}{dz}\right) = N.$$

XLV. Or, pour satisfaire à la premiere équation, il faut, comme j'ai déjà remarqué, que la formule différentielle $Pdx + Qdy + Rdz$ soit telle, qu'étant multipliée par une certaine fonction U elle devienne intégrable. Soit donc $\int U(Pdx + Qdy + Rdz = W$, où la constante qui entre par l'intégration renferme aussi d'une maniere quelconque le tems t, & il est clair que la formule $Pdx + Qdy + Rdz$ admettra aussi l'intégration, étant multipliée par Uf, W, où U & W sont des fonctions connuës, puisque les forces sollicitantes sont supposées connuës. Donc, si q ne dépend point de p, il faut qu'il y ait $q = Uf, W$, d'où l'on doit déterminer la fonction des trois quantités $x-at$; $y-bt$; & $z-ct$; afin qu'elle soit reductible à la forme Uf, W. Or si q dépend uniquement de p, il faut que la formule $Pdx + Qdy + Rdz$, soit absolument intégrable, ou bien $U = 1$, & alors, puisque p sera trouvée égale à une fonction de W, la densite q en sera aussi fonction; qui devant aussi être fonction des quantités $x-at$; $y-bt$; $z-ct$; on en déduira la nature de cette fonction.

XLVI. Mais on voit qu'en général la pression p doit toujours être une fonction de W, puisque d'ailleurs la densité q, ne sauroit être une fonction finie. Soit donc $p = f, W$, & $dp = dW.f', W$, d'où à cause de $Pdx + Qdy + Rdz = \frac{dW}{U}$, on aura $q = Uf', W$. Ce cas ne sauroit donc subsister, à moins que la densité q ne soit proportionnelle au produit de la quantité U par une fonction de la pression p, ou bien au produit d'une telle quantité $U\Phi, W$, par une

fonction quelconque de p, prenant ϕ, W, pour marquer une fonction donnée de W. Soit par exemple $q = pp U \phi, W$, & on aura $f', W = \frac{d(f, W)}{dW} = (f, W)^2 \phi, W$, d'où l'on trouvera que la fonction inconnuë f, W est composée de W: car dans cet exemple on aura $\frac{1}{f, W} = -\int dW, \phi W = \frac{1}{p}$: & de là on exprimera p par W, & partant aussi la valeur de q sera connuë. Laquelle, quand elle sera réductible à la forme d'une fonction des quantités $x - at$, $y - bt$, $z - ct$, l'état supposé du fluide sera possible, & on en connoitra la pression & la densité pour tout tems & à chaque endroit.

XLVII. Un exemple éclaircira mieux ces opérations, lesquelles, puisque nous n'y sommes pas encore assés accoutumés, pourroient paroitre trop obscures. Soit donc $P = y$, $Q = -x$, & $R = 0$, & ayant $\frac{dp}{q} = ydx - xdy$, nous aurons $U = \frac{1}{yy}$, & $W = \frac{x}{y} + T$, où T marque une fonction quelconque du tems t. Soit de plus $q = \frac{pp}{yy}$, & puisque $\frac{dp}{pp} = \frac{ydx - xdy}{yy}$, nous obtiendrons $\frac{1}{p} = \Theta - \frac{x}{y}$, & $p = \frac{y}{\Theta y - x}$, où la constante Θ renferme aussi le tems t. Nous aurons donc $q = \frac{1}{(\Theta y - x)^2}$, qui devant être fonction de $x - at$, & $y - bt$, puisque z n'y entre pas, cela ne sauroit arriver autrement, que prenant $\Theta = \frac{a}{b}$; & alors nous aurons $q = \frac{bb}{(ay - bx)^2}$, & $p = \frac{by}{ay - bx}$. Donc, ni la pression, ni la densité, ne dépendent point du tems, & seront au même endroit constamment les mêmes. Cet exemple fait voir, comment en d'autres cas qu'on voudra imaginer, le calcul doit être manié.

XLVIII.

XLVIII. Ayant expédié ce cas, où les trois viteſſes ſont constantes, ſuppoſons maintenant, que deux viteſſes v & w évanouiſſent, ce qui donnera le cas, où toutes les particules du fluide ſe meuvent ſuivant la direction de l'axe OA, de ſorte que le chemin décrit par chacune ſoit une ligne droite parallele à l'axe OA ; ce cas différe du précédent, puiſque nous conſidérons la viteſſe u, comme variable, tant par rapport au lieu qu'au tems. Ayant donc

$$X = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right); \quad Y = 0; \quad Z = 0;$$

nos deux équations ſeront :

$$\frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz - dx\left(\frac{du}{dt}\right) - udx\left(\frac{du}{dx}\right),$$

$$\& \quad \left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) = 0.$$

Cette derniere équation nous donne d'abord à connoitre, que cette formule $qdx - qudt$ doit être intégrable : or, par rapport à cette intégration les quantités y & z, ſont regardées comme conſtantes : il faut donc que q multiplié par $dx - udt$ devienne une formule différentielle complette, ou intégrable.

XLIX. Si la denſité du fluide eſt partout & toujours la même ou q une quantité conſtante $= g$, puiſqu'alors $\left(\frac{du}{dx}\right) = 0$, il eſt clair que la viteſſe u, doit être indépendante de la variable x. Soit donc u une fonction quelconque des deux autres coordonnées y, z, & du tems t, & notre équation différentielle ſera :

$$\frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz - dx\left(\frac{du}{dt}\right),$$

où le tems t eſt ſuppoſé conſtant : il faut donc que cette formule ſoit intégrable. Donc, ſi la formule tirée des forces ſollicitantes $Pdx + Qdy + Rdz$ eſt intégrable d'elle même, il faut que

$dx\left(\frac{du}{dt}\right)$ le ſoit auſſi. Or puisque $\left(\frac{du}{dt}\right)$ ne renferme pas x, s'il y avoit des y, & z, la formule $dx\left(\frac{du}{dt}\right)$ ne ſauroit être intégrable : il faut donc que $\left(\frac{du}{dt}\right)$ ne renferme point y & z. Que Z ſoit une fonction quelconque de y & z, & T une du ſeul tems t, & la valeur $u = Z + T$ ſatisfera à cette condition, d'où l'on tirera à cauſe de $Pdx + Qdy + Rdz = dV$ & $\left(\frac{du}{dt}\right) = \left(\frac{dT}{dt}\right)$, cette équation intégrale $\frac{p}{q} = V - x\left(\frac{dT}{dt}\right) + \text{Conſt.}$

L. Pour déveloper mieux ce cas, il faut remarquer que chaque particule du fluide Z, n'a d'autre mouvement que ſelon la direction ZP parallele à l'axe ZA, & partant chaque élément du fluide décrira par ſon mouvement une ligne droite parallele à cet axe, de ſorte que pour le même élément les deux coordonnées y & z ne changent point de valeur. Donc, ou le mouvement de chaque particule ſera uniforme, ou changera avec le tems d'une telle maniere, que toutes les particules ſubiſſent à chaque inſtant des changemens égaux dans leurs mouvemens, ce qui eſt évident par la formule $u = Z + T$. Or pour l'état de preſſion ayant cette formule $p = gV - gx\left(\frac{dT}{dt}\right) + \text{Conſt.}$ où la conſtante peut renfermer le tems t d'une maniere quelconque, elle dépend, outre de l'effort des forces V, encore de ce changement de viteſſe, que chaque élément du fluide ſubit; & outre cela elle peut varier avec le tems d'une maniere quelconque.

LI. Ce cas me fournit l'occaſion d'éclaircir quelques doutes, qui doivent ſe préſenter naturellement, & dont l'explication ſera très importante dans la théorie, tant de l'équilibre que du mouvement des flui-

fluides. D'abord on fera furpris, qu'un changement dans la viteſſe du fluide puiſſe avoir lieu, ſans que les forces ſollicitantes P, Q, R, concourent à le produire ; puisqu'on voit que ce changement ſuppoſé pourroit ſubſiſter, quand même les forces ſollicitantes évanouïroient, & on demandera avec raiſon par quelle cauſe ce changement eſt produit. Enſuite il ſemble auſſi paradoxe, que la preſſion puiſſe varier à chaque inſtant d'une maniére quelconque, & cela indépendamment du dit changement, auquel le mouvement eſt aſſujetti. Cette derniere difficulté ſubſiſte même dans l'état d'équilibre: car en faiſant évanouïr les trois viteſſes u, v, w, on a pour les fluides incompreſſibles cette équation intégrale $\frac{p}{g} = V + \text{Conſt.}$ où la conſtante peut renfermer le tems t d'une maniere quelconque.

LII. Pour mieux comprendre cela, on n'a qu'à concevoir une maſſe déterminée, & renfermée dans un vaiſſeau ; & il eſt clair que l'état de preſſion ne dépend pas ſeulement des forces ſollicitantes, mais auſſi des forces étrangeres, qui peuvent agir ſur le vaiſſeau. Car, quand même il n'y auroit point de forces ſollicitantes, par le moyen d'un piſton dont on agiroit ſur le fluide, on pourroit produire ſucceſſivement tous les états poſſibles de preſſion ſans que l'équilibre en fût troublé : or c'eſt ce que notre formule, qui devient dans ce cas, $\frac{p}{g} =$ fonction du tems t, nous donne à connoitre; d'où nous voyons, que l'état de preſſion peut varier à chaque inſtant, & cela indépendamment de l'équilibre. Mais, connoiſſant pour chaque inſtant la preſſion à un endroit quelconque, les preſſions en tous les autres endroits en ſeroit déterminées ; & puisqu'il pourroit arriver, que le piſton fut pouſſé tantôt avec plus, tantôt avec moins de forces, il faut que le calcul montre tous ces changemens poſſibles: & la même variabilité doit auſſi avoir lieu, quand le fluide eſt ſollicité par des forces accélératrices quelconques, de ſorte qu'à chaque inſtant l'état de preſſion eſt indéterminé, & dépend de la force qui agit alors ſur le piſton.

 LIII.

LIII. Voilà donc une différence très essentielle entre les forces accélératrices, qui agissent sur tous les élémens du fluide, & entre la force d'un piston, dont le fluide est poussé: ce ne sont que les forces accélératrices, qui entrent dans notre équation différentielle, & la force du piston n'entre dans le culcul, qu'après qu'on aura intégré, & n'affecte que la constante, que l'intégration entraine; qu'il faut par conséquent en chaque cas déterminer en sorte, qu'à l'endroit du piston la pression devienne précisément égale à la force, dont le piston est poussé à chaque moment: & c'est à cause de cela, que ladite constante renferme le tems, pour qu'on la puisse varier avec le tems à volonté, selon que les circonstances l'exigent. Cette variabilité peut toujours être représentée par l'action d'un piston; car de quelque nature que puisse être un cas proposé, pour qu'il soit déterminé, il faut toujours supposer, que du moins à un endroit du fluide la pression soit connuë à chaque instant: & c'est de cette circonstance, qu'il faut tirer la détermination de la constante introduite dans le calcul par l'intégration de notre équation différentielle.

LIV. Mais pour notre cas du mouvement expliqué §. 49, supposons aussi les forces accélératrices évanouïssantes, ou $V = 0$, & pour rendre le cas tout à fait déterminé, supposons $u = a + \alpha y + \mathfrak{E} t$, & nous aurons pour ce cas cette équation qui détermine la pression $\frac{p}{g} = \text{Const.} - \mathfrak{E} x$. Supposons de plus cette constante $= \gamma + \delta t$, de sorte que $\frac{p}{g} = \gamma + \delta t - \mathfrak{E} x$, & voyons sous quelles conditions ce mouvement puisse avoir lieu. Puisque chaque élément du fluide se meut selon la direction de l'axe OA, ce mouvement ne sauroit avoir lieu, que dans un tuyau cylindrique couché selon la même direction.
Fig. 4. Soit ABIO ce tuyau, & qu'au commencement, où $t = 0$, le fluide en ait rempli la portion ABCD, terminée par les sections AB, & CD, perpendiculaires au tuyau. Comptons les abscisses x depuis le point A, sur la droite AI, & sur la base AB la pression étoit partout

$p =$

$p = \gamma g$: & sur l'autre base CD $= g\gamma - \beta g . AC$; mais au dedans du fluide, à un endroit quelconque Z, posant AP $= x$; PZ $= y$; la pression étoit $= \gamma g - \beta g x$. On ne sauroit donc concevoir le fluide dans le tuyau plus étendu que jusqu'en CD, prenant AC $= \frac{\gamma}{\beta}$, afin que la pression en CD ne devienne négative.

LV. Posons pour cette masse déterminée de fluide la longueur AC $= b$, la largeur AB $=$ CD $= c$, la hauteur n'entrant pas en considération, puisque, ni les vitesses, ni les pressions, ne dépendent point de la troisième coordonnée z, & prenant $\gamma = \beta b$, dans l'état initial ABCD, la pression sur la base AB étoit $= \beta b g$, sur la base CD$=$o, & à un point quelconque Z$= \beta g(b-x) = \beta g$.CP. Or dans cet état nous supposons, que le fluide ait un tel mouvement selon la direction du tuyau, que la vitesse sur la ligne AC soit $= a$, sur la ligne BD $= a + \alpha c$, & sur une ligne quelconque QR parallele à la direction du tuyau $= a + \alpha y$, posant AQ $=$ CR $= y$. Nous concevons donc, que par une cause quelconque ait été imprimé au fluide ce mouvement, & qu'il soit poussé au premier instant sur la surface AB par le moyen d'un piston, par la force indiquée $\beta b g$, l'autre base CD n'étant assujettie à aucune pression. Mais dans les instans suivans les forces qui agissent sur les faces extrèmes pourroient varier à volonté: or cette variabilité est déterminée par les hypothéses, que nous venons d'établir; voyons donc comment en vertu de ces hypotheses le mouvement du fluide sera continué.

LVI. Après un tems écoulé $= t$, tous les élémens du fluide, qui se trouvent sur la ligne QR, auront une vitesse selon cette même direction $= a + \alpha y + \beta t$, par laquelle ils parcourront dans l'instant dt l'espace $(a + \alpha y + \beta t)dt$; ils auront donc parcouru depuis le commencement l'espace $= at + \alpha yt + \frac{1}{2}\beta tt$; & partant la filée du fluide qui étoit au commencement en QR, se trouvera à présent avancée en qr, ayant parcouru l'espace Q$q = at + \alpha yt + \frac{1}{2}\beta tt$.

 Donc

Donc le fil A C fera parvenu en ac, ayant parcouru l'espace $Aa = at + \frac{1}{2}\beta tt$, & le fil BD en bd, ayant parcouru l'espace $Bb = at + \alpha ct + \frac{1}{2}\beta tt$; de forte que la masse fluide sera maintenant terminée par les faces ab & cd, droites, mais obliques à la direction du tuyau. Or il faut qu'à présent la pression sur la face ab en q soit $= g(\beta + \delta t - \beta.Qq) = g(\beta b + \delta t - \beta at - \alpha\beta yt - \frac{1}{2}\beta\beta tt)$, & sur la face cd en

$$r = g(\beta b + \delta t - \beta.Qr) = g(\delta t - \beta at - \alpha\beta yt - \frac{1}{2}\beta\beta tt).$$

Il faut donc concevoir des pistons, qui agissent avec ces forces sur les deux extrémités ab & cd, & puisque ces pressions ne sont pas les mêmes par toute l'étenduë de ces faces, il faut concevoir des pistons flexibles & pliables, par le moyen desquels ces pressions puissent être exécutées.

LVII. Ce mouvement demeureroit le même, si dans l'intégration de la pression p, nous eussions pris au lieu de δt une fonction quelconque de t; mais alors l'état de pression dans la masse fluide deviendroit différent à chaque instant, sans que le mouvement supposé même du fluide en souffrit quelque altération. Posons donc $\delta t = \beta at + \alpha\beta ct + \frac{1}{2}\beta\beta tt$, & après le tems t la pression à un point quelconque q de la face ab, sera $= g[\beta b + \alpha\beta(c-y)t]$, & dans un point quelconque z, sur la ligne qr, la pression sera $g[\beta b + \alpha\beta(c-y)t - \beta.qz]$, d'où la pression à l'autre extrémité r sera $= \alpha\beta g(c-y)t$. Donc, sur la face ab, la pression sera en $a = \beta g(b + \alpha ct)$; & en $b = \beta gb$: mais sur l'autre face cd, la pression sera en $c = \alpha\beta gct$, & en $d = 0$. Au reste chaque fil QR se mouvra selon sa propre direction d'un mouvement uniformement accéléré, ou recevra en tems égaux des accroissemens égaux de vitesse. Le dévelopement de ce cas particulier peut servir pour éclaircir le calcul qu'on aura à faire pour tous les autres cas.

LVIII. Arrêtons-nous encore au cas proposé (§. 48.), & supposons la densité q constante $= g$: mais prenons les forces P, Q, R, telles,

telles, que le fluide ne sauroit jamais être à l'équilibre. Soit pour cet effet $P = 0$, $Q = -\frac{x}{a}$, & $R = -\frac{x}{a}$, & posons $u = b + \frac{(y+z)t}{a}$, pour avoir $\left(\frac{du}{dx}\right) = 0$, & $\frac{dp}{g} = -\frac{xdy - xdz}{a} - \frac{ydx - zdx}{a}$, d'où nous tirons en intégrant $\frac{p}{g} = \text{Const.} - \frac{xy - xz}{a}$, où la constante peut renfermer le tems d'une maniere quelconque. Il n'est donc pas possible, que toute la masse du fluide demeure jamais en repos; car, quoique nous posions $b = 0$, pour avoir le fluide en repos au commencement $t = 0$, aussi-tôt après le premier instant il sera agité, & il n'y aura que les élémens, où $y = 0$, ou $z = 0$, ou $y + z = 0$, qui demeureront en repos: tous les autres recevront un mouvement, ou en avant, ou en arrière, selon que $y + z$, aura une valeur positive, ou négative. On déterminera aussi aisément les pressions réquises pour maintenir ce mouvement supposé.

LIX. Mais que la densité ne soit plus constante, mais variable, ou le fluide compressible, & pour que $qdx - qudt$ devienne une différentiel complet, on peut prendre pour u une fonction quelconque des variables x, y, z, & t; car puisque ici on ne regarde que les deux x & t comme variables, & les deux autres y & z comme constantes, on pourra toujours assigner une quantité s, telle que $s(dx - udt)$ devienne intégrable. Soit S cette intégrale, & cette condition sera remplie, lorsqu'on prend $q = sf:S$, supposant $S = \int s(dx - udt)$. Maintenant il faut de plus, que cette équation différentielle soit intégrable :

$$\frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz - dx\left(\frac{du}{dt}\right) - udx\left(\frac{du}{dx}\right),$$

où je remarque que si les forces P, Q, R, étoient évanouissantes, la pression p deviendroit fonction de x & de t, & partant cette

quantité $q\left(\left(\frac{du}{dt}\right)+u\left(\frac{du}{dx}\right)\right)$, ne devroit renfermer que les deux variables x & t, d'où la nature de la fonction u, entant qu'elle peut renfermer y & z, doit être déterminée.

LX. Quoique j'aye supposé ici $v=0$ & $w=0$, ces formules renferment tous les cas, où le mouvement de toutes les particules du fluide suit toujours la même direction; car on n'aura qu'à prendre l'axe OA sur cette même direction. Or de là nous pourrons réciproquement résoudre nos formules, lorsque la direction du mouvement est oblique à la position des trois axes, ce qui ne manquera pas de nous fournir quelques éclaircissemens dans cette Analyse. Pour cet effet considérons la vitesse vraye d'une particule quelconque Z du fluide qui soit $=u$, & puisque sa direction est donnée à l'égard des trois axes, les vitesses dérivées y tiennent des rapports donnés. Soit donc: $u=\alpha u$; $v=\beta u$; & $w=\gamma u$;
& posant $du=Kdt+Ldx+Mdy+Ndz$, nous aurons:

$$X=\alpha K+\alpha\alpha L+\alpha\beta M+\alpha\gamma N$$
$$Y=\beta K+\alpha\beta L+\beta\beta M+\beta\gamma N$$
$$Z=\gamma K+\alpha\gamma L+\beta\gamma M+\gamma\gamma N.$$

Donc, si nous posons pour abréger $K+\alpha L+\beta M+\gamma N=O$, ayant $X=\alpha O$, $Y=\beta O$; $Z=\gamma O$, nos équations seront:

$$\frac{dp}{q}=Pdx+Qdy+Rdz-O(\alpha dx+\beta dy+\gamma dz)$$
$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\alpha\left(\frac{d.qu}{dx}\right)+\beta\left(\frac{d.qu}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{d.qu}{dz}\right)=0.$$

LXI. Soit d'abord la densité $q=g$, & pour satisfaire à cette égalité $\alpha\left(\frac{du}{dx}\right)+\beta\left(\frac{du}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{du}{dz}\right)=0$, nous avons vû dans le §. 44 que la quantité u doit être une fonction quelconque des quantités

tités $\alpha y - \beta x$ & $\alpha z - \gamma x$, ou $\beta z - \gamma y$, & qui puisse outre cela renfermer le tems t d'une maniere quelconque. Soit donc u une fonction quelconque des quantités $\alpha y - \beta x$, $\alpha z - \gamma x$, & t, puisque la formule $\beta z - \gamma y$ est déjà formée des deux autres, & on comprend aisément de là, que dans chaque instant la vitesse des particules qui se trouvent dans une même ligne droite, parallele à la direction du mouvement, est par tout la même, tout comme la nature de l'hypothese exige. Donc le différentiel de u aura une telle forme:

$$du = F dt + G(\alpha dy - \beta dx) + H(\alpha dz - \gamma dx),$$

de sorte que :

$$K = F;\ L = -\beta G - \gamma H;\ M = \alpha G;\ \&\ N = \alpha H;$$

& partant $O = F$ fonction de $\alpha y - \beta x$, $\alpha z - \gamma x$, & de t : d'où l'équation différentielle qui reste à résoudre, sera :

$$\frac{dp}{q} = P dx + Q dy + R dz - F(\alpha dx + \beta dy + \gamma dz).$$

LXII. Le tems t étant ici supposé constant, si la formule $P dx + Q dy + R dz = dV$, & intégrable d'elle-même, il faut que l'autre partie $F(\alpha dx + \beta dy + \gamma dz)$ le soit aussi; ce qui ne sauroit arriver, à moins que F ne soit une fonction de $\alpha x + \beta y + \gamma z$, & du tems t. Mais il faut de plus que F soit aussi une fonction des quantités $\alpha y - \beta x$, $\alpha z - \gamma x$, & du tems t : donc puisque la formule $\alpha x + \beta y + \gamma z$, n'est pas composée des formules $\alpha y - \beta x$, & $\alpha z - \gamma x$, il est évident que la quantité F doit être fonction du seul tems t. Par conséquent la vitesse u sera en sorte $u = Z + T$, où Z marque une fonction quelconque des deux quantités $\alpha y - \beta x$, & $\alpha z - \gamma x$, sans renfermer le tems t, & T est une fonction quelconque du seul tems t, de sorte que $dT = F dt$. D'où l'intégrale de notre équation différentielle sera $\frac{p}{g} = V - F(\alpha x + \beta y + \gamma z) + \text{Const.}$ où la constante peut renfermer le tems t d'une maniere quelconque. Cette équation intégrale jointe à $u = Z + T$ contient tout ce qui regarde le mouvement du cas proposé.

LXIII.

LXIII. Mais si la densité q n'est pas constante, il sera important de decouvrir la résolution de cette formule :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\alpha\left(\frac{d.qu}{dx}\right)+\beta\left(\frac{d.qu}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{d.qu}{dz}\right)=0.$$

Or, quelque difficile que cela puisse paroitre, la reduction au cas précédent nous montre, que la vitesse u peut être une fonction quelconque des quatre variables x, y, z, & t, mais que la valeur de q doit être déterminée de la maniere suivante. Qu'on considére en général une telle formule ;

$$s(l\,dx+m\,dy+n\,dz-u\,dt)=dS,$$

qui étant par s multipliée est devenuë intégrable, & soit $q=sf:S$; donc posant $d.f:S=dS.f':S$, notre formule deviendra :

$$f:S\left(\frac{ds}{dt}\right)-sf':S.su+\alpha sf:S\left(\frac{du}{dx}\right)+\alpha uf:S\left(\frac{ds}{dx}\right)+\alpha usf':S.ls$$
$$+\beta sf:S\left(\frac{du}{dy}\right)+\beta uf:S\left(\frac{ds}{dy}\right)+\beta usf':S.ms$$
$$+\gamma sf:S\left(\frac{du}{dz}\right)+\gamma uf:S\left(\frac{ds}{dz}\right)+\gamma usf':S.ns$$

qui doit être égale à zero :

LXIV. Faisons d'abord évanouir les termes affectés par $f':S$, & nous en obtiendrons $1=\alpha l+\beta m+\gamma n$, & le reste étant divisé par $f:S$ donne :

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)+\alpha\left(\frac{d.su}{dx}\right)+\beta\left(\frac{d.su}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{d.su}{dz}\right)=0,$$

qui est bien semblable à la proposée, mais il faut remarquer que l'intégrabilité de la valeur dS renferme ces conditions :

$$\left(\frac{d.su}{dx}\right)=-\left(\frac{d.ls}{dt}\right);\ \left(\frac{d.su}{dy}\right)=-\left(\frac{d.ms}{dt}\right);\ \left(\frac{d.su}{dz}\right)=-\left(\frac{d.ns}{dt}\right);$$

d'où

d'où nous tirons: $\left(\frac{ds}{dt}\right)(1 - \alpha l - \beta m - \gamma n)$, ce qui est d'accord avec la condition précédente. Donc, pourvû qu'il soit $\alpha l + \beta m + \gamma n = 1$, & s une telle fonction qui rende $s(ldx + mdy + ndz - udt) = dS$, ou intégrable, on satisfera à notre formule, lorsqu'on prend $q = sf:S$, ou $\frac{q}{s}$ égal à une fonction quelconque de S. Il n'est pas nécessaire que les quantités l, m, & n, soient constantes, mais alors il faut qu'il soit

$$\alpha\left(\frac{dl}{dt}\right) + \beta\left(\frac{dm}{dt}\right) + \gamma\left(\frac{dn}{dt}\right) = 0,$$

or cette condition est déjà renfermée dans l'équation $1 = \alpha l + \beta m + \gamma n$.

LXV. Or il faut de plus que l, m, & n, soient de telles fonctions, que l'équation différentielle $ldx + mdy + ndy - udt = 0$ devienne possible; car sans cette condition il seroit impossible de trouver un multiplicateur s, qui rendit cette formule intégrable. Or, ayant pris à volonté une valeur pour l, celles de m & n en seront déjà déterminées, & nous nous pourrons dispenser de les chercher, en posant $\alpha l = 1$ où $l = \frac{1}{\alpha}$, car alors il faut qu'il soit $\beta m + \gamma n = 0$; & on n'aura qu'à chercher un tel facteur s, que cette formule $s\left(\frac{dx}{\alpha} - udt\right)$ devienne intégrable, où l'on regardera les deux quantités y & z comme constantes. Soit donc $S = \int s\left(\frac{dx}{\alpha} - udt\right)$, de sorte que S renferme y & z comme des constantes, & on pourra prendre $q = sf:S$: ce qui nous fournit la même solution, que si nous eussions tellement changé la position des trois axes, que l'un convint avec la direction du mouvement de tous les élémens du fluide. D'où nous voyons que cette restriction apparente n'affoiblit point la généralité de la solution.

LXVI. De la même manière on pourroit déveloper plusieurs autres cas particuliers, qui auront, tantôt une plus grande, tantôt une plus petite étendue ; mais on n'en trouvera point, qui soit plus général que celui, où les trois vitesses u, v, & w, sont telles, que la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ devienne intégrable. Soit S l'intégrale, qui contenant encore le tems t soit son différentiel complet : $dS = u\,dx + v\,dy + w\,dz + \Pi\,dt$, & puisque

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = \left(\frac{d\Pi}{dx}\right);\ \left(\frac{dv}{dt}\right) = \left(\frac{d\Pi}{dy}\right);\ \left(\frac{dw}{dt}\right) = \left(\frac{d\Pi}{dz}\right)$$

$$\left(\frac{du}{dy}\right) = \left(\frac{dv}{dx}\right);\ \left(\frac{du}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dx}\right);\ \left(\frac{dv}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dy}\right),$$

nous aurons :

$$X = \left(\frac{d\Pi}{dx}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dx}\right) + w\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$Y = \left(\frac{d\Pi}{dy}\right) + u\left(\frac{du}{dy}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dy}\right)$$

$$Z = \left(\frac{d\Pi}{dz}\right) + u\left(\frac{du}{dz}\right) + v\left(\frac{dv}{dz}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

& notre équation différentielle deviendra :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - d\Pi - u\,du - v\,dv - w\,dw,$$

(dont le dernier membre est absolument intégrable),

& l'autre équation demeure :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d\cdot qu}{dx}\right) + \left(\frac{d\cdot qv}{dy}\right) + \left(\frac{d\cdot qw}{dz}\right) = 0.$$

LXVII. Tout se réduit donc à trouver des valeurs convenables pour les trois vitesses u, v, & w, qui satisfassent à nos deux équations, qui renferment tout ce qui regarde notre connoissance sur le mouvement des fluides. Car ayant ces trois vitesses, on pourra déter-

terminer le chemin, que chaque élément du fluide parcourt par son mouvement. Considérons la particule qui se trouve à présent en Z, & pour trouver le chemin, qu'elle a déja parcouru, & qu'elle parcourra encore, puisque ses trois vitesses u, v, & w, sont supposées connues, nous aurons pour son lieu à l'instant suivant, $dx = u\,dt$; $dy = v\,dt$, & $dz = w\,dt$. Qu'on élimine de ces trois égalités le tems t, & on aura encore deux équations entre les trois coordonnées x, y & z, qui détermineront le chemin cherché de l'élément du fluide, qui se trouve actuellement en Z, & en général on en connoîtra la route, que chaque particule a décrite, & décrira encore.

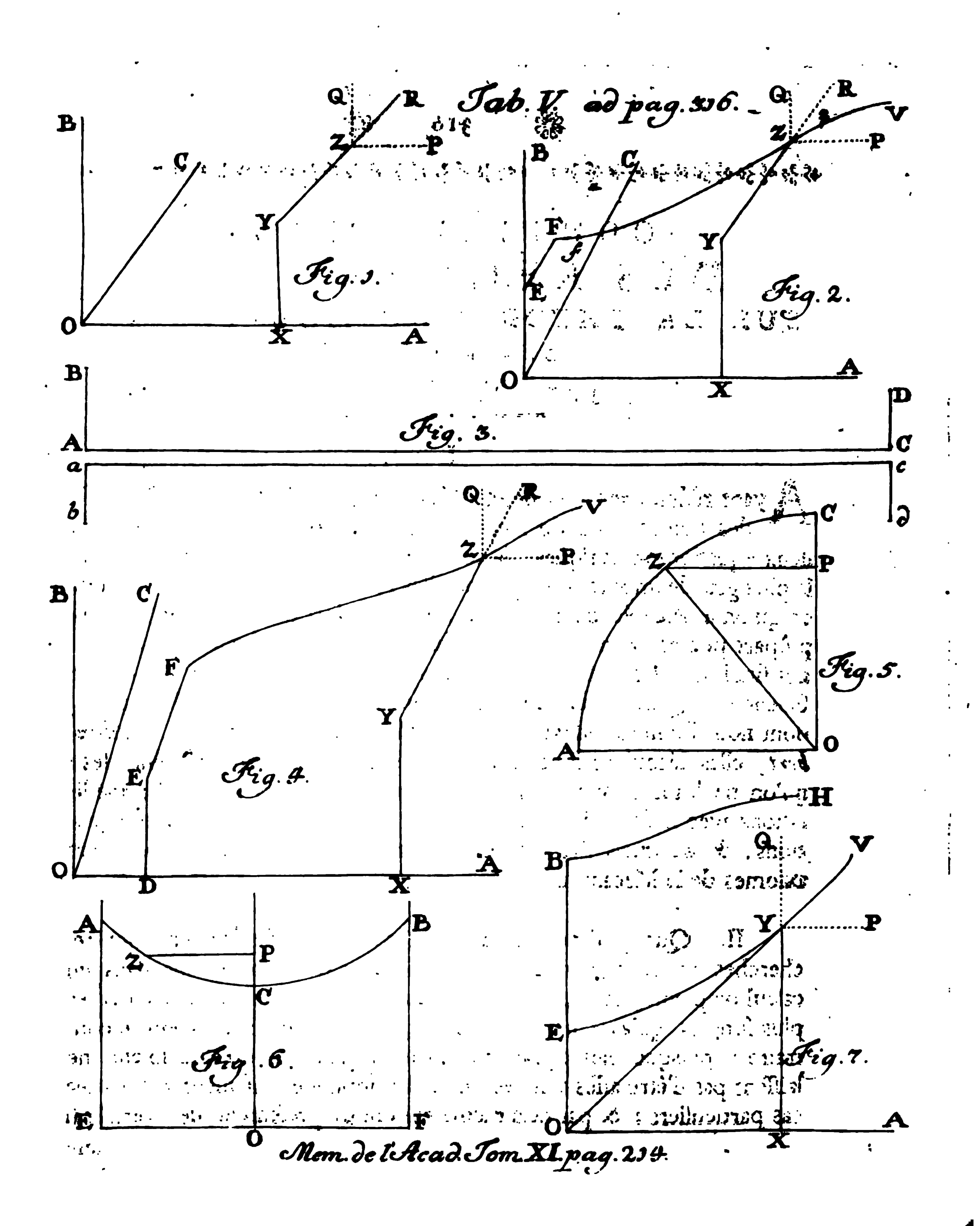
LXVIII. La détermination de ces routes est de la dernière importance, & doit servir pour appliquer la Théorie à chaque cas proposé. Car si la figure du vaisseau, dans lequel le fluide se meut, est donnée, les particules du fluide, qui touchent à la surface du vaisseau, en doivent suivre nécessairement la direction : & partant les vitesses u, v, & w, doivent être telles, que les routes qui en seront déduites, tombent dans la surface même. Or nous voyons par-là suffisamment, combien nous sommes encore éloignés de la connoissance complette du mouvement des fluides, & que ce que je viens d'expliquer, n'en contient qu'un foible commencement. Cependant tout ce que la Théorie des fluides renferme, est contenu dans les deux équations rapportées cy-dessus (§. XXXIV.), de sorte que ce ne sont pas les principes de Méchanique qui nous manquent dans la poursuite de ces recherches, mais uniquement l'Analyse, qui n'est pas encore assés cultivée, pour ce dessein : & partant on voit clairement, quelles découvertes nous restent encore à faire dans cette Science, avant que nous puissions arriver à une Théorie plus parfaite du mouvement des fluides.

CONTINUATION
DES RECHERCHES
SUR LA THEORIE DU MOUVEMENT DES FLUIDES.
PAR M. EULER.

I.

Ayant réduit dans mes deux Mémoires précedens toute la Théorie des fluides, tant de leur équilibre que de leur mouvement, à deux équations analytiques, la confidération de ces formules paroit de la plus grande importance; puisqu'elles renferment non feulement tout ce qu'on a déjà découvert par des méthodes fort différentes & pour la plûpart peu convainquantes, tant fur l'équilibre que fur le mouvement des fluides, mais auffi tout ce qu'on peut encore défirer dans cette Science. Quelque fublimes que foient les recherches fur les fluides, dont nous fommes redevables à Mrs. *Bernoullis*, *Clairaut*, & *d'Alembert*, elles découlent fi naturellement de mes deux formules générales: qu'on ne fçauroit affés admirer cet accord de leurs profondes méditations avec la fimplicité des principes, d'où j'ai tiré mes deux équations, & auxquels j'ai été conduit immédiatement par les premiers axiomes de la Mécanique.

II. Quoiqu'il ne foit pas fouvent à propos de donner à nos recherches une trop grande étendue, de peur qu'on ne tombe dans un calcul trop compliqué, dont on ne puiffe faire l'application aux cas les plus fimples, qu'avec bien de la peine, il arrive ici précifément le contraire: puisque mes équations, quelque générales qu'elles foient, ne laiffent pas d'être affés fimples, pour les appliquer aifément à tous les cas particuliers: & par cela même elles nous préfentent des verités fi uni-



Mem. de l'Acad. Tom. XI. pag. 214.

universelles, que notre connoissance en tire les plus grands éclaircissemens, qu'on puisse souhaiter. Et ensuite la plus grande universalité qu'elles embrassent, n'empêche pas, qu'elles ne soient presque aussi simples, que lorsqu'on considére des cas particuliers.

III. J'ai déjà remarqué que mes formules renferment toute la Théorie tant de l'équilibre que du mouvement des fluides: or, par rapport à la nature des fluides, elles s'étendent également aux fluides nommés elastiques, qu'à ceux qui ne sont pas susceptibles de compression: & à l'égard de ceux-là, de quelque maniere que la densité puisse dépendre de l'elasticité, soit que ce soit selon une loi constante, ou variable d'une maniere quelconque. Ensuite, quelles que puissent être les forces accélératrices, qui agissent sur les élémens du fluide, leur effet est aussi compris dans lesdites formules; & enfin, de quelques forces externes que le fluide soit sollicité, & quelle que soit la figure du canal, ou vaisseau, où le fluide se trouve, il y est tenu compte de toutes ces différentes circonstances.

IV. Soit que la question roule sur l'équilibre, ou sur le mouvement d'un fluide; & qu'on demande, ou la vitesse & direction de chaque particule, ou les forces, que le fluide exerce sur les parois du vaisseau, qui le contient, ou la résistance, qu'un corps solide, qui y est plongé, essaye, ou l'élasticité & la densité du fluide, lorsqu'il est compressible en chaque endroit: toutes ces questions, & d'autres semblables, qu'on peut imaginer tant sur l'équilibre que le mouvement des fluides, se réduisent à une seule recherche, qui est celle de l'état de pression, où le fluide se trouve dans chaque point. Je mesure cette pression par la hauteur d'une colonne d'une matiere pesante homogene, dont je pose la densité $= 1$, en sorte que, pour trouver la pression, qu'une surface infiniment petite soutient, on n'a qu'à multiplier cette surface par la hauteur, qui lui convient, & le poids de ce volume, étant rempli de ladite matiere homogene, sera égal à la pression cherchée.

V. C'est pour cette pression, ou plutôt la hauteur, qui lui sert de mesure, que je donne une équation différentielle, & tout revient à en trouver l'intégrale. Mais, comme cette équation renferme plusieurs variables, on n'en sauroit entreprendre l'intégration, avant qu'on ait découvert le rapport entre ces variables, qui est nécessaire pour la rendre intégrable. On tire de-là les conditions de tout le mouvement, tant par rapport à la vitesse de chaque particule qu'à la densité, qui s'y trouve en chaque point, & à chaque instant; de sorte qu'une seule équation différentielle renferme à la fois plusieurs déterminations différentes. L'intégration en elle-même ne donne que la seule détermination de la pression; mais l'intégrabilité tient lieu de plusieurs équations, qui fournissent les autres déterminations essentielles à la Théorie du mouvement des fluides. Or, pour avoir toutes les déterminations, par lesquelles en chaque cas le mouvement est entierement déterminé, il faut joindre à cette équation l'autre équation, que j'ai trouvée.

VI. Cette autre équation peut être regardée comme finie, puisqu'elle ne contient point des différentiels, quoiqu'elle en renferme des rapports. Elle est fondée sur la continuité du fluide, & exclut tant le vuide, que les particules du fluide pourroient laisser entr'elles, que leur pénétration mutuelle. Cette derniere circonstance est aussi essentielle aux corps fluides que solides; mais à l'égard de l'autre, il peut bien arriver, que les parties du fluide se séparent actuellement, en laissant entr'elles un vuide, comme nous voyons dans les jets d'eau, qui sont dissipés enfin en gouttes. Les parties étant alors entièrement séparées entr'elles, il est évident qu'on n'y sauroit plus appliquer mes formules, à moins qu'on ne veuille considérer chaque goutte séparément, entant qu'elle constitue un corps-fluide à part. Toute la Théorie des fluides est donc uniquement fondée sur deux équations, dont l'une contient la pression, & l'autre la continuité du fluide, dans toutes ses parties.

VII. Sans entrer de nouveau dans le détail des raisonnemens qui m'ont conduit à ces deux équations, je me contenterai de mettre ici

ici devant les yeux les équations mêmes. Et d'abord, je considére le fluide comme remplissant un espace quelconque Z, je le rapporte selon la maniere ordinaire à trois axes fixes & perpendiculaires entr'eux au point O, par le moyen des trois coordonnées : Fig 1.

$$OX = x;\quad XY = y,\quad \&\quad YZ = z$$

paralleles aux trois axes OA, OB & OC. Il est évident, que ces trois coordonnées sont indépendantes entr'elles; car pour avoir tous les points du fluide, il faut faire varier chacune séparément : & quand on aura donné à deux des valeurs déterminées, la variabilité de la troisième nous découvre encore une infinité de points différens. C'est donc par ces trois coordonnées que le lieu de chaque point du fluide est déterminé.

VIII. Mais quand il s'agit de différens attributs, qui conviennent à la particule du fluide, qui se trouve dans ce point, il ne suffit pas d'en savoir le lieu; il faut outre cela considérer, que l'état du fluide dans ce même point peut varier avec le tems, ce qui amene dans le calcul la quatrième variable, indépendante des trois autres, & par laquelle est marqué l'instant du tems, pour lequel on cherche l'état de la particule du fluide, qui se trouve alors au point Z. Pour cet effet il faut établir une époque fixe, depuis laquelle nous comptons le tems : soit donc t le tems écoulé depuis cette époque jusqu'à l'instant en question; de sorte que la question déterminée est à présent de chercher l'état du fluide au point Z, dont le lieu est déterminé par les trois coordonnées x, y, & z, & pour le tems depuis l'époque établie $= t$. Je marque ici comme ordinairement le tems par l'espace divisé par la vitesse, & la moitié du quarré de chaque vitesse donne la hauteur, d'où un corps grave tombant acquiert une vitesse égale.

IX. Ensuite, je pose pour le point Z déterminé par les trois variables x, y, & z, & pour le tems $= t$ la pression du fluide exprimée par la hauteur $= p$, de la maniere que j'ai expliquée cy-dessus. Or, de quelque maniere que cette hauteur p sera trouvée, on la pourra tou-

toujours regarder comme une fonction des quatre variables x, y, z, & t; de sorte que si l'on met le tems t constant, on en trouvera la pression pour tous les points Z du fluide, & au même instant; mais si l'on fait constantes les trois coordonnées x, y, & z, on en connoîtra les pressions au même point Z pour tous les tems. Dans les cas donc où la pression au même point Z demeure toujours la même, elle sera exprimée par une fonction du lieu seulement, ou des trois coordonnées x, y, z, sans que le tems t y entre.

X. Il en est de même de la densité du fluide, en cas qu'elle soit variable; comme nous devons le supposer pour rendre nos recherches générales. Soit donc q la densité du fluide au point Z & pour le tems t; & q doit aussi être regardée comme une fonction des quatre variables x, y, z, & t; la mesure de la densité q est déja déterminée par la densité de la matiere grave & homogene mentionnée cy-dessus, laquelle est exprimée par l'unité, d'où la densité indéfinie q sera exprimée par un nombre absolu. Lorsque la densité est partout & toujours la même, comme il arrive dans les fluides incompressibles, je pose $q = g$. Dans les fluides élastiques, ou plutôt compressibles, la densité q dépend de la pression p, ou uniquement, ou de plus d'une fonction des variables x, y, z, & t; où je remarque que la pression p mesure en même tems l'élasticité des fluides au point Z; vu que l'élasticité est toujours balancée par la pression.

XI. Après la pression & la densité, il faut considérer les forces accélératrices, par lesquelles tous les élémens du fluide sont sollicités, & dont la gravité n'est qu'un cas particulier, dont j'exprimerai la force accélératrice par l'unité, & partant les autres forces accélératrices par des nombres absolus. Or, quelles que soient les forces accélératrices, qui agissent sur l'élément du fluide en Z, on sait qu'on les peut toujours réduire à trois, selon les directions ZP, ZQ, & ZR, fixes & paralleles à nos trois axes. Soient donc ces trois forces accélératrices:

selon ZP $=$ P; selon ZQ $=$ Q; selon ZR $=$ R.

Si

Si elles dépendent uniquement du lieu Z, elles feront des fonctions des trois variables x, y, z; mais si l'on vouloit qu'elles variassent aussi auec le tems, leurs expressions renfermeroient outre cela la quatrième variable t.

XII. Enfin, si le fluide est en mouvement, quel que soit le mouvement de la particule, qui se trouve à présent au point Z, on le peut aussi décomposer selon les mêmes trois directions fixes ZP, ZQ, & ZR; soient donc les vitesses de l'élément en Z

selon $ZP = u$; selon $ZQ = v$; selon $ZR = w$

de ces trois vitesses dérivées on connoitra non seulement la vraye vitesse du point Z, mais aussi sa direction. Car la vraye vitesse sera $\sqrt{(uu + vv + ww)}$, que je nommerai $= s$, & les fractions $\frac{u}{s}$; $\frac{v}{s}$; $\frac{w}{s}$ exprimeront les cosinus des angles, sous lesquelles la vraye direction est inclinée aux axes OA, OB, OC. Ces vitesses doivent aussi en général être envisagées comme des fonctions quelconques des quatre variables x, y, z, & t, puisqu'il pourroit arriver qu'au même point Z le mouvement variât avec le tems. Or il est évident, que lorsqu'on aura trouvé pour quelque cas déterminé, ces fonctions u, v, & w, on sera en état d'assigner le vray mouvement, que chaque particale du fluide aura à chaque instant.

XIII. Pour ne rien omettre, qui puisse sembler nécessaire à l'éclaircissement de mes formules, je dois expliquer une maniere particuliere d'exprimer certaines valeurs différentielles, quoique je l'aye déjà employée plusieurs fois. Lorsque s marque une fonction quelconque de x, y, z, & t, cette expression $\left(\frac{ds}{dx}\right)$ marque le différentiel de s, (qui résulte de la seule variabilité de x, en posant les autres quantités y, z, & t constantes,) divisé par dx; d'où l'on comprend ce que signifient ces expressions $\left(\frac{ds}{dy}\right)$, $\left(\frac{ds}{dz}\right)$, $\left(\frac{ds}{dt}\right)$. Donc, si le

le différentiel complet de s est $ds = Ldx + Mdy + Ndz + Odt$, on voit qu'il y aura selon cette maniere d'écrire :

$$\left(\frac{ds}{dx}\right) = L;\ \left(\frac{ds}{dy}\right) = M;\ \left(\frac{ds}{dz}\right) = N;\ \left(\frac{ds}{dt}\right) = O.$$

Donc, en connoissant tous les différentiels particuliers, on en formera aisément le différentiel complet, qui sera :

$$ds = dx\left(\frac{ds}{dx}\right) + dy\left(\frac{ds}{dy}\right) + dz\left(\frac{ds}{dz}\right) + dt\left(\frac{ds}{dt}\right),$$

dont il est bon de bien remarquer la composition, puisqu'elle nous servira à épargner quantité de coëfficiens, que nous serions obligés d'introduire dans le calcul.

XIV. Il est démontré, que dans un tel différentiel complet :

$$ds = Ldx + Mdy + Ndz + Odt,$$

les coëfficiens L, M, N, & O, ont toujours un tel rapport entr'eux qu'il y a :

$$\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dM}{dx}\right);\ \left(\frac{dL}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dx}\right);\ \left(\frac{dL}{dt}\right) = \left(\frac{dO}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{dM}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dy}\right);\ \left(\frac{dM}{dt}\right) = \left(\frac{dO}{dy}\right);\ \left(\frac{dN}{dt}\right) = \left(\frac{dO}{dz}\right),$$

& cette même maniere d'exprimer peut servir à démontrer cette belle propriété. Car, puisque $L = \left(\frac{ds}{dx}\right)$, exprimons $\left(\frac{dL}{dy}\right)$ par $\left(\frac{dds}{dxdy}\right)$, ce qui marque qu'il faut différentier deux fois s de suite, en posant la premiere fois la seule x, & la seconde fois la seule y variable, & omettre les différentiels dx & dy. Cela remarqué, on aura

$$\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dds}{dxdy}\right) \ \&\ \left(\frac{dM}{dx}\right) = \left(\frac{dds}{dydx}\right);$$

or

or il est aisé de montrer que $\left(\frac{dds}{dx\,dy}\right) = \left(\frac{dds}{dy\,dx}\right)$, d'où la vérité de cette propriété devient évidente.

XV. Maintenant je pose pour abréger :

$$X = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$Y = \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$Z = \left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right),$$

& l'équation différentielle qui détermine la pression p est :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - X\,dx - Y\,dy - Z\,dz,$$

dans laquelle le tems t est supposé constant. Or l'autre équation tirée de la continuité du fluide est :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.qw}{dz}\right) = 0,$$

& ce sont les deux équations qui contiennent toute la Théorie tant de l'équilibre que du mouvement des fluides, dans la plus grande universalité qu'on puisse imaginer.

XVI. Lorsqu'il est question de l'équilibre, on n'a qu'à faire évanouir les trois vitesses u, v, & w, & puisque alors les quantités X, Y, & Z, évanouissent aussi, toute la Théorie de l'équilibre des fluides est contenue dans ces deux équations :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz, \text{ le tems } t \text{ étant constant,}$$

& $\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$,

 de

de sorte que la densité q doit être une fonction indépendante du tems t, ou bien la densité au même endroit Z, sera toujours la même. Donc, puisque $dp = Pq\,dz + Qq\,dy + Rq\,dz$, cette formule doit être un différentiel complet, & partant il faut que les forces P, Q, R, ayent tant entr'elles qu'à la densité q un tel rapport qu'il soit :

$$\left(\frac{d.Pq}{dy}\right) = \left(\frac{d.Qq}{dx}\right);\ \left(\frac{d.Pp}{dz}\right) = \left(\frac{d.Rq}{dx}\right);\ \left(\frac{d.Qq}{dz}\right) = \left(\frac{d.Rq}{dy}\right)$$

& quand ces conditions n'ont pas lieu, il est impossible que le fluide puisse jamais parvenir à l'état d'équilibre. Je passe d'autres propriétés, que j'ai suffisamment dévelopées dans mon Mémoire sur l'équilibre des fluides.

XVII. Pour le mouvement en général, puisque l'équation différentielle est :

$$dp = q(P-X)dx + q(Q-Y)dy + q(R-Z)dz,$$

afin qu'elle soit possible, nous aurons de semblables déterminations :

$$\left(\frac{d.q(P-X)}{dy}\right) = \left(\frac{d.q(Q-Y)}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{d.q(P-X)}{dx}\right) = \left(\frac{d.q(R-Z)}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{d.q(Q-Y)}{dz}\right) = \left(\frac{d.q(R-Z)}{dy}\right),$$

de sorte que la seule premiere équation renferme quatre déterminations, mais auxquelles on peut satisfaire par une infinité de manieres différentes. Ces trois dernieres conditions ne déterminent donc absolument les trois vitesses, mais en chaque cas il faut avoir égard aux autres circonstances, comme à l'état initial, à la figure du vaisseau, & aux forces externes, qui agissent quasi par des pistons sur le fluide.

Ces

Ces circonstances n'entrent pas en considération dans l'équation différentielle, mais il en faut tenir compte dans l'intégration.

XVIII. D'autres qui ont traité cette matiere, si l'on en excepte Mr. d'*Alembert*, n'ont donné au fluide qu'une étendue par deux dimensions tout au plus, ou du moins ils ont supposé que le mouvement de chaque particule se fasse dans le même plan, & partant on ne peut regarder que comme particulieres les formules qu'ils ont trouvées; au lieu que celles que je viens de donner, sont tout à fait générales, & on ne sauroit imaginer aucun cas, quelque compliqué qu'il puisse être, qui n'y seroit pas compris. Il sera donc bon de faire voir d'abord, que tout ce qu'on a découvert jusqu'ici sur le mouvement des fluides, se déduit fort aisément de mes formules générales: or presque tout ce qu'on a donné sur cette matiere, se réduit au mouvement des fluides par des tuyaux infiniment étroits, ou qu'on peut au moins regarder comme tels, de sorte que dans ces cas on ne conçoit qu'une seule dimension tant dans le fluide que dans son mouvement. Ensuite je ferai aussi voir comment tout ce qu'on a écrit sur le mouvement des fluides en considérant deux dimensions, découle très naturellement de ces mêmes formules.

XIX. Que le fluide soit donc renfermé dans un tuyau FZV, dont l'amplitude soit partout quasi infiniment petite, que je supposerai néanmoins variable, ce qui nous tiendra lieu de la seconde équation tirée de la continuité du fluide. Car nous n'aurons qu'à supposer partout le mouvement & l'amplitude, telle que la continuité exige. Pour cet effet soit dans un endroit fixe du tuyau F l'amplitude $= ff$, & après un tems quelconque $= t$, soit la densité du fluide en F $= \phi$, & la vitesse vraye dont le fluide s'y meut dans le tuyau $= \omega$; & quelques variables que puissent être la densité ϕ, & la vitesse ω, leur changement dépendra uniquement du tems t, de sorte que ϕ & ω seront des fonctions du tems t seulement. Maintenant, si nous supposons à un endroit quelconque Z l'amplitude du tuyau $= rr$, qui sera une fonction du seul lieu Z, sans qu'elle dépende du tems t, & que nous pos- Fig. 2.

 pos-

posons, après le tems t, la densité du fluide en $Z = q$, & la vraye vitesse $= u$; & par la continuité du fluide, il faut qu'il subsiste un certain rapport entre ces quantités, qui répondent aux sections F & Z.

XX. Pour trouver ce rapport, nous n'avons qu'à chercher la quantité du fluide, qui occupe maintenant le tuyau FZ, & la poser égale à celle, qui occupera après l'élément du tems dt, la partie du tuyau fz, prenant $Ff = \omega dt$ & $u dt$. Pour cet effet soit la longueur du tuyau $FZ = s$, & il est clair que la quantité du fluide, qui remplit à présent le tuyau FZ, est $= \int qrrds$: et après l'élément du tems dt, puisque la densité q se change en $q + dt\left(\frac{dq}{dt}\right)$, la quantité du fluide, qui rempliroit la même longueur FZ, seroit $= \int qrrds + dt\int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right)$: ajoutons y la petite portion, qui occupera l'élément $Zz = u dt$, qui sera $= qrru dt$, & en retranchons la portion, qui répond à l'espace $Ff = \omega dt$, qui seroit $ff\phi\omega dt$, pour avoir la quantité du fluide, qui remplira après le tems dt l'espace du tuyau fz, qui sera:

$$= \int qrrds + dt\int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right) + rrqu dt - ff\phi\omega dt.$$

Or celle-cy devant être égale à celle qui occupoit auparavant le tuyau FZ, ou à $\int qrrds$, nous aurons cette équation:

$$rrqu = ff\phi\omega - \int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right);$$

qui tiendra lieu de l'équation tirée de la continuité du fluide.

XXI. Soient maintenant comme auparavant les forces accélératrices P, Q, R, qui agissent sur l'élément du fluide en Z, selon les directions ZP, ZQ, & ZR, & que u, v, w, expriment les vitesses dérivées du fluide en Z, selon ces mêmes directions pour le tems écoulé $= t$; ces directions étant prises paralleles aux trois axes fixes

fixes OA, OB, OC, auxquels je rapporte les trois coordonnées $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, qui déterminent le lieu du point Z. Or, puisque le tuyau FZ est regardé comme une ligne immobile, sa nature sera exprimée par une double équation entre les trois coordonnées x, y, & z; ou bien tant y que z sera exprimé par une certaine fonction de x; & puisque $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$, la longueur du tuyau $FZ = s$, sera aussi une fonction de x: de même que l'amplitude du tuyau en $Z = rr$. Ou réciproquement on pourra regarder les quantités x, y, z, & rr, comme des fonctions de la seule variable s, dont la nature sera connue, quand on suppose donnée la figure du tuyau.

XXII. Puisque la vitesse vraye $\mathfrak{v}$ suit la direction du tuyau en Z, nous en connoitrons les vitesses dérivées, qui seront :

$$u = \frac{\mathfrak{v}\,dx}{ds}\,; \quad v = \frac{\mathfrak{v}\,dy}{ds}\,; \quad w = \frac{\mathfrak{v}\,dz}{ds}\,;$$

d'où nous tirons comme en général $\mathfrak{v}\mathfrak{v} = uu + vv + ww$; ensuite nous aurons :

$$u\,dy = v\,dx\,; \quad u\,dz = w\,dx\,; \quad \& \quad v\,dz = w\,dy.$$

Or je remarque de plus, que, puisque les deux variables y & z ne varient qu'avec x, de sorte que prenant x constante, les deux autres y & z, ne subissent point de changemens; si nous rapportons tout à la variabilité de x, les expressions $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$, $\left(\frac{dv}{dy}\right)$ &c. évanouiront; parce que $dy\left(\frac{du}{dy}\right)$, marque le différentiel de u, si l'on suppose x, & z, & t, constantes: or posant x & t constantes les quantités u, v, w, ne sauroient plus varier. Donc nous aurons :

$$X = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right); \; Y = \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right); \; = Z \left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

de sorte que nous n'ayons dans ce cas que deux variables x & t.

XXIII. De là nous obtiendrons :

$$Xdx+Ydy+Zdz=dx\left(\frac{du}{dt}\right)+dy\left(\frac{dv}{dt}\right)+dz\left(\frac{dw}{dt}\right)+udx\left(\frac{du}{dx}\right)+udy\left(\frac{dv}{dx}\right)+udz\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

Or, puisque $udy=vdx$ & $udz=wdx$, nous aurons :

$$udx\left(\frac{du}{dx}\right)+udy\left(\frac{dv}{dx}\right)+udz\left(\frac{dw}{dx}\right)=udx\left(\frac{du}{dx}\right)+vdx\left(\frac{dv}{dx}\right)+wdx\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$=dx\left(\left(\frac{udu}{dx}\right)+\left(\frac{vdv}{dx}\right)+\left(\frac{wdw}{dx}\right)\right)=dx\left(\frac{\text{ȣ}d\text{ȣ}}{dx}\right)=\text{ȣ}d\text{ȣ}$$

en ne supposant que x variable, ou bien en ne supposant que le tems t constant, puisque nous n'avons que deux variables x & t. Ensuite à cause de $u=\frac{\text{ȣ}dx}{ds}$, puisque le rapport $\frac{dx}{ds}$, ne dépend point du tems t, nous aurons $\left(\frac{du}{dt}\right)=\frac{dx}{ds}\left(\frac{d\text{ȣ}}{dt}\right)$, & partant :

$$dx\left(\frac{du}{dt}\right)+dy\left(\frac{dv}{dt}\right)+dz\left(\frac{dw}{dt}\right)=\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{ds}\left(\frac{d\text{ȣ}}{dt}\right)=ds\left(\frac{d\text{ȣ}}{dt}\right).$$

Par conséquent nous aurons :

$$Xdx+Ydy+Zdz=ds\left(\frac{d\text{ȣ}}{dt}\right)+\text{ȣ}d\text{ȣ},$$

en supposant dans te terme $\text{ȣ}d\text{ȣ}$ le tems t constant.

XXIV. Donc, exposant la pression du fluide en Z par la hauteur p, nous parvenons à cette équation différentielle :

$$\frac{dp}{q}=Pdx+Qdy+Rdz-ds\left(\frac{d\text{ȣ}}{dt}\right)-\text{ȣ}d\text{ȣ},$$

où le tems t est supposé constant, tout comme le terme $\text{ȣ}d\text{ȣ}$ le renferme déjà : & cette équation jointe à l'autre tirée du principe de la continuité :

$$rrq\text{ȣ}=ff\Phi\omega-\int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right),$$

renferme toutes les déterminations du mouvement du fluide par le tuyau

yau FZ. Je remarque ici en passant, que si au lieu de rapporter les quantités y & z à x, j'eusse rapporté ou x & z à y, ou x & y à z, j'eusse trouvé la même équation différentielle; ce qui est évident, puisque aucune de ces trois coordonnées n'y entre préférablement aux autres. Elles n'y paroissent même plus que dans le membre $Pdx + Qdy + Rdz$, qui résulte des forces sollicitantes.

XXV. Voilà donc les formules pour le mouvement d'un fluide quelconque, tant incompressible, que compressible selon une loi quelconque, & sollicité par des forces accélératrices quelconques, par un tuyau d'une figure quelconque; que personne n'a encore données dans ce degré de généralité autant que je sache. Mais aussi dois-je avouer, que dans cette grande étenduë on ne sauroit découvrir l'intégrale de cette équation différentielle; d'où dépend cependant toute la détermination du mouvement. Or, si nous supposons le fluide incompressible, & que sa densité soit partout & toujours la même $= g$, ce qui est le cas auquel on s'est principalement borné, à cause de $q = \phi = g$, nos deux équations pour le mouvement dans ce cas deviendront :

$$\frac{dp}{g} = Pdx + Qdy + Rdz - ds\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) - \upsilon d\upsilon,$$

$$\&\quad rr\upsilon = ff\omega, \quad \text{ou} \quad \upsilon = \frac{ff\omega}{rr}.$$

XXVI. Puisque y & z sont déterminées par x, quelles que soient les forces P, Q, R, la formule $Pdx + Qdy + Rdz$ sera toujours intégrable. Soit donc $Pdx + Qdy + Rdz = dV$, de sorte que V exprime ce que j'appelle l'effort des forces. Ensuite, puisque rr ne dépend point du tems t, pendant que la vitesse ω, à la section donnée F en dépend uniquement, nous aurons $\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) = \frac{ff}{rr}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$, & l'expression $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$, ne dépendra pas non plus du lieu Z, ou de la variable x, ou de s.

Donc notre équation différentielle sera :

$$\frac{dp}{g} = dV - \frac{ffds}{rr}\left(\frac{d\omega}{dt}\right) - u\,du,$$

& parce que le tems t est supposé ici constant, l'équation intégrale en sera :

$$\frac{p}{g} = V - \left(\frac{d\omega}{dt}\right)\int\frac{ffds}{rr} - \tfrac{1}{2}uu - \text{Const.}$$

ou bien en remettant pour u sa valeur $\frac{ff\omega}{rr}$:

$$\frac{p}{g} = V - \left(\frac{d\omega}{dt}\right)\int\frac{ffds}{rr} - \frac{f^4\omega^2}{2r^4} + \text{Const.}$$

où la constante peut renfermer le tems t.

XXVII. Cette formule comprend tout ce qui a été écrit jusqu'ici sur le mouvement des fluides par des tuyaux, ou canaux quelconques; que les Auteurs, ou ont supposés infiniment étroits, ou ont crû, qu'on pouvoit regarder le mouvement tel, comme s'ils étoient infiniment étroits. On n'a pas même douté d'appliquer cette formule au mouvement de l'eau par des vaisseaux d'une largeur quelconque, en quoi on s'est fondé sur cette hypothese, que par toute l'étenduë de chaque section horizontale du vaisseau l'eau ait le même mouvement : & ayant comparé ce calcul avec les expériences, on a trouvé en effet, qu'on ne s'étoit pas écarté trop de la vérité. Cependant la condition de l'amplitude infiniment petite est si essentielle au cas, que je viens de développer, qu'on n'en sauroit admettre à la rigueur l'application aux tuyaux, ou vaisseaux, dont la largeur est considérable. Les conclusions qu'on en en tire, ne peuvent être regardées que comme des approximations à la vérité.

XXVIII. On peut aussi faire l'application de la formule (§.24.) au mouvement d'un fluide élastique par un tuyau infiniment étroit, quand on suppose que le mouvement est déjà devenu permanent, ou

tel

tel qu'au même endroit du tuyau Z, tant la vitesse u, que la densité q, soit toujours la même. Dans ce cas les quantités q & u seront des fonctions de la seule variable s ou x, & partant $\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$, & $\left(\frac{du}{dt}\right) = 0$; or les quantités ϕ & ω deviendront absolument constantes. On aura donc $rrqu = ff\phi\omega$, & l'équation différentielle sera $\frac{dp}{q} = dV - udu$, où le tems est supposé constant. Donc, si la densité q est proportionnelle au ressort p, ou qu'il y ait $p = \frac{hq}{g}$, de sorte que si la densité est $= g$, l'élasticité soit $= h$, on aura

$$\frac{h}{g} lq = V - \tfrac{1}{2} uu + \text{Const.} \quad \text{ou bien:}$$

$$\frac{h}{g} lq = V - \frac{f^4\phi^2\omega^2}{2r^4qq} + \tfrac{1}{2}\omega^2 + \frac{h}{g} l\phi,$$

en prenant l'intégrale V en sorte, qu'elle évanouisse au point F, où devient $q = \phi$, & $rr = ff$.

XXIX. Pour appliquer ce calcul à l'air, supposons encore plus généralement, que l'élasticité ne dépend pas seulement de la densité, mais aussi de la chaleur, qui soit variable par la longueur du tuyau. Soit le degré de chaleur en Z $= \varrho$, que je suppose aussi toujours le même, & en F $= \gamma$, où la densité soit $\phi = g$, & posons l'élasticité en Z exprimée par la hauteur $p = \frac{hq\varrho}{g\gamma}$, où la chaleur ϱ soit donnée par une fonction quelconque de s, ou de x. Ayant donc

$$rrqu = ffg\omega, \quad \& \quad dp = \frac{h}{g\gamma}(qd\varrho + \varrho dq),$$

notre équation différentielle sera:

$$\frac{h}{g\gamma}\left(d\varrho + \frac{\varrho dq}{q}\right) = dV - udu,$$

 ou

ou bien à cause de $\frac{dq}{q} = -\frac{du}{u} - \frac{2dr}{r}$,

$$\frac{h}{g\gamma}\left(d\varrho - \frac{\varrho du}{u} - \frac{2\varrho dr}{r}\right) = dV - u du,$$

d'où il s'agit de chercher la valeur de u.

XXX. Pour éviter les difficultés du calcul, supposons le tuyau horizontal, & partout de la même largeur, de sorte que $rr = ff$, $qu = g\omega$, & la force accélératrice de la gravité donnera $dV = 0$, d'où nous aurons:

$\frac{h}{g\gamma}\left(d\varrho - \frac{\varrho du}{u}\right) = -u du$, ou $\frac{h}{g\gamma}\left(\frac{u d\varrho - \varrho du}{uu}\right) = -du$,

dont l'intégrale est $\frac{h\varrho}{g\gamma u} = \frac{h}{g\omega} + \omega - u$, d'où l'on trouvera la vitesse u, & de là la densité $q = \frac{g\omega}{u}$, & enfin l'élasticité, ou la pression $p = \frac{h\varrho\omega}{\gamma u} = h + g\omega(\omega - u)$. Si l'on prend l'unité pour marquer la densité du mercure, h sera la hauteur du barometre en F; donc, si la hauteur du barometre à l'autre bout du tuyau Z, qui est $= p$, est aussi connuë, nous en tirerons:

$$u = \frac{h\varrho\omega}{\gamma p} = \omega + \frac{h-p}{\gamma\omega}\ ; \ \& \ q = \frac{g\gamma p}{hr}.$$

Donc $\omega\omega = \frac{\gamma p(h-p)}{g(h\varrho - \gamma p)}$, d'où l'on connoitra le mouvement de l'air par ce tuyau horizontal, qui se réduira à rien, à ce qu'on voit, lorsque $p = h$.

Fig. 3. XXXI. Or, si nous concevons un tuyau horizontal A C ouvert par ses deux bouts A & C, & que la hauteur du barometre en A $=$ AB $= h$, soit plus grande que celle en B $=$ CD $= p$, l'air coulera sans cesse de A vers C. Que ab représente le degré de cha-

 leur

leur en A & cd celui en C, & tandis que $\frac{AB}{ab} > \frac{CD}{cd}$, le mouvement de l'air par le tuyau atteindra un degré permanent; mais lorsque $\frac{AB}{ab} = \frac{CD}{cd}$, & à plus forte raison lorsque $\frac{AB}{ab} < \frac{CD}{cd}$, le mouvement ira toujours en accélérant, & deviendra de plus en plus rapide. Cela arrivera donc lorsqu'il fait beaucoup plus chaud en C, que le barometre est plus bas qu'en A, où il est plus haut. Mais, si la hauteur du barometre est la même de part & d'autre, l'air ne se mouvra pas par le tuyau, quoique la chaleur soit différente; ce qui cependant n'est pas contraire à ce que j'ai démontré, que l'atmosphere ne sauroit être en équilibre, à moins qu'à égales hauteurs la chaleur ne soit la même: car dans le présent cas l'équilibre est maintenu par la fermeté du tuyau.

XXXII. Sur le mouvement des fluides par des tuyaux infiniment étroits, on trouve encore des recherches particulieres, lorsque les tuyaux ne sont pas en repos, mais qu'ils sont tournés autour d'un axe. J'ai traité asses au long cette matiere en quelques Mémoires, que j'ai composés à l'occasion d'une machine hydraulique aussi ingénieuse que nouvelle, inventée par M. le Conseiller Privé de *Segner* à Halle. Quelque difficile & epineuse que puisse paroitre cette recherche, elle peut être déduite assés aisément de mes formules generales, & même de celles, que j'ai dejà dévelopées pour le mouvement des fluides par des tuyaux immobiles, en y introduisant la considération du mouvement, qu'on veut supposer dans le tuyau. Dans les Mémoires allégués je n'ai examiné que les cas, où le tuyau est tourné autour d'un axe fixe; mais, puisque le tuyau peut recevoir une infinité d'autres mouvemens, je m'en vais faire l'application à un mouvement quelconque du tuyau.

XXXIII. Ici il faut d'abord bien distinguer le mouvement rélatif du fluide dans le tuyau, de son vrai mouvement; ce mouvement rélatif s'estime de la même maniere, comme si le tuyau étoit en repos;

& le vray mouvement se trouve par la combinaison du mouvement rélatif avec le mouvement du tuyau. De la même maniere le vrai mouvement de chaque element du fluide sera composé de son mouvement rélatif & du mouvement du point du tuyau, où cette particule se trouve à chaque instant. Or les forces qui agissent sur le fluide se raportent à son vrai mouvement, & point du tout à son mouvement rélatif: cependant il est clair, que si le mouvement du tuyau étoit tel, que tous ses points fussent portés avec des vitesses égales & uniformes suivant la même direction, ou que tout l'espace qui contient le tuyau, se mût uniformement selon la même direction, le vrai mouvement du fluide demanderoit les mêmes forces, que le mouvement rélatif: ou bien le mouvement relatif subiroit les mêmes changemens que son mouvement véritable.

XXXIV. Ce n'est donc, qu'entant que les élémens du tuyau ne se meuvent pas uniformément, & selon la même direction, que le mouvement rélatif du fluide est troublé, entant que le fluide ne reçoit pas les mêmes accélérations que le tuyau. D'où il s'ensuit que le mouvement rélatif sera le même, que si le fluide étoit sollicité, outre les forces qui y agissent immédiatement, par des forces égales & contraires à celles dont le mouvement du tuyau est accéleré ou retardé. Pour rendre cela plus évident, on n'à qu'à considérer une portion de fluide dans un tuyau, & que le tuyau reçoive quelque accélération en avant, alors le fluide demeurera en arrière, & son état relatif dans le tuyau sera le même, que si le fluide étoit poussé en arrière par une accélération égale. Donc, pour déterminer le mouvement rélatif du fluide dans un tuyau mobile, nous n'avons qu'à transporter sur le fluide les forces accélératrices qui agissent sur le tuyau, mais selon des directions opposées.

XXXV. Que le tuyau par un mouvement quelconque soit donc
Fig. 4. parvenu après le tems $= t$, dans la situation FZV, qu'au bout F, soit comme auparavant son amplitude $= ff$, la densité du fluide $= \phi$,
&

& la viteſſe rélative dans le tuyau $= \omega$, & ces quantités ϕ & ω, ſeront des fonctions du tems, comme auſſi les trois coordonnées $OD = a$, $DE = b$, & $EF = c$, par lesquelles eſt déterminé le lieu du bout F au tems $= t$. Qu'à un autre point quelconque Z déterminé par les trois coordonnées $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, ſoit l'amplitude $= rr$, la longueur du tuyau $FZ = s$, & au même tems t, la denſité du fluide en $Z = q$, la viteſſe rélative dans le tuyau $= \vartheta$, & la preſſion $= p$. Donc, pour la continuité du fluide, qui ſe détermine également par le mouvement rélatif, que par l'abſolu, nous aurons cette équation : $rrq\vartheta = ff\phi\omega - \int rrds \left(\frac{dq}{dt}\right)$ pourvû qu'on étende l'intégrale $\int rrds \left(\frac{dq}{dt}\right)$ par la partie FZ, de ſorte qu'elle évanouïſſe en faiſant $x = a$, $y = b$, & $z = c$.

XXXVI. Soit l'élement du fluide en Z, ſollicité par les trois forces accélératrices $ZP = P$, $ZQ = Q$, & $ZR = R$, comme auparavant. Mais pour le mouvement du tuyau, quel qu'il ſoit, qu'on décompoſe le mouvement du point Z, ſelon les mêmes directions, dont les viteſſes ſoient :

ſelon $ZP = u$; ſelon $ZQ = v$; & ſelon $ZR = w$;

j'employe ici les mêmes lettres u, v, w, qui me marquoient auparavant les viteſſes du fluide, puiſque dans ce ſens elles ne ſont plus dans le calcul, & qu'il n'y en a point à craindre de confuſion. Or, puiſque le tuyau eſt ſuppoſé rigide, & ne ſauroit changer de figure pendant ſon mouvement, les trois viteſſes doivent tenir un certain rapport aux coordonnées, & cette conſidération nous fournit les déterminations ſuivantes :

$$u = l + \zeta y - \eta z \,;\quad v = m + \theta z - \zeta x \,;\quad w = n + \eta x - \theta y \,;$$

où les quantités l, m, n, ζ, η, θ, ſont, ou conſtantes, ou des fonctions quelconques du tems t.

XXXVII.

XXXVII. Pour obtenir maintenant les forces accélératrices du point Z du tuyau, il est évident que ces forces seront :

selon ZP $= \frac{du}{dt}$; selon ZQ $= \frac{dv}{dt}$; selon ZR $= \frac{dw}{dt}$;

où du, dv, dw, marquent les changemens des vitesses pendant le tems dt; or pendant ce tems les trois coordonnées x, y, z, qui se rapporteut au point Z prennent les accroissemens $dx = u\,dt$, $dy = v\,dt$, & $dz = w\,dt$; d'où nous aurons :

$$du = dl + y\,d\zeta - z\,d\eta + \zeta v\,dt - \eta w\,dt$$
$$dv = dm + z\,d\theta - x\,d\zeta + \theta w\,dt - \zeta u\,dt$$
$$dw = dn + x\,d\eta - y\,d\theta + \eta u\,dt - \theta v\,dt,$$

& en substituant pour u, v, & w leurs valeurs, nous aurons :

$$\frac{du}{dt} = \frac{dl}{dt} + \frac{y\,d\zeta}{dt} - \frac{z\,d\eta}{dt} + \zeta m - \eta n - (\zeta\zeta + \eta\eta)x + \zeta\theta z + \eta\theta y$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} + \frac{z\,d\theta}{dt} - \frac{x\,d\zeta}{dt} + \theta n - \zeta l - (\theta\theta + \zeta\zeta)y + \theta\eta x + \zeta\eta z$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dn}{dt} + \frac{x\,d\eta}{dt} - \frac{y\,d\theta}{dt} + \eta l - \theta m - (\eta\eta + \theta\theta)z + \eta\zeta y + \theta\zeta x.$$

XXXVIII. Ayant trouvé ces accélérations, nous n'aurons qu'à les soutraire des forces accélératrices P, Q, R, qui agissent immédiatement sur l'elément du fluide, qui se trouve en Z, & de là nous tirerons pour le mouvement rélatif du fluide dans le tuyau mobile l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - \frac{du}{dt}dx - \frac{dv}{dt}dy - \frac{dw}{dt}dz - ds\left(\frac{d\gamma}{dt}\right) - \gamma\,d\gamma,$$

où le tems t est supposé constant; & puisque la figure du tuyau est donnée, les trois variables x, y, z, seront déterminées par la seule s.

On

On n'a donc qu'à substituer pour $\frac{du}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$, & $\frac{dw}{dt}$ les valeurs trouvées, & on aura les équations les plus générales pour le mouvement d'un fluide quelconque dans un tuyau agité d'un mouvement quelconque. Lorsqu'on veut que le tuyau tourne autour d'un axe fixe, ce n'est qu'un cas très particulier de l'hypothese générale, suivant laquelle j'ai établi le mouvement du tuyau tel, qu'il s'étende absolument à tous les mouvemens possibles.

XXXIX. Pour faire voir l'usage de ces formules dans quelque cas plus particulier, supposons d'abord que le fluide soit incompressible, & que sa densité soit partout & toujours la même. Posons donc $\phi = g$, & $q = g$, & l'équation, qui renferme la continuité du fluide, sera $rru = ff\omega$, donc $u = \frac{ff\omega}{rr}$, & $\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{ff}{rr}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$.

Soit de plus $P\,dx + Q\,dy + R\,dz = dV$, & l'intégrale de notre équation différentielle sera :

$$\frac{p}{g} = C + V - \left(\frac{d\omega}{dt}\right)\int\frac{ffds}{rr} - \frac{f^4\omega^2}{2r^4} - \frac{xdl}{dt} - \frac{ydm}{dt} - \frac{zdn}{dt},$$
$$+ \frac{d\zeta}{dt}\int(ydx - xdy) + \frac{d\theta}{dt}\int(zdy - ydz) + \frac{d\eta}{dt}\int(xdz - zdx);$$
$$+ (\zeta m - \eta m)x + (\theta n - \zeta l)y + (\eta l - \theta m)z$$
$$- \tfrac{1}{2}(\zeta\zeta + \eta\eta)xx - \tfrac{1}{2}(\theta\theta + \zeta\zeta)yy - \tfrac{1}{2}(\eta\eta + \theta\theta)zz$$
$$+ \zeta\theta xz + \zeta\eta xy + \eta\zeta yz,$$

où puisque le tems est supposé constant, il faut prendre les intégrales $\int(ydx - xdy)$ &c. de la position du tuyau à chaque instant.

XL. Puisque ce cas est encore trop général, supposons que le tuyau tourne autour de l'axe OC, en sorte qu'après le tems $= t$, la vitesse de rotation à la distance $= e$ soit $= v$, & la vitesse de rotation du point Z, dont la distance à l'axe OC est $= \sqrt{(xx + yy)}$,

 sera

sera $= \frac{v}{e} \sqrt{(xx + yy)}$, d'où nous tirerons ses vitesses derivées $u = \frac{vy}{e}$, $v = -\frac{vx}{e}$, & $w = 0$; de sorte que pour ce cas on aura:

$l = 0$; $m = 0$; $n = 0$; $\zeta = \frac{v}{e}$; $\eta = 0$; $\theta = 0$;

& partant nous aurons pour le mouvement rélatif du fluide dans ce tuyau cette équation :

$$\frac{p}{g} = C + V - \left(\frac{dw}{dt}\right) \int \frac{ffds}{rr} - \frac{f^4 d\omega^2}{2r^4} + \frac{dv}{edt} \int (ydx - xdy)$$
$$- \frac{vv}{2ee}(xx + yy),$$

où la constante peut encore renfermer le tems t d'une maniere quelconque.

XLI. Considérons la position initiale du tuyau, où le lieu du point Z ait été exprimé par les trois coordonnées X, Y, Z, & pendant le tems t le point Z ou Y aura décrit autour de l'axe OC un angle ψ, de sorte que $d\psi = \frac{vdt}{e}$, & $\psi = \int \frac{vdt}{e}$, d'où après le tems t, les coordonnées pour le point Z seront :

$x = X \cos\psi - Y \sin\psi$; $y = X \sin\psi + Y \cos\psi$; $z = Z$;

& partant $xx + yy = XX + YY$. De plus à cause de $dx = dX \cos\psi - dY \sin\psi$; & $dy = dX \sin\psi + dY \cos\psi$, nous aurons : $ydx - xdy = YdX - XdY$.

Donc, par l'équation pour la figure & situation du tuyau au commencement, nous aurons :

$$\frac{p}{g} = C + V - \left(\frac{dw}{dt}\right) \int \frac{ffds}{rr} - \frac{f^4 w^2}{2r^4} + \frac{dv}{edt} \int (YdX - XdY)$$
$$- \frac{vv}{2ee}(XX + YY),$$

XLII.

XLII. On peut rapporter ici encore une autre question de la derniere importance en plusieurs occasions, qui roule sur la force de réaction que le vaisseau soutient des pressions du fluide, qui y est contenu. Comme cette réaction est le résultat de toutes les pressions du fluide sur les parois du vaisseau, on la pourroit déduire de l'expression générale, qui donne la pression du fluide en chaque endroit : or cette détermination deviendroit souvent trop épineuse, & même impraticable. Mais j'ai exposé ailleurs une autre méthode fort simple pour arriver à ce but, qui est fondée sur cette belle propriété, que la réaction sur le vaisseau est égale à la somme de toutes les forces, qui agissent sur le fluide, moins celles qui sont requises à maintenir son mouvement. De là si u, v, w, marquent les trois vitesses du vray mouvement du fluide en Z, puisque l'élément de la masse y est $= qrrds$, la réaction qui résulte de cet élément se réduira à ces trois forces :

$$\text{selon } ZP = qrrds\left(P - \left(\frac{du}{dt}\right)\right); \text{ selon } ZQ = qrrds\left(Q - \left(\frac{dv}{dt}\right)\right)$$

$$\& \text{ selon } ZR = qrrds\left(R - \left(\frac{dw}{dt}\right)\right).$$

XLIII. On peut de même résoudre la question en général, lorsqu'on demande les forces, qu'un vaisseau quelconque soutient du fluide, qui s'y trouve agité d'une maniere quelconque. Car d'abord le vaisseau soutient les forces externes, qui agissent par le moyen des pistons sur le fluide ; ensuite le vaisseau soutiendra aussi de la part de chaque élément du fluide en Z, dont la masse peut être représentée par $q\,dx\,dy\,dz$, & que j'appellerai $= dM$, de certaines forces, qui se réduisent à trois, suivant les directions ZP, ZQ & ZR, & ces forces élémentaires seront Fig. 2.

$$\text{selon } ZP = dM\left(P - \left(\frac{du}{dt}\right)\right); \text{ selon } ZQ = dM\left(Q - \left(\frac{dv}{dt}\right)\right)$$

$$\& \text{ selon } ZR = dM\left(R - \left(\frac{dw}{dt}\right)\right).$$

On n'a donc qu'à prendre les intégrales de ces formules, & les étendre par toute la masse fluide contenue dans le vaisseau, pour avoir conjointement avec les forces des pistons la force totale de la réaction.

XLIV. J'ai déjà remarqué que presque tous les cas du mouvement des fluides, qu'on a traités jusqu'ici, se réduisent à celui d'un tuyau infiniment étroit, que je viens de déveloper. Outre celui-là on n'en trouve guères, qu'on ait considéré. Or, pour y arriver il faut très considérablement limiter nos équations générales. Car d'abord il faut supposer le fluide incompressible, ou sa densité q constante, tant par rapport au tems qu'au lieu; posons donc $q = g$. Ensuite il faut supposer le mouvement du fluide permanent, ou tel qu'au même endroit les trois vitesses u, v, w, avec la pression p, demeurent toujours les mêmes, quoiqu'il passe continuellement d'autres élémens du fluide par le même point: de sorte que $\left(\frac{du}{dt}\right) = 0$, $\left(\frac{dv}{dt}\right) = 0$, & $\left(\frac{dw}{dt}\right) = 0$. Le tems n'entrera donc plus en considération, & toutes les quantités que nous aurons à déterminer, ne seront que des fonctions des trois variables x, y, & z; ce sont les trois vitesses u, v, w, avec la hauteur p, qui expriment la pression dans chaque point Z.

XLV. Nous aurons donc pour les quantités X, Y, & Z, les valeurs suivantes:

$$X = u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$Y = u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$Z = u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right),$$

&

& nos deux équations, qui renferment le mouvement du fluide, seront:

$$\frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz - Xdx - Ydy - Zdz,$$

& $$\left(\frac{du}{dx}\right) + \left(\frac{dv}{dy}\right) + \left(\frac{dw}{dz}\right) = 0,$$

Donc, la premiere équation devant être intégrable, il faut qu'il soit

$$\left(\frac{dP-dX}{dy}\right) = \left(\frac{dQ-dY}{dx}\right); \left(\frac{dP-dX}{dz}\right) = \left(\frac{dR-dZ}{dx}\right); \left(\frac{dQ-dY}{dz}\right) = \left(\frac{dR-dZ}{dy}\right)$$

Or si les forces, dont le fluide est sollicité, sont réelles, la partie $Pdx + Qdy + Rdz$ est toujours intégrable d'elle-même, & l'intégrale que j'indique par V, marque l'effort des forces sollicitantes.

XLVI. Or, puisque le mouvement du fluide est supposé permanent, toutes les particules, qui passent successivement par le point Z, décriront la même route. Ou si nous concevons dans le fluide une section fixe B O C, toutes les particules qui passent par le même point F de cette section, se mouvront selon la même ligne F Z V. Introduisons donc cette ligne F Z V dans le calcul; & soient pour le point F les coordonnées $OE = b$ & $EF = c$, qui sont constantes pour la même courbe F Z V, mais variables de toutes les manieres possibles pour des courbes différentes. Pour un point quelconque Z de cette courbe soient les trois coordonnées $OX = x$; $XY = y$ & $YZ = z$, & la nature de cette courbe sera exprimée par deux équations entre x, y, & z qui renfermeront outre cela les deux constantes b & c, comme ses parametres; d'où l'on pourra déterminer l'une & l'autre séparément par les trois coordonnées x, y & z. Soient donc les formules différentielles, qui en résultent: Fig. 2.

$$db = Ldx + Mdy + Ndz \quad \& \quad dc = ldx + mdy + ndz$$

où L, M, N, l, m, n, seront des fonctions des seules coordonnées x, y, z.

 XLVII.

XLVII. Puisque la particule en Z se meut suivant la direction de la courbe Z z, ses trois vitesses u, v, & w, tiendront entr'elles le même rapport, que les différentiels dx, dy & dz, entant qu'ils regardent la même courbe. Or, ayant dans ce cas $db = 0$ & $dc = 0$, nous aurons :

$$Ln\,dx + Mn\,dy = Nl\,dx + Nm\,dy; \text{ ou } \frac{dy}{dx} = \frac{Ln - Nl}{Nm - Mn}$$

$$Lm\,dx + Nm\,dz = Ml\,dx + Mn\,dz; \text{ ou } \frac{dz}{dx} = -\frac{Lm + Ml}{Nm - Mn}$$

d'où nous tirons :

$$dx : dy : dz = Nm - Mn : Ln - Nl : Ml - Lm$$

Posons donc :

$$u = K(Nm - Mn);\; v = K(Ln - Nl);\; w = K(Ml - Lm)$$

où il est encore incertain, si le facteur commun K dépend uniquement des quantités constantes b & c, ou outre cela encore des coordonnées x, y & z, ce qu'il faut décider par l'équation tirée de la continuité du fluide.

XLVIII. Mais, pour avoir la valeur de $\left(\frac{du}{dx}\right)$, il faut regarder la seule x comme variable, & les deux autres y & z comme constantes, d'où cette considération s'étend sur les courbes voisines, & suppose par conséquent variables les quantités b & c; d'où nous aurons $db = L\,dx$ & $dc = l\,dx$. Or nous verrons bientôt que le facteur K doit être une fonction de b & c. Soit donc ;

$$dK = B\,db + C\,dc$$

& puisque les autres quantités L, M, N, & l, m, n dépendent uniquement des trois coordonnées x, y & z, nous aurons :

$$\left(\frac{du}{dx}\right) = (BL + Cl)(Nm - Mn) + K\left(N\left(\frac{dm}{dx}\right) + m\left(\frac{dN}{dx}\right) - M\left(\frac{dn}{dx}\right) - n\left(\frac{dM}{dx}\right)\right)$$

 De

De la même maniere on trouvera :

$$\left(\frac{dv}{dy}\right)=(BM+Cn)(Ln-Nl)+K\left(L\left(\frac{dn}{dy}\right)+n\left(\frac{dL}{dy}\right)-N\left(\frac{dl}{dy}\right)-l\left(\frac{dN}{dy}\right)\right)$$

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)=(BN+Cn)(Ml-Lm)+K\left(M\left(\frac{dl}{dz}\right)+l\left(\frac{dM}{dz}\right)-L\left(\frac{dm}{dz}\right)-m\left(\frac{dL}{dz}\right)\right)$$

& la somme de ces trois formules doit être égale à zero.

XLIX. Or la somme des trois premiers membres se détruit visiblement ; & pour les derniers membres, si nous considérons, que les formules différentielles $Ldx+Mdy+Ndz$ & $ldx+mdy+ndz$ doivent être intégrables, on aura :

$$\left(\frac{dm}{dx}\right)=\left(\frac{dl}{dy}\right);\ \left(\frac{dn}{dx}\right)=\left(\frac{dl}{dz}\right);\ \left(\frac{dn}{dy}\right)=\left(\frac{dm}{dz}\right),$$

$$\left(\frac{dM}{dx}\right)=\left(\frac{dL}{dy}\right);\ \left(\frac{dN}{dx}\right)=\left(\frac{dL}{dz}\right);\ \left(\frac{dN}{dy}\right)=\left(\frac{dM}{dz}\right),$$

& partant les trois derniers membres se détruisent aussi d'eux mêmes. D'où je concluds que K est uniquement fonction de b & c, comme j'ai supposé. Car si l'on croyoit, que K pût aussi renfermer x, y, & z, je remarque dabord, que par le moyen des deux équations entre b, c, x, y, z, on en pourroit éliminer deux, de sorte que K ne seroit fonction que de b, c, & d'une des trois x, y, z. Or si s'étoit x, on auroit outre les termes qui se détruisent encore $\left(\frac{dK}{dx}\right)(Nm-Mn)$, & ainsi des deux autres, d'où il est évident, que K doit uniquement dépendre des deux quantités b & c.

L. Prenant donc pour K une fonction quelconque de b & c, nous avons déjà des valeurs générales pour les trois vitesses :

$u=K(Nm-Mn)$; $v=K(Ln-Nl)$; $w=K(Ml-Lm)$

qui

qui satisfont à la formule, que la continuité du fluide nous a fournie. Mais pour l'autre équation différentielle, je remarque que si l'on considéroit la seule x comme variable, & qu'on intégrât la formule, on trouveroit la vraye intégrale, pourvu qu'on fit entrer les deux autres variables y & z dans la constante, que l'intégration entraine. Dans ce cas on opéreroit de la même maniere, comme si l'on vouloit seulement chercher la pression pour les endroits, où y & z sont de même valeur, ou qu'on voulut chercher la pression pour une ligne droite parallele à l'axe O A. De la même maniere on pourroit trouver l'intégrale, en supposant x & y, ou x & z, constantes, ou en général pour une ligne quelconque, qu'on conçoit tirée par le fluide.

LI. En conséquence de cela nous pourrons aussi trouver l'intégrale, en ne considérant que la seule ligne FZV, ou en regardant les quantités b & c comme constantes. Or, puisque alors les quantités y & z dépendent de x, si la variabilité de la seule x donne $\left(\frac{du}{dx}\right)$, $\left(\frac{dv}{dx}\right)$, $\left(\frac{dw}{dx}\right)$, les formules $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$ &c. deviendront nulles; d'où nous tirons:

$$Xdx + Ydy + Zdz = udx\left(\frac{du}{dx}\right) + udy\left(\frac{dv}{dx}\right) + udz\left(\frac{dw}{dx}\right).$$

Mais dans ce cas ayant $u : v : w = dx : dy : dz$, & partant $udy = vdx$ & $udz = wdx$, cette formule devient

$$Xdx + Ydy + Zdz = udx\left(\frac{du}{dx}\right) + vdx\left(\frac{dv}{dx}\right) + wdx\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$= dx\left(\frac{udu + vdv + wdw}{dx}\right) = dx\left(\frac{\mathfrak{v}d\mathfrak{v}}{dx}\right),$$

si nous prenons $\mathfrak{v}$ pour marquer la vitesse vraye du fluide en Z. Donc, si nous posons $Pdx + Qdy + Rdz = dV$, l'intégrale de notre équation différentielle sera $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}\mathfrak{v}\mathfrak{v} + D$,

où D est une certaine fonction des quantités b & c.

LII.

LII. Cette même intégrale se trouve aussi, sans que nous négligions les formules $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$ &c. pourvu que nous remarquions que pour les vitesses du fluide dans la ligne FZV il y a

$$u\,dy = v\,dx\,; \quad u\,dz = w\,dx \quad \& \quad v\,dz = w\,dy$$

Car alors la formule $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$ se change en celle-cy :

$$u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right)+u\,dy\left(\frac{du}{dy}\right)+u\,dz\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$v\,dx\left(\frac{dv}{dx}\right)+v\,dy\left(\frac{dv}{dy}\right)+v\,dz\left(\frac{dv}{dz}\right) = \mathfrak{v}\,dx\left(\frac{d\mathfrak{v}}{dx}\right)+\mathfrak{v}\,dy\left(\frac{d\mathfrak{v}}{dy}\right)+\mathfrak{v}\,dz\left(\frac{d\mathfrak{v}}{dz}\right)$$

$$w\,dx\left(\frac{dw}{dx}\right)+w\,dy\left(\frac{dw}{dy}\right)+w\,dz\left(\frac{dw}{dz}\right),$$

dont l'intégrale est évidemment $\frac{1}{2}\,\mathfrak{v}\,\mathfrak{v}$: & nous aurons comme cy-dessus : $\quad \frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}\,\mathfrak{v}\,\mathfrak{v} + D.$

Or, puisque nous avons ici traité comme constantes les quantités b & c, la constante D renfermera ces quantités.

LIII. Donc, pour la même ligne courbe FZV, puisque la valeur de D est constante, nous pourrons comparer entr'elles les pressions du fluide dans tous les points de cette ligne, de sorte que si nous savions la pression dans un seul point, nous en pourrions conclure la pression dans tous les autres. Car d'abord nous avons pour chaque point la valeur de V, & la figure de la ligne FZV nous donne à connoitre par les équationis $L\,dx + M\,dy + N\,dz = 0$ & $l\,dx + m\,dy + n\,dz = 0$ les trois vitesses u, v, w, d'où nous tirons :

$$\mathfrak{v}\,\mathfrak{v} = KK\left\{\begin{matrix} LL(mm+nn) + MM(ll+nn) + NN(ll+mm) \\ -\,2\,LM\,lm - 2\,LN\,ln - 2\,MN\,mn \end{matrix}\right\},$$

 où

où K est aussi une quantité constante par toute l'étendue de la courbe F Z V, & $\frac{1}{2}\vartheta\vartheta$ indique, comme j'ai déjà remarqué la hauteur duë à la vitesse ϑ, ou celle de laquelle un grave tombant acquiert la même vitesse ϑ.

LIV. L'équation trouvée $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}\vartheta\vartheta + D$ sera donc la véritable intégrale de notre équation différentielle, pourvu qu'on assigne à D la juste valeur qui lui convient. Ou bien cette fonction de b & c doit être telle, qu'en différentiant l'équation trouvée, en supposant aussi b & c variables, on parvienne précisément à notre équation différentielle. Donc il faut qu'il soit $\vartheta d\vartheta - dD = Xdx + Ydy + Zdz$; ce qui donne

$$
\begin{aligned}
dD = {} & (udy - vdx)\left(\frac{du}{dy}\right) + (udz - wdx)\left(\frac{du}{dz}\right) \\
& + (vdy - udy)\left(\frac{dv}{dx}\right) + (vdz - wdy)\left(\frac{dv}{dz}\right) \\
& + (wdx - udz)\left(\frac{dw}{dx}\right) + (wdy - vdz)\left(\frac{dw}{dy}\right),
\end{aligned}
$$

ou bien :

$$
\begin{aligned}
dD = {} & (udy - vdx)\left(\left(\frac{du}{dy}\right) - \left(\frac{dv}{dx}\right)\right) + (vdz - wdy)\left(\left(\frac{dv}{dz}\right) - \left(\frac{dw}{dy}\right)\right) \\
& + (wdx - udz)\left(\left(\frac{dw}{dx}\right) - \left(\frac{du}{dz}\right)\right).
\end{aligned}
$$

LV. Puisque D est fonction de b & c, posons $dD = Edb + Fdc$, & remettant pour db & dc leurs valeurs, nous aurons :

$$dD = (EL + Fl)dx + (EM + Fm)dy + (EN + Fn)dz$$

ce différentiel devant être égal à celui que nous venons de trouver, nous en tirerons les trois égalités suivantes :

$$EL + Fl = v\left(\frac{du}{dx}\right) - v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dx}\right) - w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$EM + Fm = w\left(\frac{dw}{dy}\right) - w\left(\frac{dv}{dy}\right) + u\left(\frac{du}{dy}\right) - u\left(\frac{dv}{dx}\right)$$

$$EN + Fn = u\left(\frac{du}{dz}\right) - u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dz}\right) - v\left(\frac{dw}{dy}\right)$$

Ces trois égalités, en les combinant enſemble, & remarquant que

$$Lu + Mv + Nw = 0 \quad \& \quad lu + mv + nw = 0$$

nous les réduiſons à ces deux :

$$\frac{E}{K} = l\left(\frac{dw}{dy}\right) - l\left(\frac{dv}{dz}\right) + m\left(\frac{du}{dz}\right) - m\left(\frac{dw}{dx}\right) + n\left(\frac{du}{dx}\right) - n\left(\frac{du}{dy}\right)$$

$$\frac{F}{K} = L\left(\frac{dw}{dy}\right) - L\left(\frac{dv}{dz}\right) + M\left(\frac{du}{dz}\right) - M\left(\frac{dw}{dx}\right) + N\left(\frac{dv}{dx}\right) - N\left(\frac{du}{dy}\right)$$

LVI. Puiſque E, F, & K, ſont des fonctions de b & c, il faut que ces deux formules ſoient telles, qu'en ſubſtituant pour $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$ &c. leurs valeurs, elles deviennent réductibles aux deux ſeules quantités b & c: c'eſt à dire, que par le moyen des deux équations entre x, y, z, & b, c, les trois quantités x, y & z en puiſſent entierement être éliminées. Donc, pour que cela arrive, il faut que la fonction K obtienne une certaine détermination. Enſuite il faut de plus, que ces deux quantités ou fonctions de b & c ſoient telles, que la formule $Edb + Fdc$ devienne intégrable : & de là on tirera la juſte détermination de la quantité D, & par conſéquent celle de la preſſion p. De là on comprend auſſi, que les deux équations entre x, y, z & b, c ne dependent pas entierement de notre volonté, mais qu'elles exigent certaines conditions, pour que le cas ſoit poſſible.

LVII. Un cas particulier, qui mérite notre attention, eſt lorsque chaque particule du fluide tourne autour de l'axe OC, de ſorte que toutes les lignes FZV ſont des cercles décrits autour de l'axe OC. Nous aurons donc, puisque tous ces cercles ſont en des plans paralleles au plan AOB, $YZ = z = c$, & $xx + yy = bb$; d'où nous tirons $db = \frac{xdx + ydy}{\sqrt{(xx+yy)}}$ & $dc = dz$ & partant:

$$L = \frac{x}{\sqrt{(xx+yy)}};\ M = \frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}},\ N = 0;\ l = 0;\ m = 0;\ n = 1.$$

Donc les viteſſes ſeront:

$$u = -\frac{Ky}{\sqrt{(xx+yy)}};\quad v = \frac{Kx}{\sqrt{(xx+yy)}}\ \&\ w = 0$$

& la viteſſe vraye $\mathfrak{v} = \sqrt{(uu + vv + ww)} = K$. D'où l'on voit que, par toute la periphérie du même cercle, la viteſſe eſt la même, ou que chaque élément du fluide ſe meut d'un mouvement uniforme autour de l'axe OC, dont la viteſſe $\mathfrak{v} = K$ eſt une fonction, tant de la hauteur du cercle $EF = c$ que de ſon rayon $OE = b$.

LVIII. La preſſion du fluide, qui tourne de cette façon autour de l'axe OC, ſera donc en chaque point Z; $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}KK + D$ où la quantité D doit être une certaine fonction de b & c, en ſorte que

$$dD = (udy - vdx)\left(\left(\frac{du}{dy}\right) - \left(\frac{dv}{dx}\right)\right) + vdz\left(\frac{dv}{dz}\right) + udz\left(\frac{du}{dz}\right).$$

Or $udy - vdx = -\frac{Kydy - Kxdx}{\sqrt{(xx+yy)}} = -Kdb$, & $dz = dc$, de plus poſant $dK = Bdb + Cdc = \frac{Bxdx + Bydy}{\sqrt{(xx+yy)}} + Cdz$, nous aurons:

$\left(\frac{du}{dy}\right)$

$$\left(\frac{du}{dy}\right) = -\frac{Kxx}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}} - \frac{Byy}{xx+yy} \;\&\; \left(\frac{dv}{dx}\right) = \frac{Kyy}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}} + \frac{Bxx}{xx+yy}.$$

$$\left(\frac{dv}{dz}\right) = \frac{Cx}{\surd(xx+yy)} \;\&\; \left(\frac{du}{dz}\right) = -\frac{Cy}{\surd(xx+yy)}.$$

Ces valeurs étant substituées donnent, à cause de $b = \surd(xx+yy)$

$$dD = \frac{KKdb}{b} + BKdb + CKdc = \frac{KKdb}{b} + KdK$$

Cette formule devant être intégrable, il faut que K soit une fonction quelconque de b seulement, sans renfermer la hauteur EF $= c$.

LIX. Donc la vitesse par chaque cercle décrit autour de l'axe OC dépend uniquement du rayon de ce cercle ; prenant donc pour K une fonction quelconque du rayon OE $= b$, nous aurons $D = \int \frac{K^2\, db}{b} + \frac{1}{2} KK$; & partant pour la pression nous aurons cette équation :

$$\frac{p}{g} = V + \int \frac{K^2\, db}{b}.$$

Les limites, ou la surface suprème de cette masse fluide sera là, où la pression p évanouït, c'est à dire, où il y aura : $V + \int \frac{K^2\, db}{b} = 0$.

Sous cette surface le fluide se trouvera dans tout l'espace, où la pression p se trouve positive. On voit bien que cette surface sera engendrée par la rotation d'une certaine courbe autour de l'axe OC, & la nature de cette courbe sera exprimée par l'équation $V + \int \frac{KKdb}{b} = 0$.

Or cette même équation, en changeant les constantes, exprime toutes les autres surfaces, où la pression est la même, qu'on appelle les surfaces de niveau.

LX. Soit AZC la génératrice d'une telle surface de niveau, & Fig. 5. qu'on pose OP $= x$, PZ $= y$ & OZ $= z$, de sorte que y marque le rayon du cercle décrit par le point Z autour de l'axe OC ; & soit u la vitesse de ce point, & une fonction quelconque du rayon PZ $= y$. Que le point Z soit attiré au centre O par une force accélératrice Z, qui soit une fonction quelconque de la distance OZ $= z$, & on aura pour la nature de la courbe AZC cette équation

$$-\int Z\,dz + \int \frac{uu\,dy}{y} = 0.$$

Soit, par exemple, $Z = \alpha z^m$ & $u = \beta y^n$, & notre équation sera : $\frac{\beta\beta y^{2n}}{2n} = \frac{\alpha z^{m+1} - \alpha a^{m+1}}{m+1}$, en posant le demi-axe OC $= a$, & de là le demi-diametre de l'équateur OA, qui soit OA $= e$, sera déterminé par cette équation :

$$\frac{(m+1)\beta\beta}{2\alpha n} e^{2n} = e^{m+1} - a^{m+1}$$

ou bien, sachant le demi-diametre de l'équateur OA $= e$, le demi-axe sera : $a = \sqrt[m+1]{\left(e^{m+1} - \frac{(m+1)\beta\beta}{2\alpha n} e^{2n}\right)}$ & si la différence est fort petite, on aura $a = e - \frac{\beta\beta}{2\alpha n} e^{2n-m}$.

LXI. Considérons aussi un fluide qui tourne dans un vaisseau Fig. 6. cylindrique AEFB, autour de son axe OC, qui soit vertical, & que le fluide n'essuye d'autres forces que celle de la gravité. La plus haute surface ACB sera donc concave ; & pour en trouver la nature, posons OP $= z$ & PZ $= y$, & la vitesse rotatoire du point Z, qui soit $= u$, soit une fonction quelconque du rayon PZ $= y$. L'effort de la gravité $= 1$, agissant dans la direction verticale sera $= \int -dz = -z$, d'où l'équation pour la courbe CZA sera :

$\int$

$\int \frac{uu\,dy}{y} = z - a$. Donc, si la vitesse est proportionelle à la distance de l'axe y, ou qu'il soit $u = \frac{y}{\sqrt{c}}$, l'équation sera $yy = 2c(z-a)$; & partant la courbe ACB sera une parabole dont le sommet est en C, & le parametre $= 2c$. Il est évident que les solutions de ces cas sont les mêmes, que celles qu'on a trouvées par les methodes ordinaires.

LXXII. Passons à des cas un peu plus compliqués, & supposons que chaque courbe FZV se trouve toute dans un plan parallele au plan AOB, & que le mouvement par tous les plans paralleles au plan AOB soit le même. On aura donc pour la courbe FZV, premièrement $z = c$, & ensuite une équation entre les deux coordonnées x, y, & le parametre $OE = b$, qui sera indépendante de la hauteur $EF = c$; de cette équation on pourra donc définir b par x & y, d'où nos deux équations différentielles pour toutes les courbes FZV seront : Fig. 2.

$$db = L\,dx + M\,dy \quad \& \quad dc = dz$$

de sorte que $N = 0$, $l = 0$, $m = 0$, & $n = 1$. Donc les trois vitesses du point Z seront :

$$u = -KM; \quad v = KL \quad \& \quad w = 0.$$

D'où, si nous posons $dK = B\,db + C\,dc = BL\,dx + BM\,dy + C\,dz$, nous aurons :

$$\left(\frac{du}{dx}\right) = -BLM - K\left(\frac{dM}{dx}\right); \quad \left(\frac{du}{dy}\right) = -BM^2 - K\left(\frac{dM}{dy}\right) \quad \left(\frac{du}{dz}\right) = -CM$$

$$\left(\frac{dv}{dx}\right) = +BL^2 + K\left(\frac{dL}{dx}\right); \quad \left(\frac{dv}{dy}\right) = BLM + K\left(\frac{dL}{dy}\right); \quad \left(\frac{dv}{dz}\right) = CL.$$

LXIII.

LXIII. Ces valeurs fournissent les formules suivantes :

$$X = K^2 \left(M\left(\frac{dM}{dx}\right) - L\left(\frac{dM}{dy}\right) \right)$$

$$Y = K^2 \left(L\left(\frac{dL}{dy}\right) - M\left(\frac{dL}{dx}\right) \right)$$

& $Z = 0$:

D'où à cause de $\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dM}{dx}\right)$ nous aurons :

$$Xdx + Ydy + Zdz = K^2 \left(Mdx\left(\frac{dM}{dx}\right) - Ldx\left(\frac{dM}{dy}\right) + Ldy\left(\frac{dL}{dy}\right) - Mdy\left(\frac{dL}{dx}\right) \right)$$

Ou bien posant la vraye vitesse $\sqrt{(uu + vv + ww)} = s$, la pression sera exprimée par cette formule $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2} ss + D$, où D est une telle fonction de b & c, que

$$dD = K db \left(B(L^2 + M^2) + K\left(\frac{dL}{dx}\right) + K\left(\frac{dM}{dy}\right) \right) + CK(LL + MM) dc$$

Or $\mathrm{B}\, db + C\, dc = dK$; donc

$$dD = K\, dK\, (LL + MM) + KK\, db \left(\left(\frac{dL}{dx}\right) + \left(\frac{dM}{dy}\right) \right)$$

& partant il faut, que les quantités x & y se puissent entierement éliminer de cette formule, par la relation donnée entre x, y & b.

LXIV. Dans le cas du cercle il est arrivé, que les quantités $LL + MM$ & $\left(\frac{dL}{dx}\right) + \left(\frac{dM}{dy}\right)$ sont devenues réductibles à la seule quantité b : mais, si l'on prend d'autres lignes courbes, on s'appercevra bientôt, que cette réduction ne sauroit avoir lieu que très-rarement. Et il semble que ce soit un des plus difficiles problèmes, de trouver telles équations entre x, y & b, que la valeur trouvée pour dD puisse entierement être delivrée des quantités x & y par le

moyen

moyen de l'équation supposée. Or si cela arrive ou non? on s'affeurera en sorte: Ayant trouvé l'expression différentielle de dD, on substituera pour y sa valeur par b & x; ensuite on verra s'il est possible de poser pour K une telle fonction de b, que tous les termes, qui contiennent encore x, se détruisent tout à fait: quand cela réussit, on aura dD exprimé par une fonction de b multipliée par db, d'où l'on obtiendra enfin aisément l'intégrale.

LXV. Quelque difficile qu'il soit de résoudre cette équation, ou de lui satisfaire par des formules particulieres, on en peut trouver une infinité par une supposition heureuse, qui rend d'abord l'équation différentielle intégrable; au lieu que j'ai commencé ici par satisfaire à l'équation tirée de la continuité. J'ai déjà remarqué que notre équation différentielle devient intégrable, en prenant pour les trois vitesses u, v, w, telles fonctions de x, y, & z, que la formule $udx + vdy + wdz$ admette l'intégration, ce qui se peut faire par une infinité de manieres différentes: car on n'a qu'à prendre à volonté une fonction quelconque de x, y, z, la différentier, & choisir les coëfficiens de dx, dy, & dz, pour les valeurs de u, v, & w. Mais il faut bien prendre garde, qu'on ne donne cette solution pour générale, vû qu'il y a une infinité de mouvemens possibles, où la formule $udx + vdy + wdz$, n'est pas intégrable. Cependant cette supposition est très propre à nous fournir une infinité de solutions particulieres, auxquelles on ne sauroit parvenir par la methode que je viens d'expliquer.

LXVI. Soit donc comme jusqu'ici le fluide incompressible, & sa densité partout & toujours la même $q = g$: & que de plus le mouvement se trouve dans un état permanent, de sorte que le tems n'entre point en considération. Pour ce cas j'ai donné cy-dessus (45) les deux équations, qui renferment les conditions du mouvement. Supposons de plus que la formule $Pdx + Qdy + Rdz$, tirée des forces accélératrices, soit intégrable, l'intégrale étant $= V$ qui exprime l'effort de ces forces. Cela posé;

 Soit

Soit la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ intégrable, à cause de $\left(\frac{du}{dy}\right) = \left(\frac{dv}{dx}\right)$; $\left(\frac{du}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dx}\right)$; $\left(\frac{dv}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dy}\right)$ nous aurons :

$$X = u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dx}\right) + w\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$Y = u\left(\frac{du}{dy}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

$$Z = u\left(\frac{du}{dz}\right) + v\left(\frac{dv}{dz}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

donc $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = u\,du + v\,dv + w\,dw$.

LXVII. Posant donc la vitesse véritable

en $Z = v = \sqrt{(uu + vv + ww)}$

l'intégrale de notre équation différentielle sera :

$$\frac{p}{g} = V - \tfrac{1}{2}vv + C,$$

où C est une telle constante, qui demeure partout & toujours la même. Et de là on reconnoît d'abord, que cette solution n'est que particuliere, vû que nous avons déjà eu des cas, où la pression p n'étoit pas définie par cette forme. Car, si nous comparons cette expression avec l'intégrale générale trouvée ci-dessus $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}vv + D$, nous voyons que l'hypothese présente n'est que ce cas particulier, où D devient égal à une quantité constante, au lieu qu'en géneral la quantité D étoit variable par rapport aux courbes différentes, que les particules du fluide parcourent, quoique pour la même courbe D demeure invariable.

LXVIII.

LXVIII. Cela est aussi évident par l'expression différentielle, qui a été trouvée cy-dessus (54) pour la valeur de dD, qui évanouit ouvertement lorsque $\left(\frac{du}{dy}\right)=\left(\frac{dv}{dx}\right)$; $\left(\frac{dv}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dy}\right)$; $\left(\frac{dw}{dx}\right)=\left(\frac{du}{dz}\right)$ & ce sont les conditions de l'intégrabilité de la formule $udx + vdx + wdz$, de sorte que dans ce cas la quantité D devient en effet constante. Donc, puisque en général elle peut avoir une valeur variable, on se tromperoit fort, si l'on s'imaginoit que l'intégrabilité de la formule $udx + vdy + wdz$ fût une condition absolument nécessaire pour tous les mouvemens des fluides. Mais cette hypothese ne satisfait qu'à l'équation différentielle; & il reste encore à remplir la condition de la continuité contenue dans cette formule: $\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{dv}{dy}\right)+\left(\frac{dw}{dz}\right)=0$. Et partant il s'agit de trouver telles expressions pour u, v, & w, qu'il soit:

I. $udx+vdy+wdz$ intégrable: & II. $\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{dv}{dy}\right)+\left(\frac{dw}{dz}\right)=0$, & alors on aura pour l'état de pression du fluide cette équation:

$$\frac{p}{g}=V-\tfrac{1}{2}ss+C.$$

LXIX. Poursuivons d'abord le cas, où chaque particule du fluide acheve son mouvement dans le même plan, auquel l'axe OC soit perpendiculaire, ou ce qui revient au même, que toute la masse du fluide soit réduite au plan AOB, auquel se fasse aussi le mouvement. Or c'est à ce cas principalement, que se sont attachés ceux, qui ont examiné plus soigneusement le mouvement des fluides. Donc, puisque dans ce cas la vitesse w est nulle, notre hypothese exige de telles valeurs pour les deux autres vitesses u & v, qu'il soit:

I. $udx+vdy$ intégrable, & II. $\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{dv}{dy}\right)=0$,

& alors on aura pour la pression p, l'équation suivante:

$$\frac{p}{g}=V-\tfrac{1}{2}ss+C,$$

pre-

prenant s pour la vraye vitesse de chaque particule, ou $\frac{1}{2}ss$, pour la hauteur duë à cette vitesse, de sorte que $ss = uu + vv$. Mais il ne faut pas penser, que ces deux conditions renferment tous les mouvemens possibles dans le même plan ; car il y a en effet des mouvemens, où la formule $udx + vdy$ n'est pas intégrable.

LXX. Or on satisfait à la formule $\left(\frac{du}{dx}\right) + \left(\frac{dv}{dy}\right) = 0$, en rendant ce différentiel $udy - vdx$ intégrable. Il faut donc que ces deux formules $udx + vdy$ & $udy - vdx$ soient intégrables; ce qu'on obtient par la méthode fort ingénieuse de M. d'*Alembert*. Car, puisqu'il faut que la première, plus la seconde multipliée par $\sqrt{-1}$, soit aussi intégrable, on aura :

$u(dx + dy\sqrt{-1}) + \frac{v}{\sqrt{-1}}(dx + dy\sqrt{-1})$, à rendre intégrable. Et prenant $\sqrt{-1}$ aussi négatif, il faut que ces deux formules :

$\left(u + \frac{v}{\sqrt{-1}}\right)(dx + dy\sqrt{-1})$ & $\left(u - \frac{v}{\sqrt{-1}}\right)(dx - dy\sqrt{-1})$,

soient intégrables ; auxquelles conditions on satisfait en prenant pour $u + \frac{v}{\sqrt{-1}}$ une fonction quelconque de $x + y\sqrt{-1}$, & pour $u - \frac{v}{\sqrt{-1}}$ une fonction quelconque de $x - y\sqrt{-1}$. Or il faut prendre de telles fonctions, que les deux valeurs de u & v deviennent réelles, & que les imaginaires soient détruites.

LXXI. Prenons les ϕ & ψ pour marques des fonctions, & posons :

$$u + \frac{v}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{2}\phi:(x + y\sqrt{-1}) + \frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x + y\sqrt{-1})$$

$$u - \frac{v}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{2}\phi:(x - y\sqrt{-1}) - \frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x - y\sqrt{-1}),$$

&

& nous aurons :

$$u = \tfrac{1}{2}\Phi:(x+y\sqrt{-1})+\tfrac{1}{2}\Phi:(x-y\sqrt{-1})+\frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x+y\sqrt{-1})-\frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x-y\sqrt{-1})$$

$$v = \frac{-1}{2\sqrt{-1}}\Phi:(x+y\sqrt{-1})+\frac{1}{2\sqrt{-1}}\Phi:(x-y\sqrt{-1})+\tfrac{1}{2}\psi:(x+y\sqrt{-1})+\tfrac{1}{2}\psi:(x-y\sqrt{-1})$$

Or si $\Phi:p$ & $\Phi:q$ marquent des fonctions semblables des quantités p & q, de même que $\psi:p$ & $\psi:q$, les imaginaires se détruiront dans nos formules, & u & v seront exprimées par des fonctions réelles de x & y.

LXXII. Or, pour trouver les valeurs réelles que ces expressions renferment, posons la droite $OY = s$, & l'angle $AOY = \omega$, pour avoir $x = s\cos\omega$, & $y = s\sin\omega$; & puisque Fig. 7.

$$x \pm y\sqrt{-1} = s(\cos\omega \pm \sqrt{-1}\,\sin\omega),$$

& une puissance quelconque

$$(x \pm y\sqrt{-1})^n = s^n(\cos n\omega \pm \sqrt{-1}.\sin n\omega),$$

nous aurons en posant

$$\Phi:p = A + Bp + Cp^2 + Dp^3 + Ep^4 + \&c.$$
$$\psi:p = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}p + \mathfrak{C}p^2 + \mathfrak{D}p^3 + \mathfrak{E}p^4 + \&c.$$

pour les vitesses u & v les formules suivantes :

$$u = A + Bs\cos\omega + Css\cos 2\omega + Ds^3\cos 3\omega + Es^4\cos 4\omega + \&c.$$
$$+ \mathfrak{B}s\sin\omega + \mathfrak{C}ss\sin 2\omega + \mathfrak{D}s^3\sin 3\omega + \mathfrak{E}s^4\sin 4\omega + \&c.$$

$$v = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}s\cos\omega + \mathfrak{C}ss\cos 2\omega + \mathfrak{D}s^3\cos 3\omega + \mathfrak{E}s^4\cos 4\omega + \&c.$$
$$- Bs\sin\omega - Css\sin 2\omega - Ds^3\sin 3\omega - Es^4\sin 3\omega + \&c.$$

où l'on peut prendre pour les coëfficiens A, B, C, &c. & $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, &c. des quantités constantes quelconques: & si l'on veut remettre les valeurs $s = \sqrt{(xx+yy)}$; $\sin\omega = \frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$; & $\cos\omega = \frac{x}{\sqrt{(xx+yy)}}$ on obtiendra les vitesses u & v, exprimees par x & y.

LXXIII. De là on pourra aussi trouver une équation pour toutes les courbes, que chaque particule du fluide décrira sur le plan AOB.

AOB. Soit EYV la courbe, que décrit la particule, qui se trouve en Y; & puisque les vitesses fournissent $dx = udt$ & $dy = vdt$; la nature de cette courbe sera exprimée par cette équation $udy - vdx = 0$. Maintenant, si nous substituons pour u & v les valeurs trouvées à cause de $dy = ds \sin\omega + s\,d\omega \cos\omega$, & $dx = ds \cos\omega - s\,d\omega \sin\omega$, nous trouverons de l'équation $udy - vdx = 0$ l'intégrale suivante:

$$O = \pm A s \sin\omega + \tfrac{1}{2} B s^2 \sin 2\omega + \tfrac{1}{3} C s^3 \sin 3\omega + \tfrac{1}{4} D s^4 \sin 4\omega + \&c.$$
$$- \mathfrak{A} s \cos\omega - \tfrac{1}{2} \mathfrak{B} s^2 \cos 2\omega - \tfrac{1}{3} \mathfrak{C} s^3 \cos 3\omega - \tfrac{1}{4} \mathfrak{D} s^4 \cos 4\omega - \&c.$$

où O marque une quantité, qui est bien constante pour toute la courbe EYV, mais pour des courbes diverses elle doit être variable. Elle sera donc comme le paramètre de ces courbes, dont la variabilité fournit toutes les courbes, que tous les élemens du fluide décrivent.

LXXIV. Voilà donc une équation générale pour toutes les courbes, qui peuvent être décrites par les particules du fluide, entant que l'hypothese de l'intégrabilité de la formule $udx + vdy$ est admise. Cette équation est entièrement générale, si l'on y ajoute aussi des termes, où l'exposant de s est, ou négatif, ou rompu, comme $s^{\frac{1}{2}} \sin \frac{1}{2}\omega$, $s^{\frac{1}{3}} \sin \frac{1}{3}\omega$, &c. Car, quand même les fonctions de $x \pm y\sqrt{-1}$ ne seroient, ou rompuës, ou irrationnelles, ou même transcendantes, on les peut toujours convertir en des series infinies, dont les termes renferment des puissances $x \pm y\sqrt{-1}$, & par là on parviendra toujours à une expression semblable à la trouvée. Je remarque de plus, qu'une telle fonction $\log.(x + y\sqrt{-1}) + \log.(x - y\sqrt{-1})$ donneroit $2ls$, & $\frac{1}{\sqrt{-1}} l \frac{x + y\sqrt{-1}}{x - y\sqrt{-1}}$ donneroit 2ω, d'où nous pourrons encore ajouter à nos formules à volonté tels termes αls & $\beta\omega$, qui rendroient les courbes transcendantes.

LXXV. Mais ce qui est le plus important de remarquer sur cette équation, c'est qu'elle renferme toutes les courbes possibles, ou bien le mouvement du fluide peut toujours être tel, qu'une des courbes EYV = 0

soit

soit une ligne donnée. Et c'est par cette propriété, que notre calcul peut être appliqué à un vaisseau d'une figure donnée; car, si le plan, où se trouve le fluide est terminé par la ligne BH, il faut bien que cette ligne BH, soit une de l'infinité des courbes EYV. Comme toutes ces courbes différent entr'elles par la variabilité de la quantité O, on peut concevoir que le cas O = o, donne la courbe proposée BH. Or dans ce cas notre équation peut être réduite à cette forme :

$$o = \phi:(x+y\sqrt{-1}) + \phi:(x-y\sqrt{-1}) + \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:(x+y\sqrt{-1}) - \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:(x-y\sqrt{-1})$$

Il s'agit donc de prouver, que quelle que soit la courbe donnée BH, son équation entre x & y est toujours réductible à cette forme, ou qu'on peut toujours assigner pour ϕ & ψ telles formes de fonctions, que cette équation exprime une ligne donnée.

LXXVI. Pour mettre cela hors de doute, posons $x+y\sqrt{-1} = 2p$ & $x-y\sqrt{-1} = 2q$, de sorte que $x = p+q$ & $y = \frac{p-q}{\sqrt{-1}}$; & substituons ces valeurs pour x & y dans l'équation de la courbe donnée BH. De là nous obtiendrons une équation entre p & q, dans laquelle entreront les deux quantités p & q presque également, la différence ne viendra que du signe $\sqrt{-1}$. De cette équation entre p & q, qu'on cherche premierement p par q, & la résolution des équations, que je suppose ici, donnera $p = Q$, où Q sera une certaine fonction de q. Qu'on cherche ensuite pareillement q par p, pour avoir $q = P$, où P sera une certaine fonction de p, & semblable à la fonction Q au signe $\sqrt{-1}$ près. De ces deux valeurs on pourra former une nouvelle équation $p+q-P-Q = o$; ou encore plus généralement $f:p+f:q-f:P-f:Q = o$, où f est la marque d'une fonction quelconque; & cette équation renfermera encore la courbe donnée BH.

LXXVII. Or, si nous remettons pour p & q leurs valeurs $p = \frac{x+y\sqrt{-1}}{2}$ & $q = \frac{x-y\sqrt{-1}}{2}$, il est évident, que cette équation sera comprise dans la forme : o =

$$= \varphi(x+y\sqrt{-1}) + \varphi:(x-y\sqrt{-1}) + \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:(x+y\sqrt{-1}) - \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:(x-y\sqrt{-1}),$$

ou sans faire la restitution des valeurs p & q, on s'appercevra aisément que l'équation : $f:p + f:q - f:P - f:Q = 0$, est toujours réductible à la forme :

$$\varphi:p + \varphi:q + \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:p - \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:q = 0.$$

Or, ayant réduit l'équation pour la courbe BH à la forme :

$$f:p + f:q - f:P - f:Q = 0,$$

toutes les autres courbes EYV, qui représentent avec la donnée le mouvement du fluide, seront comprises dans cette équation :

$$f:p + f:q - f:P - f:Q = O$$

en donnant à O successivement toutes les valeurs possibles.

LXXVIII. Si nous prenons pour f': la marque d'une autre fonction quelconque, la courbe donnée sera aussi comprise dans cette équation plus générale :

$$\left.\begin{matrix} f:p + f:q - f:P - f:Q \\ + \frac{1}{\sqrt{-1}}f':p - \frac{1}{\sqrt{-1}}f':q + \frac{1}{\sqrt{-1}}f':P - \frac{1}{\sqrt{-1}}f':Q \end{matrix}\right\} = 0,$$

qui sera encore réductible à la forme :

$$\varphi:p + \varphi:q + \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:p - \frac{1}{\sqrt{-1}}\psi:q = 0.$$

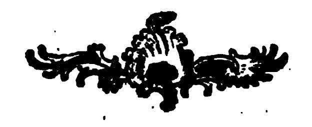
Et alors on aura pour toutes les autres courbes EYV, que le fluide décrit par son mouvement, cette équation :

$$\left.\begin{matrix} f:p + f:q - f:P - f:Q \\ + \frac{1}{\sqrt{-1}}f':p - \frac{1}{\sqrt{-1}}f':q + \frac{1}{\sqrt{-1}}f':P - \frac{1}{\sqrt{-1}}f':Q \end{matrix}\right\} = O,$$

en donnant à O successivement toutes les valeurs possibles.

LXXIX. Par cette réduction générale on voit que, pour la même ligne donnée BH, on peut trouver une infinité de systêmes différens pour les autres courbes EYV, puisque nous pouvons prendre pour les deux marques f, & f' des forces des fonctions quelconques. Il se pourra donc faire que, parmi les autres courbes EYV, il se trouve encore une qui soit donnée. Et cette recherche servira à decouvrir la vraye résistance qu'un corps d'une figure quelconque, placé dans le courant en souffrira; car alors cette autre courbe donnée doit convenir avec la figure du corps. Or, pour trouver la résistance, on n'a qu'à différentier l'équation générale pour les courbes, en supposant O constant, & la comparaison du différentiel avec la forme $udy - vdx = 0$, donnera les valeurs de u & v, d'où l'on tire ensuite la vraye vitesse $s = \sqrt{(uu + vv)}$, & de là la pression du fluide à chaque endroit.

LXXX. Cependant il faut que je le répéte encore une fois, que par ce moyen on n'obtiendra point tous les mouvemens possibles pour chaque figure donnée du plan, où le fluide se meut: on ne trouve que les cas, où la formule $udx + vdy$ est intégrable, & hormis ces cas il y a encore une infinité d'autres, qui renferment également des mouvemens possibles. On comprend aussi aisément, que quand même la figure du canal, & celle du corps qui y est fixé, est donnée, le cas n'est pas encore déterminé: car le mouvement du fluide pourroit être agité & troublé d'une infinité de manieres différentes, de sorte pourtant que le fluide qui touche les bords du canal, & le corps qui y est fixé, en suive toujours la direction par son mouvement: & cette seule réflexion peut suffire pour nous convaincre, que les formules que je viens de trouver, ne sont pas générales.



NOUVELLES ÉQUATIONS
POUR LA PERFECTION DE LA THÉORIE DES SATELLITES DE JUPITER ET POUR LA CORRECTION DES LONGITUDES TERRESTRES DÉTERMINÉES PAR LES OBSERVATIONS DES MÊMES SATELLITES.

PAR M. DE BARROS.

I.

L'Atmosphère qui environne notre Globe, oppose à la lumiere des corps célestes un obstacle, qui devient de plus en plus grand, à mesure qu'ils diminuent de hauteur. Cet obstacle est assés fort pour la lumiere du Soleil, de sorte qu'on peut le regarder sans se blesser la vuë, lorsqu'il est à l'horison. Voilà une chose que tout le Monde sçait; mais on ne s'est jamais douté des dérangemens, que cela doit causer dans la partie de l'Astronomie, d'où dépend principalement, pour le moins jusqu'à présent, la perfection de la Géographie & de la Navigation. C'est des observations des Satellites dont il s'agit dans ce Mémoire: de ces observations dont les tems marqués dépendent entiérement de la quantité de lumiere du Satellite; quantités variables par rapport aux différentes hauteurs du Satellite sur l'horison, par rapport au différent effet des Lunettes, & par rapport à d'autres causes que l'on examinera dans ce Mémoire.

II. J'avois remarqué, qu'à mesure que les émersions des Satellites arrivoient à une moindre hauteur sur l'horison, ils paroissoient employer moins de tems à sortir de l'ombre de Jupiter, & que leur quantité de lumiere, après leur émersion totale, en étoit bien moins considérable.

table. J'avois aussi remarqué, que la lumiere du premier Satellite avoit été une fois entièrement dissipée par l'obstacle, que lui opposoit l'Atmosphère. Rien surement de plus remarquable & de plus naturel ; & il est surprenant qu'aucun Astronome n'ait fait la même remarque. Peut-être y a-t-il quelqu'un qui l'ait faite ; mais, si cela est arrivé, surement il n'a point connu l'extrème conséquence de ce que les tems des observations des Satellites doivent en être sujets à de grands changemens.

III. Il paroitra donc surprenant, que, depuis près d'un siècle que l'on observe les Satellites de Jupiter avec beaucoup de soin, l'on ne se soit pas encore apperçu de ces irrégularités, que les différentes masses d'air, correspondantes aux différentes hauteurs des Satellites, doivent causer dans les tems des observations. Cette considération m'a fait hésiter plus d'une fois sur ce que je voyois moi-même par mes propres expériences ; mais les résultats n'étoient que trop réels pour ne pas m'en convaincre à la fin, étant sûr que ces expériences ne pouvoient être défectueuses que jusqu'à un certain point, au delà duquel il n'est plus possible de douter. Voici mon raisonnement.

IV. Si, après avoir vû le Satellite dans la lunette, l'on met devant l'oculaire une certaine épaisseur de verre, capable de dissiper presqu'entièrement sa lumiere, il est évident qu'à mesure qu'il descendra vers l'horison, il faudra diminuer continuellement l'épaisseur du verre pour pouvoir le voir également foible ; parce que la masse d'air, ou l'obstacle que la lumiere du Satellite a à vaincre, en devient de plus en plus considérable. Je pourrai donc connoitre par ce moyen, quelle est l'épaisseur du verre, qui oppose à la lumiere du Satellite un obstacle égal à celui d'une certaine épaisseur de l'Atmosphère, considérée partout d'un air équivalent à celui d'ici-bas ; d'où je connoitrai aussi la masse d'air, ou l'épaisseur de la colomne de l'Atmosphère, qui dissipe presque tout à fait la lumiere du Satellite ; c'est à dire, la colomne de l'Atmosphere dont l'obstacle le fait presque disparoitre. Cela étant connu, & en supposant la lumiere totale du Satellite exprimée par le tems qu'il employe

 à sor-

tir de l'ombre ; je connoitrai quel est l'obstacle qu'une colomne quelconque de l'Atmosphère oppose à la hauteur correspondante du Satellite sur l'horison, & quel est le tems dont chacune de ces colomnes d'air fait retarder celui des émersions des Satellites, ou fait devancer celui des immersions. Car l'on connoit par d'autres expériences, & par le calcul, la loi de l'augmentation d'épaisseur des différentes masses d'air depuis le zenith jusqu'à l'horison, en considérant les différentes colomnes de l'Atmosphère d'une densité uniforme & équivalente à celle de l'air d'ici-bas. De plus, la lumiere du Satellite diminuant à mesure que l'épaisseur de l'Atmosphère augmente, l'on peut supposer, que la quantité de lumiere que l'Atmosphère dissipe à une hauteur quelconque du Satellite sur l'horison, soit contenuë dans un segment X de l'hémisphère éclairé du Satellite, & que, lorsqu'on observe une émersion à cette hauteur, le Satellite soit déjà sorti de l'ombre de la quantité de ce segment, que ne peut être encore apperçuë, parce que, par la supposition, la quantité de lumiere contenuë dans le même segment est tout à fait dissipée par la colomne de l'Atmosphère correspondante à la hauteur du Satellite. Cela étant supposé, il est évident, que le Satellite changeant de hauteur, & l'épaisseur des colomnes de l'Atmosphère, correspondantes aux différentes hauteurs, variant continuellement, ce segment X que j'appelle segment d'obscuration, doit aussi varier continuellement de grandeur. A mesure que le Satellite diminuë de hauteur, ce segment doit augmenter de plus en plus, jusqu'à devenir égal à l'hemisphère du Satellite, & les tems des émersions du Satellite doivent retarder continuellement, jusqu'à ce que sa lumiere soit tout à fait dissipée. D'où il est évident aussi, que les équations respectives à ces différens segmens doivent augmenter continuellement, jusqu'à ce que la plus grande équation devienne égale au tems que le Satellite emploie à sortir de l'ombre ; & l'on conçoit aisément qu'il doit arriver tout le contraire à l'égard des immersions, c'est à dire, que les tems des immersions apparentes, par rapport à un même obstacle, doivent devancer les tems des vrayes immersions, de la même quantité dont ceux des émersions sont retardés.

V. En-

V. Enfin, comme pour connoître le tems de la plus grande équation, ou le tems du plus grand retard possible des émersions, & celui du plus grand devancement possible des immersions, que l'on suppose dans l'un & l'autre cas depuis l'instant que le Satellite cesse d'être visible, il faut auparavant avoir le tems que le Satellite employe à sortir de l'ombre de Jupiter ; & que nous n'avons ce tems à peu près que par celui de sa révolution periodique, par sa distance au centre de Jupiter, & par la supposition de ce que son diamètre ait été assés exactement déterminé par les observations, l'on voit, qu'il faut supposer tout cela pour conclure le tems, que le Satellite employe à sortir de l'ombre. En supposant donc que le diametre du premier Satellite, qui est celui dont nous traitons ici en particulier, soit le vingtième du diamètre de Jupiter, suivant que M. *Cassini* (*) l'a conclu par différentes observations ; que sa distance au centre de Jupiter soit de $5\frac{2}{3}$ demi-diametres de cette Planete, & que le tems périodique soit de 1j 18h 29m, le tems que le Satellite employe à sortir de l'ombre doit être de 7′ 11″, & par conséquent la plus grande équation doit être de cette quantité.

VI. Voici les expériences en conséquence de ce que nous venons d'établir, faites dans l'Observatoire de M. *de l'Isle*, à l'Hôtel de Clugny, avec un telescope Newtonien de $4\frac{1}{2}$ pieds, & une lunette de 14 pieds, dont l'ouverture de l'objectif n'étoit que de 16 lignes, & le foyer de l'occulaire de 3 pouces $1\frac{1}{2}$ ligne. On trouvera ces proportions un peu différentes de celles dont on se sert ordinairement, ou pour mieux dire, de celles qui paroissent les plus convenables dans cette sorte d'observation ; mais je me suis servi de cette lunette ainsi disposée, parce que j'avois quelqu'autre chose en vuë, & qu'il est indifférent de se servir dans ces expériences d'une lunette disposée d'une façon quelconque, pourvû qu'elle termine bien Jupiter, & qu'on conserve toujours la même disposition.

VII. Mais il falloit connoitre, avant que d'entreprendre les expériences meditées, quelle est l'épaisseur de toutes les colonnes de

 Atmo-

(*) Jean Dominique Cassini.

l'Atmosphère pour tous les degrés depuis le zenith jusqu'à l'horizon, en considérant ces colomnes partout d'une densité uniforme & équivalente à celle de l'air d'ici bas. M. *Bouguer*, dans son Essai sur la gradation de la Lumiere, a déterminé cela en se servant d'une expérience du barometre faite par M. de la *Hire*, sur le Mont-Clairet en Provence, & en suivant l'hypothèse de M. *Mariotte*, qui fait les différentes condensations de l'air exactement proportionelles aux hauteurs dont il est chargé. Ainsi, ce travail étant déjà fait dans l'ouvrage cité, j'ai fait usage de la Table que M. *Bouguer* a donnée à la fin du même Ouvrage, & que j'ai rendu complete, en calculant suivant les formules de cet illustre Auteur les masses d'air, correspondantes à tous les autres degrés qui manquent dans cette Table. Les expériences, que l'on verra ci-après sur la diminution de la lumiere du Satellite à travers différentes masses d'air, s'accordent fort bien avec le résultat de celle de M. de la *Hire* & avec l'hypothese de M. *Mariotte*, qui ont servi d'élémens pour la construction de ladite Table. Il est vray que M. *Bouguer* n'a eu aucun égard à l'inflexion, ou à la courbure que le rayon de lumiere souffre en traversant l'Atmosphère ; mais cela ne doit pas causer une différence bien considerable. Voici donc les expériences qui ont servi à la connoissance de ce qu'il falloit avoir pour construire la Table des équations correspondantes aux différentes hauteurs du Satellite sur l'horizon, & que l'on voit à la fin de ce Mémoire.

EXPÉRIENCE I.

VIII. Le 24 May, je mis devant l'occulaire de la lunette de 54 pieds dont j'ai parlé cy-dessus, six morceaux de verre de la même épaisseur, & de la même qualité, & j'en ai regardé à travers le premier Satellite, lorsque son élévation sur l'horizon étoit à peu près de 35°. 10' ; mais ces verres affoiblissoient si considérablement la lumiere du Satellite, que je ne pouvois le voir qu'assés difficilement. A la hauteur de près de 9° je ne pouvois plus voir le Satellite à travers un seul verre ; j'avois même de la peine à le voir sans verre. Or la colomne de l'Atmosphère à 35°, 10' est de 6770 toises de hauteur, & la colomne

 cor-

correspondante à 9° est de 23975 toises, comme il est marqué dans la Table, la différence de hauteur entre ces deux colonnes est de 17205 toises. Divisant donc ce nombre par 6, nombre des verres qui ont presque tout à fait dissipé la lumiere du Satellite à 35°, 10', l'on a $\frac{17205}{6} = 2867$ toises pour la hauteur de la colonne de l'Atmosphère d'un air équivalent à celui d'ici-bas, qui oppose à la lumiere un obstacle égal à celui d'un verre.

EXPÉRIENCE II.

IX. La même nuit, avec un telescope Newtonien de 4½ pieds de longueur, je pouvois voir encore le même Satellite, à travers huit de ces mêmes verres à 34° de hauteur : je ne pouvois opposer à sa lumiere un plus grand obstacle sans la dissiper tout à fait, & à la hauteur de 12° 30' je ne pouvois voir le Satellite qu'à travers quatre verres; un plus grand obstacle me le faisoit perdre de vuë. Or la colomne de l'Atmosphère à la hauteur de 34° est de 6994 toises, celle à la hauteur de 12°, 30' est de 17768 toises, & la différence entre ces deux colomnes est de 10774 ; mais la différence des nombres des verres dans les deux observations $= 8 - 4 = 4$, l'on a donc $\frac{10774}{4} = 2694$ toises pour la hauteur de la colomne de l'Atmosphère, qui oppose à la lumiere du Satellite un obstacle équivalent à celui d'un verre. Ce résultat ne différe de celui de l'expérience précédente que de 173 toises, ce qui est une différence très peu considérable, eu égard à la difficulté qu'il y a à obtenir plus de précision dans ces expériences.

EXPÉRIENCE III.

X. La nuit du 16. Juin, avec le même telescope, je commençois à perdre de vuë le Satellite, en le regardant à travers sept verres à la hauteur de 16°, & lorsqu'il est descendu à 11°, 20' je ne pouvois le voir à travers cinq verres qu'avec une grande difficulté : la colomne de l'Atmosphère à 16° est de 14000 toises, celle correspondante à

11°,

11°, 26′ est de 19498 toises, & la différence entre ces deux colomnes est de 5498 toises ; mais la différence du nombre des verres dans ces deux observations $= 7 - 5 = 2$; l'on a donc $\frac{5498}{2} = 2749$ toises d'air pour l'obstacle de l'Atmosphère équivalent à un de ces verres, lequel ne différe de celui trouvé par la premiere expérience que de 118 toises.

EXPÉRIENCE IV.

IX. La nuit du 24. Mai, je pouvois voir dans ce même telescope le troisième Satellite à travers sept verres, lorsqu'il se trouvoit à la hauteur de 13°, 30′, quoique avec une grande difficulté, & à la hauteur de 9°, 30′, je le perdois presque de vuë à travers cinq verres. La colomne de l'Atmosphère à 13°, 30′ est de 16512 toises, celle correspondante à 9°, 30′, est de 23043 toises, & la différence entre ces deux colomnes est de 6531 ; mais la différence du nombre des verres dans ces deux observations $= 7 - 5 = 2$, l'on a donc $\frac{6531}{2} = 3265$ toises d'air, pour l'obstacle de l'Atmosphère équivalent à un de ces verres.

XII. Cette derniere expérience est celle qui s'en écarte le plus : j'ai voulu la rapporter tout exprés pour faire voir cette plus grande différence, qui n'est cependant que de 398 toises à l'égard de la premiere de ces expériences. J'ai fait encore d'autres expériences, qui s'accordent assés bien avec les trois premieres, & que je ne rapporte pas, pour juger que c'en est assez de celles-ci. En prenant un milieu entre tous ces résultats, il vient 2894 toises d'air pour l'obstacle équivalent à celui d'un verre ; l'on voit aussi par les deux premieres expériences qu'une colomne d'air d'à peu près de 24000 toises, a fait presque disparoitre le Satellite.

XIII. Nous avons maintenant ce qui est nécessaire pour construire la Table des équations, dont il faut corriger les tems des observations

tions des émersions & immersions des Satellites. L'on trouvera par le calcul, qu'il faut que la lumiere totale du Satellite exprimée par le nombre 431, égal au nombre de secondes qu'il employe à sortir de l'ombre, soit réduite a 207, après avoir traversé une masse d'air de 2894 toises; c'est à dire, qu'une masse d'air de cette épaisseur retarde le tems des émersions du premier Satellite de 3′44″(=224″=431″−207″) dans la lunette de 14 pieds, dont je me suis servi dans ces expériences, & que ce même obstacle fait devancer d'autant le tems des immersions du même Satellite. En faisant un calcul semblable pour chaque colomne d'air, correspondante à chaque degré de hauteur depuis le zenith jusqu'a 9 degrés, l'on trouve l'équation respective à l'obstacle, que chacune de ces colomnes d'air oppose à la lumiere du Satellite; c'est à dire, les tems dont il faut corriger celui des émersions & immersions de ce Satellite à la hauteur où arrivera l'observation. C'est ainsi que j'ai calculé la Table qui est à la fin de ce Mémoire, où l'on trouve l'équation correspondante à chaque degré de hauteur pour une lunette de 14 pieds, disposée de même que celle dont je me suis servi dans ces expériences.

XIV. L'expérience premiere, par laquelle on a vû, que la lumiere du Satellite a presque été tout à fait dissipée à la hauteur à peu près de 9°, nous fait voir le moyen de connoitre l'effet des lunettes dans les observations des Satellites. Que l'on marque le degré de hauteur où le Satellite disparoit dans la lunette dont on veut connoitre l'effet; ce sera là la hauteur où arrivera la plus grande équation pour cette lunette. La colomne d'air correspondante à la hauteur, où la lumiere du satellite aura été presqu'entièrement dissipée, donnera l'expression de l'effet de cette lunette; c'est à dire, l'effet de cette lunette sera d'autant plus ou moins considérable que celui de la lunette de 14 pieds, dont on s'est servi dans la premiére expérience ci-dessus, que la masse d'air correspondante à la hauteur du Satellite, où sa lumiere aura paru presqu'entièrement dissipée dans cette lunette, sera plus ou moins forte: car le milieu à travers laquelle la lumiere passe étant le même, &

& la lumiere étant également dissipée dans chacune de ces lunettes à des hauteurs dont on connoit la masse d'air, ou les obstacles correspondans, il est évident, dis-je, que la quantité de lumiere dans chacune de ces lunettes, ou leur effet respectif à toute autre hauteur, doit être toujours dans le rapport desdites masses d'air. L'on peut considérer l'effet de chaque lunette pour une hauteur quelconque, représenté par une différente logarithmique plus ou moins convergente, ou qui s'approche plus ou moins promptement de son axe, suivant que la lunette reçoit une plus grande quantité de lumiere, ou, pour parler encore plus exactement, suivant l'effet des lunettes dans cette sorte d'observation. Car il arrive souvent qu'une lunette reçoit une plus grande quantité de lumiere qu'une autre, sans que son effet en soit plus considérable; ce qui peut provenir de la qualité des verres, de la composition des miroirs, de la maniere dont les uns & les autres sont travaillés, & de différens ajustemens, ou proportions des oculaires. Cela peut encore provenir d'une autre cause dont il n'est pas nécessaire de parler ici, nous contentant pour le présent de donner le moyen de connoitre l'effet de toutes sortes de lunettes à réfraction, ou à réflexion, qui est ce dont on a besoin pour connoitre les corrections qu'il faut faire aux observations des Satellites par rapport au différent effet des lunettes.

XV. Lors que l'on sera dans un endroit, d'où l'on ne pourra découvrir le Satellite qu'à une certaine hauteur sur l'horizon, dont la colomne d'air correspondante n'est pas assés forte pour dissiper entierement sa lumiere, il n'y aura qu'à en ajouter une certaine épaisseur de verre, dont on connoitra l'obstacle équivalent en masse d'air, lequel étant ajouté à celui de la colomne correspondante à la hauteur où le Satellite disparoit, la somme de ces obstacles donnera l'expression de l'effet de la lunette.

XVI. On doit déjà commencer à voir l'état, où se trouvent les observations des Satellites de Jupiter; ces observations que l'on a faites depuis quatre-vingt ans avec tant d'ardeur pour déterminer les longitudes

tudes terrestres & pour perfectionner la navigation. C'est un vrai cahos sur lequel il faut répandre encore un grand jour pour y voir bien clair.

XVII. Nous avons fait voir, que la correction des tems des observations des Satellites varie avec la hauteur du Satellite sur l'horizon, ce qui est tout à fait opposé à ce que les Astronomes ont pensé jusqu'ici; car personne n'ignore, qu'ils corrigent le tems de ces observations correspondantes par une certaine équation respective à la longueur de la lunette, & que cette équation est toujours de la même quantité. Je crois peu nécessaire d'entrer ici dans l'examen du principe dont ils se sont servis pour établir la quantité de l'équation respective à la longueur de la lunette: nous coupons court sur tout cela, disant en un seul mot que tout ce que l'on a fait pour établir la quantité de cette équation, a été fait à l'aveugle. Nous avons fait voir encore que chaque lunette a son équation différente, variable aussi pour cette lunette à un différent degré de hauteur du Satellite sur l'horizon; d'où il est aisé de conclure que de toutes les observations des Satellites que l'on a faites jusqu'ici, il n'y en aura que très peu qui par hazard auront servi à déterminer avec quelque précision la longitude des lieux où l'on a observé. Examinons cela 1°. ou ces observations ont été faites dans un même lieu avec des lunettes de différentes longueurs, 2°. ou dans différens lieux avec des lunettes de la même longueur, 3°. ou dans différens lieux avec des lunettes de différentes longueurs. Dans tous ces cas la correction des tems des observations n'étant point constante, & la correction pour chaque lunette étant d'une différente quantité de celle qu'on avoit cru, il est clair, que les tems des observations, & par conséquent les positions des lieux, auront été fort dérangés. Ces dérangemens auront dû encore devenir bien plus considérables par la mauvaise application des mêmes corrections dont on ignoroit les principes; parce que dans un grand nombre de ces observations, où il auroit fallu corriger les tems, en les diminuant d'une certaine quantité, on les aura augmenté; & au contraire, lors qu'on auroit dû les aug-

menter, on les aura diminué; & par là les erreurs dans les tems des observations, & dans la détermination des longitudes terrestres, auront dû devenir prodigieuses.

XVIII. Supposons, que dans le premier cas la lunette d'un des Observateurs soit de 14 pieds, & celle de l'autre de 28 pieds, toutes les deux d'un même degré de bonté respective, & disposées de la même façon que celle dont je me suis servi dans la premiere expérience ci-dessus; & que l'on observe une émersion du premier Satellite lorsqu'il est, par exemple, à 13° 30′ de hauteur. La correction du tems correspondante à cette hauteur pour la lunette de 14. pieds se trouve dans la Table de 7′ 4″, & la correction du tems pour la lunette de 28. pieds doit être de ½. 7′ 4″ = 3′ 32″, parce que la quantité de lumiere dans des lunettes disposées de la même façon, étant dans la raison de leurs longueurs, & la quantité des équations de la Table étant réciproquement proportionelle à la différente quantité de lumiere, il est évident que la lunette de 28. pieds doit recevoir dans un même tems une quantité de lumiere double de celle de la lunette de 14. pieds, & que les équations pour cette lunette doivent être moindres de la moitié; mais à toute autre hauteur, ce n'est point 3′ 32″ dont on doit corriger le tems de l'observation par rapport à la différente longueur de ces deux lunettes. A' la hauteur, par exemple, de 60 degrés la correction du tems pour la lunette de 14 pieds est marquée dans la Table de 4′ 54″, & la correction pour celle de 28 pieds ne devant être que de ½. 4′ 54 = 2′ 27″, l'on voit, que la correction du tems pour la différence de longueur de ces deux lunettes sera différente de 1′ 5″, par rapport à la différence de hauteur dans ces deux observations. En supposant le second cas, deux Observateurs qui observent une émersion du premier Satellite avec des lunettes de la même longueur, peuvent différer de beaucoup dans le tems de leurs observations. Car en supposant, que ces Observateurs observent avec des lunettes de 14 pieds, disposées comme celle de la premiere expérience, & que le Satellite se trouve pour l'un de ces Observateurs à la hauteur de

de 50 degrés, & pour l'autre à la hauteur de 20. degrés, la correction du tems pour la premiere de ces deux hauteurs est marquée dans la Table de $5' \ 13''$, & de $6' \ 47''$ pour la seconde, & par conséquent l'Observateur qui aura le Satellite à la hauteur de 20 degrés verra l'émersion de $1' \ 34''$ plus tard que celui qui aura le Satellite à la hauteur de 50 degrés, quoique tous deux observent avec des lunettes de la même longueur. Enfin, supposant le troisième cas, deux Observateurs avec des lunettes de différentes longueurs peuvent observer une émersion du Satellite à la seconde près. Qu'un Observateur observe une émersion du premier Satellite lorsqu'il se trouve à 70 degrés, & que l'autre l'observe à 33 degrés; si le premier de ces deux Observateurs observe avec une lunette de 14 pieds, & le second avec une lunette de 18 pieds, disposée de même que celle de 14 pieds de la premiere expérience, ils pourront voir l'émersion à la seconde près. Car la longueur de ces deux lunettes, ou la quantité de lumiere qu'elles reçoivent dans un même tems pendant que le Satellite sort de l'ombre, est à peu près dans la raison directe des obstacles que l'Atmosphère oppose à la lumiere du Satellite, à ces deux différentes hauteurs; d'où l'on voit que ces deux Observateurs, quoique avec des lunettes de différentes longueurs, doivent marquer le tems de l'émersion presque à la même seconde.

XIX. Les équations pour les différentes lunettes sont toujours dans le rapport des quantités de lumiere, qu'elles reçoivent dans un même tems pendant celui de l'émersion du Satellite; mais leur quantité est variable à mesure que les lunettes varient de longueur, quoique leur longueur soit dans le même rapport: je m'explique avec des exemples. La quantité de l'équation pour une lunette de 14 pieds à la hauteur de 30 degrés est de $6' \ 12''$; & l'équation pour une lunette de 28 pieds à la même hauteur ne doit être que de la moitié, de sorte que la différence des équations de ces deux lunettes, dont l'une a une longueur double de l'autre, est de $3' \ 6''$. Cependant la différence des équations à la même hauteur pour deux lunettes, l'une de 28 pieds,

& l'autre de 56, ne doit être que de 1′ 33″, quoique la derniere de ces deux lunettes ait auſſi une longueur double de l'autre ; l'équation pour la lunette de 28 pieds étant de 3′ 6″, & celle pour la lunette de 56 pieds ne devant être que de 1′ 33″; d'où l'on voit que le rapport des équations eſt comme la longueur des lunettes, mais leur quantité eſt dans la raiſon inverſe de la longueur des mêmes lunettes; c'eſt à dire, que la différence des équations entre des lunettes qui conſervent le même rapport de longueur, diminuë à meſure que la longueur des lunettes augmente, & que cette différence devient de plus en plus grande, à meſure que la longueur des lunettes eſt moindre.

XX. Maintenant on peut voir clair ſur les principes & la quantité des corrections, qu'il faut faire aux tems des émerſions & immerſions du premier Satellite & ſur la maniere dont on doit s'en ſervir. L'on voit qu'elle eſt l'extrême confuſion, où doivent ſe trouver les obſervations des Satellites, & les longitudes des lieux terreſtres déterminées par ces obſervations. Tous les cas que nous venons d'examiner, doivent donner des réſultats fort différens pour les tems des obſervations; cependant point de diſtinction dans tout cela jusqu'à préſent. On augmentoit la différence des tems des obſervations lorsqu'il falloit les diminuer, & on les diminuoit lorsqu'il falloit les augmenter, par le moyen d'une correction dont on ignoroit le principe, la quantité, & l'application. D'autres fois, on aura retranché de fort bonnes obſervations, parce qu'elles ſeroient fort différentes d'un grand nombre d'autres faites dans les mêmes lieux, mais qui néceſſairement devoient en différer de beaucoup à cauſe des différentes circonſtances, la différente hauteur du Satellite ſur l'horizon, & la différente longueur des lunettes.

XXI. Ce que l'on vient d'établir pour le premier Satellite en particulier doit être entendu en général pour les trois autres, dont les corrections qu'il faut faire aux tems des obſervations doivent être d'autant plus conſidérables, que le Satellite a un mouvement periodique

plus

plus lent, & qu'il employe par conséquent plus de tems à sortir de l'ombre. Mais, pour déterminer la quantité des équations pour chaque Satellite avec plus de précision, il faut connoitre mieux qu'on ne le connoit encore la grandeur de leurs diamètres, une petite différence dans la grandeur du diamètre devant produire une différence d'autant plus considérable dans les tems des observations correspondantes, que le Satellite a un mouvement periodique plus lent. D'où l'on voit que, si le diamètre du premier Satellite est moindre que celui dont nous nous sommes servis pour la construction de la Table, les équations seront aussi moindres: cependant les différences qui en proviendront, ne peuvent pas être si considérables que celles des autres Satellites. Car la quantité des équations pour chaque Satellite en particulier doit être dans la raison composée de leurs tems périodiques, & de celle de leurs diamètres. Si l'on suppose le diamètre du quatrième Satellite égal à celui du premier, comme M. *Cassini* l'a aussi conclu par ses observations, l'équation du tems des émersions & immersions du quatrième Satellite près du zenith, observées avec une lunette d'un effet équivalent à celui de la lunette de 14 pieds, cette équation, dis-je, peut monter à près de trois quarts d'heure; c'est à dire, que l'Observateur marquera le tems de l'émersion apparente près de trois quarts d'heure après le tems de l'émersion vraie. Et la plus grande équation de ce Satellite pour cette lunette pouvant monter à plus d'une heure, l'on voit aisément que la différence des tems entre une observation faite au zenith, & une autre à la hauteur de la plus grande équation pour cette lunette, à 9. dégres à peu près, ces deux observations étant faites dans les mêmes circonstances, l'on voit, dis-je, que cette différence des tems peut monter à près d'une demi-heure. Cette différence doit être encore plus considérable, lorsque ces observations seront faites avec des lunettes dont l'effet sera fort différens. On ne doit donc plus s'étonner des prodigieuses différences que l'on trouve dans les tems des observations de ce Satellite, dont on ne sçavoit à quoi attribuer la cause. Enfin, l'on s'apperçoit aisément, que les irrégularités dans les mouvemens du troisième Satellite, respectivement à son diamètre, doi-

doivent être plus considérables que celle des autres Satellites; ce Satellite étant assés sensiblement plus gros que chacun des autres.

XXII. Mais, lorsqu'on fera ces expériences, l'on aura attention aussi à la différente quantité de lumiere du Satellite par rapport à sa distance au Soleil, & à sa distance à la Terre. Cette différente quantité de lumiere du Satellite doit le faire disparoître dans différens tems à différentes hauteurs sur l'horizon, & de là il doit arriver qu'une même lunette doit faire différens effets dans différens tems; c'est à dire, qu'avec une même lunette, quoique le Satellite ait une même hauteur sur l'horizon, le tems des observations doit avancer ou retarder suivant la différente quantité de lumiere du Satellite, laquelle doit être à peu près trois fois plus forte lorsque Jupiter sera le plus proche de la Terre, & en même tems dans sa moindre distance au Soleil, que lorsqu'il s'en trouvera dans ses plus grandes distances, comme il est aisé de voir par le calcul. Cependant les différentes augmentations de lumiere du Satellite pendant le tems de son émersion, étant proportionnelles au tems qu'une même portion du Satellite employe à sortir de l'ombre, comme nous l'avons fait voir ci-dessus, cette variation de lumiere ne change en rien le rapport des équations à l'égard de l'effet des lunettes dans les mêmes observations correspondantes, parce que la variation de lumiere du Satellite est dans chaque lunette toujours proportionnelle à leur effet; de sorte qu'une lunette qui recevra une quantité de lumiere double d'une autre dans un tems, en recevra toujours une quantité de lumiere double dans un tems quelconque, & l'équation respective pour le différent effet de ces deux lunettes doit être toujours dans la même proportion.

XXIII. Mais ce n'est pas la même chose à l'égard de la différence de leurs équations, comme il est aisé de concevoir par ce que nous avons dit dans le paragraphe XX. Car dans les différentes distances de Jupiter au Soleil & à la Terre, une même lunette devant recevoir une plus ou moins grande quantité de lumiere dans un même tems pen-

pendant celui de l'émersion du Satellite, il est clair, par ce que nous en avons dit dans ledit paragraphe, qu'il y doit avoir une variation dans la quantité des équations de la Table par rapport à une même lunette dans différens tems; mais la loi de cette variation est connuë, devant être toujours dans la raison composée des quarrés des distances de Jupiter au Soleil & à la Terre. L'on doit donc augmenter ou diminuer les équations de la Table, ou la différence des équations des lunettes, dans la raison de la quantité de lumiere, que la lunette reçoit dans différens tems, suivant les différentes distances du Satellite au Soleil & à la Terre, ces corrections étant rapportées à la distance du Satellite à la Terre & au Soleil, le 24 Mai 1755 tems de l'expérience qui à servi de fondement à la construction de la Table, c'est à dire, qu'il faut les rapporter au tems de l'expérience où le Satellite à la hauteur à peu près de 9 degrés commençoit à disparoitre dans la lunette de 14 pieds. La diminution de la lumiere du Satellite dans ses plus grandes distances au Soleil & à la Terre étant exprimée par 124368, l'on trouve la diminution de la lumiere du Satellite dans le tems des expériences de cette nuit exprimée par 56666; avec lequel nombre on doit comparer tous les autres nombres, qui exprimeront aussi la raison composée des quarrés des distances du Satellite à la Terre & au Soleil dans un autre tems quelconque, pour avoir le rapport des différentes quantités de lumiere du Satellite dans différens tems, & pour avoir la quantité dont il faudra augmenter ou diminuer les équations de la Table.

XXIV. Il est encore absolument nécessaire d'avoir égard dans ces expériences à la distance du Satellite à Jupiter. Car, à mesure que le Satellite en approche, sa lumiere devient de plus en plus foible, & il paroit diminuer de grandeur. *Galilée* qui a fait, la découverte de ces Satellites, avoit d'abord fait cette remarque; mais on en est resté là, &, depuis ce celébre Philosophe jusqu'à présent, les Astronomes n'ont pas même entrepris d'examiner de combien cette diminution de lumiere peut faire retarder le tems des émersions, & devancer celui des immersions des Satellites. Il est vrai, comme on le conçoit aisément, qu'on eut

eut dû être rebuté dans cette recherche, sans l'avoir fait précéder par tout ce que nous avons fait voir dans ce Mémoire. Voici maintenant la maniere de pouvoir parvenir à cette connoissance importante. Dans le tems que la Satellite sera assés éloigné de Jupiter, par exemple, à un diamètre de cette Planete, l'on dissipera sa lumiere par le moyen des verres que l'on mettra devant l'oculaire de la lunette, & dont on connoitra l'obstacle équivalent en masse d'air. Que l'on fasse la même chose, lorsque le Satellite se trouvera assés près de Jupiter. L'obstacle du verre exprimé en masse d'air, joint à la colomne d'air correspondante à la hauteur où le Satellite se sera trouvé dans le tems de chaque expérience, donnera la totalité de l'obstacle qu'il a falu dans chacune de ces expériences, pour que la lumiere du Satellite fut presque entièrement dissipée; & la différence des obstacles fera connoitre la différente quantité de lumiere du Satellite à ces deux différentes distances de Jupiter; d'où l'on connoitra de combien le Satellite diminue de lumiere à toute autre distance de Jupiter. Car cette diminution doit être dans le rapport des quarrés des distances du Satellite à sa Planete. Cela étant connu, l'on corrigera les équations de la Table de la quantité respective au plus ou moins de lumiere du Satellite, suivant sa distance à Jupiter. Cette correction, qu'il faut faire au tems des émersions & immersions du Satellite, lorsqu'elles arrivent bien près du disque de Jupiter, doit être considérable. La distance du Satellite au disque de Jupiter, lorsqu'il sortit de l'ombre la nuit du 24 Mai, par le calcul, étoit à peu près de 0,95 parties du demi-diamètre de cette Planete; ainsi, quand on aura connu par expérience, de combien le Satellite diminue de lumiere à une certaine distance de Jupiter, l'on sçaura de combien la lumiere du Satellite est affoiblie, lorsqu'il s'en trouvera à une autre distance quelconque, & l'on diminuera les équations de la Table, si le Satellite est plus distant de Jupiter de 0,95 du demi-diamètre de cette Planete; & au contraire on augmentera ces équations, lorsque sa distance en sera plus grande. Le rapport des équations à l'égard des différentes lunettes en est toujours le même; mais la quantité des équations qui constituent ce rapport, est variable dans la raison réciproque

de

de la quantité de lumiere du Satellite, comme nous l'avons déjà dit dans les paragraphes précédents.

XXV. Ce que nous venons de dire, pour connoitre la diminution de la lumiere du Satellite à ses différentes distances à Jupiter, peut servir tout de même pour connoitre la diminution de la lumiere du Satellite à ses différentes distances de la Lune, eu égard aux différentes illuminations de cette Planete, dont on connoit le rapport par le moyen de ses phases. Ainsi, dans les observations où le Satellite sera assés proche de la Lune, on augmentera les équations de la Table dans la raison réciproque de la diminution de sa lumiere.

XXVI. Les équations dont il faudra corriger celles de la Table, & qui proviennent de ces dernieres causes, de la distance de Jupiter à la Terre & au Soleil, de la distance du Satellite à Jupiter, & de la différente illumination de la Lune, lorsqu'elle se trouvera assés proche du Satellite, pour pouvoir affoiblir sa lumiere, ces équations dis-je, ne peuvent être considérables, que lorsque la différence de longueur des lunettes des observations correspondantes, ou en parlant plus généralement, lorsque leur effet en sera différent; & ces équations diminueront de plus en plus, à mesure qu'on se servira de lunettes plus longues, ou qui feront un plus grand effet, quoique leur différence de longueur soit la même que celle entre deux autres lunettes moins longues. Il est fort aisé de conçevoir tout celá, par ce qu'on en a déjà fait voir, & particulièrement par ce qu'on a dit dans les paragraphes XX. & XXIII.

XXVII. Je suis obligé, comme on le voit, de ne faire qu'indiquer ces choses, dont chacune mérite un travail en particulier. J'ai pris le parti de réduire tout ce que j'ai fait sur cette matiere au peu de mots de ce Mémoire, voiant qu'il ne m'étoit pas possible actuellement d'entreprendre un ouvrage complet par rapport à l'étendue qu'il demande. Un examen détaillé de tout cela m'auroit mené trop loin, principalement s'il faloit entrer dans celui de la Théorie même des Sa-

Satellites, fondée sur les observations. L'importance de la matiere & la nécessité même d'un pareil travail ne peut pas manquer de trouver un Astronome doué de tout le zele & de toute la constance nécessaire pour y parvenir. Que l'on répéte les expériences, & qu'on les perfectionne même, si l'on voit qu'elles ont besoin d'être perfectionnées. Mais, indépendamment d'aucune expérience, lorsqu'on voudra connoitre la différence des équations pour deux lunettes à un degré quelconque de hauteur, il ne faut avoir qu'une bonne observation, faite par deux Observateurs exacts & scrupuleux, sur toutes les attentions que l'on doit avoir dans une observation fondamentale, ou qui doit servir de base à toutes les équations dont il faudra corriger le tems des observations correspondantes, faites avec ces deux lunettes, à toute autre hauteur du Satellite sur l'horizon. Car, par ce que nous avons fait voir dans ce Mémoire, il est évident que la différence des tems de l'observation, faite dans un même lieu par deux Observateurs avec des lunettes de différente longueur, ou dans différens lieux avec des lunettes de différente, ou de la même longueur; il est évident, dis-je, que la différence de tems de l'observation pour ces deux lunettes sera toujours à l'équation respective de la Table dans le même rapport pour une autre hauteur quelconque du Satellite sur l'horizon. Voici les formules générales qui dérivent la Théorie de ce Mémoire.

XXVIII. $\Phi - \Lambda = \Theta$, expression générale du tems, dont il faut corriger celui de l'observation par rapport à la hauteur du Satellite sur l'horizon, cette observation étant faite avec une lunette dont l'effet est exprimé par E.

$\Theta \times \frac{E}{F}$, expression générale du tems, dont il faut corriger celui de l'observation par rapport à la hauteur du Satellite sur l'horizon, & par rapport au différent effet de la lunette F.

$\Theta \times \frac{E}{F} \times \frac{A^2 \times B^2}{C^2 \times D^2}$, expression générale du tems, dont il faut corriger celui de l'observation par rapport à la hauteur du Satellite sur

l'ho-

l'horizon, par rapport au différent effet de la lunette F, & par rapport aux distances de Jupiter au Soleil & à la Terre.

$\Theta \times \frac{E}{F} \times \frac{A^2 \times B^2}{C^2 \times D^2} \times \frac{G^2}{H^2}$, expression générale du tems, dont il faut corriger celui de l'observation par rapport à la hauteur du Satellite sur l'horizon, par rapport au différent effet de la lunette F, par rapport aux distances de Jupiter au Soleil & à la Terre, & par rapport à la distance du Satellite à Jupiter.

$\Theta \times \frac{E}{F} \times \frac{A^2 \times B^2}{C^2 \times D^2} \times \frac{G^2}{H^2} \times \frac{P}{N \times Q^2}$, expression générale du tems, dont il faut corriger celui de l'observation par rapport à la hauteur du Satellite sur l'horizon, par rapport au différent effet de la lunette F, par rapport aux distances de Jupiter au Soleil & à la Terre, par rapport à la distance du Satellite à Jupiter, & par rapport à la distance du Satellite à la Lune, & aux différentes illuminations de cette Planete.

L = colomne de l'Atmosphère de 2894 toises d'un air équivalent à celui d'ici-bas, & dont l'obstacle a été trouvé égal à celui d'un verre.

Logarithme T = log. 0,3180, dont le nombre correspondant 2,0798 exprime le rapport de la diminution de la lumiere totale du Satellite à travers une colomne de l'Atmosphére de 2894 toises, d'un air équivalent à celui d'ici-bas.

M, une autre colomne quelconque de l'Atmosphère correspondante à la hauteur du Satellite.

Δ, log. 2,6345 = log. du nombre 431'' = Φ, qui exprime la force de la lumiere totale du Satellite par le tems qu'il employe à sortir de l'ombre.

$\text{Log. } \Delta - \text{Log. } \frac{T \times M}{L} = \text{Log. dont le nombre} = \Lambda.$

Φ − Λ = Θ = diminution de la lumiere du Satellite à la hauteur correspondante à la colomne M.

Bbb 3 E,

E, lunette de 14 pieds, disposée comme celle des expériences, ou en général l'effet de cette lunette exprimé par E.

F, une autre lunette de différente longueur, ou l'effet d'une autre lunette, ou d'un telescope quelconque.

A, distance de Jupiter au Soleil dans un tems quelconque.

B, distance de Jupiter à la Terre dans un tems quelconque.

C, distance de Jupiter au Soleil dans la nuit des expériences, du 24 Mai.

D, distance de Jupiter à la Terre dans la même nuit.

G, distance du Satellite à Jupiter dans le tems des expériences.

H, distance du Satellite à Jupiter dans un autre tems quelconque.

N, diametre de la Lune.

P, Sinus verse de la partie éclairée de la Lune.

Q, distance du Satellite à la Lune.

P. S. Une grande élévation du lieu de l'observation par rapport à l'horizon de la Mer doit encore produire une nouvelle équation, comme il est visible par ce qu'on a établi dans ce Mémoire, les tems des émersions devant arriver plutôt dans les lieux qui auront une plus grande élévation, & ceux des immersions plus tard, toutes les autres circonstances étant d'ailleurs supposées les mêmes : & il doit arriver la même chose par rapport aux différentes hauteurs du Barometre en différens tems dans un même lieu. La hauteur du Barometre dans le tems de l'observation du 24 Mai, étoit de 28,08 pouces, observée par M. *de l'Isle*. Soit donc cette hauteur exprimée par R, celle dans un autre tems, ou dans un autre lieu quelconque, exprimée par S ; en augmentant ou en diminuant la colomne de l'Atmosphère M dans le rapport de $\frac{R}{S}$, & en faisant après le même calcul indiqué par les formules précédentes, l'on aura l'expression générale du tems dont il faut corriger celui de l'observation par rapport à la hauteur M du Satellite sur l'horizon, par rapport à la différente longueur, ou au différent effet des lunettes, par rapport aux distances de Jupiter au Soleil & à la Terre, par rapport

port à la distance du Satellite au disque de Jupiter; par rapport à la distance du Satellite à la Lune, & aux différentes illuminations de cette Planete; & par rapport à la hauteur du Barometre.

L'équation par rapport à la distance du Satellite à la Lune, & par rapport aux différentes illuminations de cette Planete, n'est pas considérable, lorsque cette distance est fort grande. La nuit du 16 Juin la Lune étoit presque dichotome, & elle s'est trouvée distante du Satellite de 4 à 5 degrés pendant le tems des expériences; mais cela n'a causé aucune différence bien sensible dans les tems des différentes émersions observées à travers différentes épaisseurs de verre, après l'émersion observée à la maniere ordinaire. La même chose doit arriver à l'égard de la distance du Satellite à Jupiter, lorsque cette distance sera assés considérable. Ainsi, par les expériences que l'on fera pour déterminer sa diminution de la lumiere du Satellite par rapport à ses différentes distances à Jupiter & à la Lune, l'on déterminera les limites de cet affoiblissement de la lumiere du Satellite; c'est à dire, la distance du Satellite à Jupiter & à la Lune, où sa lumiere reçoit du Satellite un plus grand affoiblissement possible. Cela est nécessaire à connoitre, pour ne pas mettre dans la substitution des termes des formules, des quantités de distances, où la lumiere du Satellite ne reçoit plus de diminution sensible.

Les observations des émersions à travers différentes épaisseurs de verre, m'ont servi a connoitre le tems que le Satellite employoit à sortir de l'ombre; c'est a dire, le tems depuis qu'il commençoit a se faire voir jusqu'à ce qu'il eut recouvré sa plus grande quantité de lumiere respective à sa hauteur sur l'horizon. C'est là le moyen que je me suis imaginé pour pouvoir en juger avec une certaine précision: & ce même moyen m'a servi aussi pour comparer les différentes quantités de lumiere du Satellite à ses différentes hauteurs sur l'horizon, avec les tems qu'il employoit à sortir de l'ombre. J'ai trouvé ces tems un peu trop grands eu égard à ceux qu'il devoit employer suivant l'expérience de la diminution de sa lumiere à travers les masses d'air respectives à ses différentes hauteurs sur l'horizon.

TABLE

des équations du premier Satellite pour tous les degrés de hauteur sur l'horizon, pour une lunette de 14 pieds de longueur, dont l'ouverture de l'objectif est de 1 pouce 4 lignes, & le foyer de l'oculaire 3 pouces 1¼ ligne.

Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici-bas	Corrections correspondantes	Lumiere du Sat. en part. du tems qu'il emploie à sortir de l'ombre	Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici-bas	Corrections correspondantes	Lumiere du Sat. en pa du tems q il emploie sortir d l'ombre
90°	3911	4' 30''	161''	66°	4281	4' 45''	146'
89	3912	4 31	160	65	4315	4 46	145
88	3913	4 31	160	64	4351	4 48	143
87	3916	4 31	160	63	4390	4 48	142
86	3921	4 31	160	62	4430	4 49	141
85	3926	4 31	160	61	4472	4 52	139
84	3933	4 32	159	60	4516	4 54	137
83	3940	4 32	159	59	4563	4 56	135
82	3949	4 32	159	58	4612	4 58	133
81	3952	4 33	158	57	4665	4 59	132
80	3971	4 33	158	56	4728	5 1	130
79	3984	4 34	157	55	4775	5 2	129
78	3998	4 34	157	54	4834	5 4	127
77	4014	4 35	156	53	4897	5 6	125
76	4031	4 35	156	52	4963	5 8	123
75	4049	4 36	155	51	5033	5 11	121
74	4069	4 37	154	50	5106	5 13	118
73	4090	4 38	153	49	5182	5 15	116
72	4112	4 39	152	48	5262	5 17	114
71	4136	4 40	151	47	5347	5 20	111
70	4162	4 41	150	46	5436	5 22	109
69	4189	4 42	149	45	5531	5 25	106
68	4218	4 43	148	44	5630	5 27	104
67	4249	4 44	147	43	5735	5 30	101

Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici-bas	Corrections correspondantes	Lumiere du Sat. en part. du tems qu'il emploie à sortir de l'ombre	Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici-bas	Corrections correspondantes	Lumiere du Sat. en part. du tems qu'il emploie à sortir de l'ombre
42° ′	5845	5′ 33″	98″	19° ′	11890	6′ 50″	21″
41	5961	5 36	95	18	12515	6 53	18
40	6084	5 39	92	17	13220	6 56	15
39	6215	5 42	89	16	14000	6 59	12
38	6353	5 45	86	15	14860	7 1	10
37	6499	5 48	83	14	15880	7 3	8
36	6554	5 51	80	13 30	16512	7 4	7
35 10	6770	5 53	78	13	17012	7 5	6
35	6819	5 55	76	12 30	17768	7 6	5
34	6994	5 58	73	12	18344	7 7	4
33	7181	6 1	70	11 20	19498	7 7	4
32	7380	6 4	67	11	19908	7 8	3
31	7594	6 8	63	10	21745	7 9	2
30	7822	6 12	59	9 30	23043	7 10	1
29	8067	6 15	56	9	23975	7 11	0
28	8331	6 19	52	8	26672	Lun. de 15 pieds 0 pouc.	
27	8614	6 22	49	7	29996	Lun. de 16 pieds [illegible] pouc.	
26	8822	6 26	45	6	34300	Lun. de 17 pieds [illegible] pouc.	
25	9254	6 30	41	5	39893	Lun. de 18 pieds [illegible] pouc.	
24	9616	6 33	38	4	47480	Lun. de 20 pieds 3 pouc.	
23	10010	6 37	34	3	58182	Lun. de 21 pieds [illegible] pouc.	
22	10440	6 40	31	2	74429	Lun. de 22 pieds [illegible] pouc.	
21	10913	6 44	27	1	100930	Lun. de 24 pieds 5 pouc.	
20	11341	6 47	24	0	138823	Lun. de 25 pieds 7 pouc.	

L'on trouve par le calcul, que les différens obstacles de l'Atmosphère au dessous de 9 degrés, doivent faire disparoitre le Satellite dans les lunettes des longueurs marquées dans la petite Table vis à vis ces mêmes obstacles: ces lunettes étant supposées du même degré de bonté, & disposées comme celle de 14 pieds de la premiere expérience, laquelle expérience a servi de principal fondement pour la construction de la Table.

DE LA FIGURE
DES SUPPORTS D'UNE VOUTE,
PAR M. ÆPINUS.

Traduit du Latin.

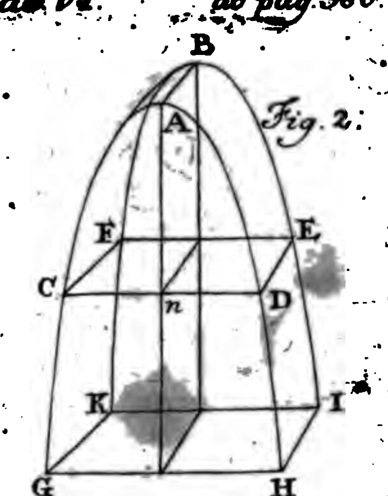
Fig. 1. Si nous supposons une voûte quelconque ADB, de quelque figure qu'elle soit, une de ses parties quelconques, comme *cdef*, agit contre la partie qui lui est contiguë, *gche*, & fait effort pour l'élever, comme cela peut être aisément connu par la doctrine de la résolution & de la composition des forces. Il peut cependant arriver, que cette force ne soit point réduite en acte, lorsque la pesanteur de la partie *gceh* resiste suffisamment, & quelquefois à cause de sa cohésion avec les autres parties. Et ce n'est que lorsque cet état a lieu, par rapport à toutes les parties sans exception, que la voûte est dite être dans un état de consistance.

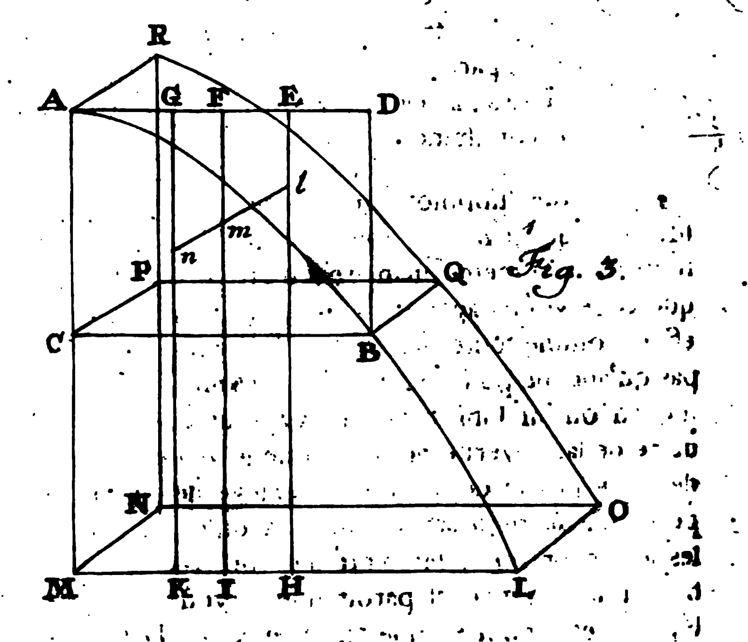
Si nous supposons une semblable voûte, parvenuë à l'état de consistance, qui repose sur les supports AC, BE, elle fait effort contr'eux, de la même maniere qu'un corps unique, de la même figure que cette voûte, agiroit, pour produire la séparation de ces corps. En effet, comme toutes ses parties sont réünies par un lien qui ne permet pas qu'aucune puisse se détacher des autres ; & qu'il en seroit de même, si on lui substituoit un corps unique, il n'est pas difficile de déduire de là, la vérité des idées que je viens de proposer. Si donc aux derniers points de la voûte on éleve des lignes A*f*, B*f*, qui soient perpendiculaires à sa courbure, & qu'on les prolonge jusqu'à ce qu'elles se rencontrent, tant entr'elles, qu'avec HK, tangente de la courbe par le sommet, il paroit que la voûte n'agit pas autrement pour séparer les supports, que feroit le coin H*f*K, égal en pesanteur à la voûte AB; d'où l'on voit sans peine de quelle manière, & avec quelle

force

Tab. VI. *ad pag. 386.*

H ∂ D K
g c
A B
h e f
f
Fig. 1.
m n
p q
C E





Mem. de l'Acad. Tom. XI. pag. 214.

force la voûte agit pour séparer les supports. Cette force de la voûte se divise en deux parties, l'une horizontale, l'autre verticale, dont il n'y a que la premiere, qui déploye son action contre les supports.

Mais il faut que ces supports soyent plus forts dans les points inférieurs que dans ceux d'en-haut. Car posez, par exemple, que le support doive se briser en *mn* ; il est manifeste au premier coup d'œil, que la force appliquée en A agit ici par le moyen d'un levier, dont le point de repos est placé en *m*. Lors donc que le bras du levier vient à s'allonger, il faut que le moment de la force appliquée au levier s'accroisse en même tems ; d'où il paroit clairement, que la force de la voûte, qui est toujours appliquée en A, & doit être censée parallèle à l'horison, tend avec plus de force à rompre le support dans la section inférieure *pq*, que dans une section supérieure quelconque *mn*. Si donc il s'agit de construire un support, qui soit capable de résister suffisamment partout, il doit assurément avoir plus de fermeté dans les points d'embas, que dans ceux qui sont plus élevés.

La résistance du support se déduit d'un double fondement. D'abord il résiste par sa seule gravité. En effet, que le support doive se rompre dans la section *mn*, & que le centre de gravité de la partie A*mn* tombe en *r* ; il saute d'abord aux yeux, que cette pesanteur résiste au mouvement du levier autour du point *m*, & par conséquent, au moins en partie, à la force de la voûte.

Mais il y a encore une autre force, qui conspire avec la force de gravité, sçavoir la cohésion des parties du support dans la section *mn* ; & elle doit aussi entrer en considération, puisque ce n'est qu'après qu'elle est surmontée, que le support vient à se rompre.

Il convient donc, en vertu de ce qui a été dit jusqu'ici, de donner à tout support une telle figure, que la gravité d'une partie quelconque A*mn*, & la cohésion des parties dans la section *mn*, prises ensemble, dans le levier *Amn*, se trouvent en équilibre avec la force horizontale de la voûte.

 Pour

Pour en venir à bout, on n'eſt arrêté que par le calcul qui concerne la cohéſion. Le célébre *Galilée*, qui a le premier traité la doctrine de la réſiſtance des ſolides, imaginoit des corps, dont la cohéſion ne peut être détruite que par un acte unique, c'eſt à dire, des corps parfaitement roides. Cette théorie ne ſçauroit être appliquée aux poutres, aux métaux, & à d'autres corps ſemblables, ſans que la vérité en ſouffre. En effet, ce n'eſt jamais par un ſeul acte que leur cohéſion eſt rompuë, mais on eſt obligé de ſe les repréſenter comme compoſés de filamens propres à entrer dans un état de tenſion, de ſorte que les parties qui ſont autour de *n* ſe rompent les premieres, ſans qu'il en arrive autant à celles qui ſont les plus proches de *m*, parce qu'elles ne ſont pas encore étenduës dans un degré ſuffiſant. Rien n'empéche cependant qu'on ne s'en tienne dans ce cas-ci à la théorie de *Galilée*. Car communément les voûtes ſont poſées ſur des murs, de façon, qu'on ne peut regarder les ſupports comme compoſés de filamens élaſtiques, & que leur cohéſion, ſi elle vient à ſe rompre, y eſt déterminée par un acte unique, tout comme cela arrive aux corps roides.

Ces choſes étant préſuppoſées, je vais m'attacher à déterminer la figure des ſupports, en commençant pourtant par avertir, que je ne veux donner que quelques élémens de cette doctrine, & pour cet effet me borner pour le préſent à la ſolution des trois problèmes. On peut ſuppoſer un ſupport, dont la partie intérieure ſoit terminée par la même courbe que la partie extérieure. Ce cas, comme étant le plus ſimple, eſt celui que je traiterai le premier. La coûtume ordinaire eſt de terminer la partie intérieure des ſupports, non par une courbe, mais par une droite ; ce qui nous conduit à rechercher quelle courbure il faut donner dans cette hypotheſe à la partie externe. A' quoi j'ai ajouté un troiſième problème, par lequel j'ai ſuppoſé la courbure du ſupport tournée vers les parties internes, non que je croye, qu'il ſoit expédient de conſtruire réellement les ſupports de cette façon, mais pour ne pas omettre un cas qui a une grande analogie avec le ſecond.

PRO-

PROBLEME I.

Trouver la courbure d'un support, dans le cas où il est terminé de deux côtés par la même courbe.

SOLUTION.

Soit $An = x$, $Cn = y$, l'épaisseur du support partout la même $= \alpha$, la force de la voûte horizontale appliquée en $A = \beta$, le poids d'un pied cubique d'un mur $= m$, la cohésion d'un pied quarré de ce mur $= n$. On aura $ACD = 2\int y dx$; d'où la solidité du mur ABFCDE $= 2\alpha\int ydx$, & son poids $= 2\alpha m\int ydx$. La cohésion dans la section CDEF sera égale à $2n\alpha y$. Que l'on conçoive le levier ACD, ayant son point de repos en C. La force de gravité, (le centre de gravité étant posé, à cause de la congruence des parties CnA, DnA, dans l'axe) & la force de cohésion dont e centre de gravité est en n, doivent être censées appliquées l'une & l'autre en n. Pour obtenir donc l'équilibre, on fera : Fig. 1.

$$\beta : 2\alpha m\int ydx + 2n\alpha y = y : x,$$

d'où l'on obtient l'équation différentielle :

$$\left.\begin{matrix} +\beta y \\ -2\alpha m y^3 \end{matrix}\right\} dx \left.\begin{matrix} -\beta x \\ -2\alpha n y^2 \end{matrix}\right\} dy = 0.$$

Laquelle, afin qu'elle devienne un différentiel complet, & qu'elle soit intégrable, doit être multipliée par

$$\frac{1}{y^2 V\beta - 2\alpha m y^2)}, \quad \text{\& alors elle devient :}$$

$$\left.\begin{matrix} \dfrac{+\beta}{yV\beta-2\alpha my^2} \\ \dfrac{-2\alpha my}{V\beta-2\alpha my^2} \end{matrix}\right\} dx \left.\begin{matrix} \dfrac{-\beta x}{y^2 V\beta-2\alpha my^2} \\ \dfrac{-2\alpha n}{V\beta-2\alpha my^2} \end{matrix}\right\} dy = 0$$

 dont

dont l'intégrale eſt,

$$\frac{x\sqrt{(\beta - 2\alpha m y^2)}}{y} - \int \frac{2\alpha n dy}{\sqrt{(\beta - 2\alpha m y^2)}} = C.$$

La derniere partie de cette intégrale dépend de la quadrature du cercle, & eſt $= \frac{2\alpha n}{\sqrt{\beta}}$ d'un arc du cercle, dont le ſinus eſt y, le rayon étant $\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{2\alpha m}}$, ou ce qui revient au même $\frac{n\sqrt{2\alpha}}{\sqrt{m}}$ d'un arc dont le ſinus $= \frac{y\sqrt{2\alpha m}}{\sqrt{\beta}}$, le rayon étant $= 1$. D'où naît pour la courbure, l'équation $\frac{x\sqrt{(\beta - 2\alpha m y^2)}}{y} = \frac{2\alpha n}{\sqrt{\beta}}$ d'un arc dont le ſinus eſt y, le rayon étant $= \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{2\alpha m}} + C$. C. *q. f. t.*

COROLLAIRE I.

La conſtante C doit être déterminée, de ce que x & y évanouïſſent en même tems. Que ſi l'on poſe tant x que $y = 0$, il en réſulte $\frac{0}{0}\sqrt{\beta} = C$, d'où, comme la valeur de la fraction $\frac{0}{0}\sqrt{\beta}$ n'eſt pas d'abord manifeſte, la détermination de la conſtante, rencontre quelque difficulté, dont il faut ſe tirer de la maniere ſuivante. Comme on a partout dans la courbe :

$$\beta : 2\alpha m \int y dx + 2\alpha n y = y : x,$$

on aura, après que les deux variables ſeront évanouïes :

$$\beta : \alpha m dy dx + 2\alpha n dy = dy : dx.$$

De là $\beta : 2\alpha n dy = dy : dx$; ce qui prouve que dx par rapport à dy eſt infiniment petit. Si donc on poſe que dans l'équation x & y évanouïſſent en même tems, on aura $\frac{dx}{dy}\sqrt{\beta} = C$, & en poſant dx,

un

un infiniment petit du fecond degré, $C = o$. Or l'on ne fçauroit douter que x & y n'évanouïffent en même tems. Car fi $x = o$, le moment de la force β évanouït, d'où s'enfuit que la force de pefanteur & celle de cohéfion évanouïffent alors en même tems. Mais c'eft ce qui ne fçauroit arriver, à moins que y n'évanouiffe. Car la cohéfion étant $= 2any$, il eft évident, qu'elle ne peut évanouïr à moins que y ne foit fait $= o$.

COROLLAIRE 2.

Pofant $x = \infty$, y devient $= \frac{V\beta}{V2am} =$ au rayon du cercle.

PROBLEME II.

Trouver la courbure du fupport, lorsqu'il eft terminé intérieurement par une ligne droite.

SOLUTION.

Les déterminations étant pofées dans la Propofition précedente, & les lignes AD, DB étant tirées, foit le centre de gravité de la partie ADB en l, celui de la partie ABC en n, & celui de tout le parallelogramme ADBC en m. Qu'on tire les verticales EH, FI, GK, on aura: $AF = \frac{y}{2}$, $AE = \frac{\int yxdy}{\int xdy}$, d'où $FE = \frac{\int yxdy}{\int xdy} - \frac{y}{2}$. Fig. 3.

Or, par les Principes de la Statique $ABC : ADB = FE : FG$; & de là $FG = \frac{2\int yxdy - y\int xdy}{2\int ydx}$, & $DG = \frac{2y\int ydx - xy^2 + 2\int xydy}{2\int ydx}$.

Le poids de la partie ABC étant donc $= am\int ydx$, le moment du poids fera $= \frac{2amy\int ydx - amxy^2 + 2am\int yxdy}{2}$. Le moment de la cohéfion eft $\frac{nay^2}{2}$, & la force de la voûte βx. On aura donc

$$2amy\int ydx - amxy^2 + 2am\int yxdy + nay^2 = 2\beta x,$$

donc

dont prenant le différentiel, on trouve

$$2amdy\int ydx + amy^2 dx + 2naydy = 2\beta dx$$

Qu'on pose $\int ydx = z$, & en substituant la valeur, on aura

$$2amyzdy + amy^2 dz + 2nay^2 dy = 2\beta dz,$$

dont l'intégrale est $z = \frac{2nay^3}{6\beta - 3amy^2}$. dz sera donc $= \frac{36na\beta y^2 dy - 6nma^2 y^4 dy}{(6\beta - 3amy^2)^2}$, & en restituant la valeur de z,

$dx = \frac{36na\beta ydy - 6nma^2 y^3 dy}{(6\beta - 3amy^2)^2}$, d'où l'on obtient

$$x = \frac{2nay^2}{6\beta - 3amy^2} - \frac{n}{3m} l(6\beta - 3amy^2) + C.$$

La constante déterminée de ce que x & y évanouissent ensemble, devient $= \frac{n}{3m} l\, 6\beta$. C. *q. f. t.*

COROLLAIRE I.

Si l'on fait $y^2 = \frac{6\beta}{3am}$, on aura $x = \infty - \infty + C$.

Il nait donc dans ce cas une difficulté sur la valeur de x, parce que la différence des deux ∞ peut être également finie & infinie. Ce nœud se résout de la maniere suivante. Comme on a montré que z est $= \frac{2nay^3}{6\beta - 3amy^2}$, on aura, en prenant $y^2 = \frac{6\beta}{3am}$, $z = \infty$: Or z est $= \int ydx$, qui ne sçauroit être infini, à moins que y ou x ne devienne infini. Ainsi, y ayant dans ce cas une valeur finie, x sera nécessairement $= \infty$.

COROLLAIRE 2.

J'ai obtenu l'intégrale de l'équation $dx = \frac{36na\beta ydy - 6nma^2 y^3 dy}{(6\beta - 3amy^2)^2}$ par

par un théorème général, qui n'est pas difficile à démontrer, en vertu duquel $\int \frac{A t^{S-1} dt + D t^{S+\pi-1} dt}{(B + C t^{\pi})^2}$ est $=$ $\frac{(AC + BD) t^S}{\pi CB (B + C t^{\pi})} + \frac{(\pi - SC) AC + SBD}{\pi c B} \int \frac{t^{S-1} dt}{B + C t^{\pi}}$.

PROBLEME III.

Trouver la courbure du support, lorsqu'il est terminé extérieurement par une droite.

SOLUTION.

Comme, par les Propositions précédentes, FG est $= \frac{2\int yxdy - y\int xdy}{2\int ydx}$, on aura $AG = \frac{y\int ydx - 2\int yxdy + y\int xdy}{2\int ydx} = \frac{xy^2 - 2\int yxdy}{2\int ydx}$.

Le moment du poids est donc $= \frac{\alpha mxy^2 - 2\alpha m\int yxdy}{2}$, & le moment de la cohésion, aussi bien que la force de la voûte, étant comme dans les Propositions précédentes :

$$\alpha mxy^2 - 2\alpha m\int yxdy + n\alpha y^2 \text{ sera } = 2\beta x,$$

laquelle formule étant différentiée, il en résulte :

$$\alpha my^2 dx + 2n\alpha ydy = 2\beta dx, \text{ ou } \frac{2n\alpha ydy}{2\beta - \alpha my^2} = dx,$$

dont l'intégrale est $C - \frac{n}{m} l(2\beta - \alpha my^2) = x$; & C est déterminée, en vertu de ce que x & y évanouïssent ensemble $= \frac{n}{m} l 2\beta$, d'où $x = \frac{n}{m} l 2\beta - \frac{n}{m} l(2\beta - \alpha my^2)$. C. *q. f. t.*

PROBLEME
SUR LA CHUTE DES CORPS,
PAR M. DE KURDWANOWSKI.

Du point A de la droite AB tombe un corps A: dans le même inſtant un autre corps B, pouſſé de bas en haut avec une viteſſe quelconque, monte de B vers A: il faut trouver dans cette droite AB un point, où ces deux corps ſe rencontreront, en ſuppoſant le milieu ſans réſiſtance.

RESOLUTION.

Soit P le point cherché, dans lequel les deux corps doivent ſe rencontrer, AP $= x$; l'élément de AP, ou ſa partie infiniment petite, Pp $= dx$. Le corps A, étant tombé de A en P, aura la viteſſe acquiſe par ſa chute $= \sqrt{x}$. Le tems que le corps A employera à parcourir l'eſpace AP ſoit $= t$. L'expreſſion du tems infiniment petit que le même corps mettra à parcourir l'eſpace infiniment petit Pp, ſera $dt = \frac{dx}{\sqrt{x}}$: dont l'intégrale $t = 2\sqrt{x}$ donne le tems par l'eſpace AP.

Voyons à préſent quelle ſera la viteſſe du corps B, lorsque il ſera monté jusque au même point P. Soit AB $= a$; la hauteur indéterminée, de laquelle je ſuppoſe que le corps B doit tomber pour acquérir une viteſſe quelconque, avec laquelle il eſt pouſſé pour monter de B vers A, ſoit $= h$; la hauteur requiſe pour ſa viteſſe au point P $= v$. Je conſidére que cette quantité diminuë à meſure que le point P avance vers A; puisque la viteſſe du corps B diminuë à meſure que ce corps monte plus haut: ſa différence ſera donc négative $-dv$. La différence de BP $= a - x$ eſt auſſi négative Pp $= -dx$: & pour avoir la viteſſe avec laquelle le corps B parcourt l'eſpace infiniment petit Pp, il faut que $-dv = -dx$, ou $dv = dx$; dont l'intégrale eſt

$v =$

$v = x + C$. Pour déterminer la constante C, je remarque que si $x = a$; c'est à dire, si le point P est sur B; le corps B qui ainsi n'a point monté, & par conséquent rien perdu de sa vitesse, a cette vitesse toute entiere au point B; $v = h$, & l'équation $v = x + C$ se change en celle-ci $h = a + C$, & $C = h - a$: substituant cette valeur de la constante C dans $v = x + C$, vient $v = h - a + x$: & la vitesse du corps B au point P est $\sqrt{v} = \sqrt{(h - a + x)}$. Nommant T le tems que le corps B met à parcourir l'espace BP, la partie infiniment petite de ce tems dans laquelle il parcourra l'espace infiniment petit Pp, sera $dT = -\frac{dx}{\sqrt{(h - a + x)}}$: son intégrale est d'abord $T = -2\sqrt{(h - a + x)} + C$; mais voyant qu'au point B, où $x = a$, c'est à dire, lorsque le corps B n'a pas du tout bougé $T = 0$, $T = -2\sqrt{(h - a + x)} + C$ devient $0 = -2\sqrt{h} + C$: de sorte que la quantité constante $C = 2\sqrt{h}$: laquelle substituée dans $T = -2\sqrt{(h - a + x)} + C$ donne enfin $T = 2\sqrt{h} - 2\sqrt{(h - a + x)}$. Pour achever la resolution du problême, il faut à présent déterminer le point P, où les deux corps doivent se rencontrer. Il n'y a qu'à faire attention, que puisque ces corps partent dans le même instant; les tems dans lesquels ils parcourront leurs espaces respectifs AP & BP, seront égaux. Ainsi $t = T$, c'est à dire, $2\sqrt{x} = 2\sqrt{h} - 2\sqrt{(h - a + x)}$; ou $\sqrt{x} = \sqrt{h} - \sqrt{(h - a + x)}$; quarrant, $x = h - 2\sqrt{(h^2 - ha + hx)} + h - a + x$; ou $2h - a = 2\sqrt{(h^2 - ha + hx)}$; quarrant encore $4h^2 - 4ha + a^2 = 4h^2 - 4ha + 4hx$; ou $4hx = a^2$; d'où enfin l'on déduit pour le point cherché P, $AP = x = \frac{a^2}{4h}$.

A

P

p

B

COROLLAIRE I.

Si $h = a$, c'est à dire, si le corps B est poussé de bas en haut avec la même vitesse que le corps A auroit en B, s'il tomboit de A en B; l'on a $x = \frac{1}{4}a$.

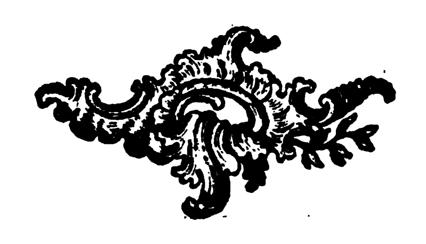
COROLLAIRE. 2.

En prenant (h) pour inconnuë, il sera aisé de déterminer la hauteur de laquelle doit tomber le corps B, pour avoir la vitesse requise afin qu'il rencontre le corps A dans un point donné. Pour le faire d'une maniere générale, il n'y a qu'à faire $x = \frac{a}{n}$ dans l'équation $x = \frac{a^2}{4h}$: ce qui la changera en celle-ci, $\frac{a}{n} = \frac{a^2}{4h}$: d'où l'on tire $h = \frac{1}{4} na$.

Si, par exemple, on veut que le corps B rencontre le corps A, après avoir parcouru en montant de B vers A les $\frac{3}{4}$ de toute la hauteur AB : alors $AP = x = \frac{a}{n} = \frac{1}{4} a$, & $n = 4$: ce qui donne $h = a$, & est d'accord avec le premier Corollaire.

SCHOLIE.

Tout à la fin de mon Problème, j'ai couché tout au long tout le calcul qu'il me faloit faire pour dégager mon inconnuë. J'aurois pû, comme font bien d'autres, après avoir déduit $\sqrt{x} = \sqrt{h} - \sqrt{(h-a+x)}$, couper court en ajoûtant seulement, *d'où l'on déduit pour le point cherché* P, $x = \frac{a^2}{4h}$. C'est fort peu de chose que ce calcul qui reste à faire : mais, tel qu'il soit, pourquoi supprimer un calcul que, ni plus, ni moins on a été obligé de faire ?



Mé-

MÉTHODE

DE TROUVER LES LOGARITHMES DE CHAQUE NOMBRE POSITIF, NÉGATIF, OU MEME IMPOSSIBLE,

PAR DOM WALMESLEY.

Traduit du Latin.

I.

Soit ABH un Cercle, dont le centre est O, le rayon OA $= 1$, AOC un angle quelconque, dont la tangente est AD $= x$, le sinus CK $= u$, & le cosinus OK $= y$: Soit aussi le diamètre BN perpendiculaire au diamètre OH. Alors, comme l'élément de l'arc AC est $\frac{dx}{1+xx} = \frac{dx}{(1+x\sqrt{-1})(1-x\sqrt{-1})}$, en intégrant on aura Fig. 1.

$$AC.\sqrt{-1} = \log. \sqrt{\frac{1+x\sqrt{-1}}{1-x\sqrt{-1}}} = \sqrt{\frac{y+u\sqrt{-1}}{y-u\sqrt{-1}}},$$

ou bien à cause de $(y+u\sqrt{-1})(y-u\sqrt{-1}) = 1$, & ainsi $\frac{y+u\sqrt{-1}}{y-u\sqrt{-1}} = \frac{(y+u\sqrt{-1})^2}{1}$, & AC $.\sqrt{-1} = \log.(y+u\sqrt{-1})$, ou AC $.\sqrt{-1} = -\log.(y-u\sqrt{-1})$. Par conséquent de cette double formule, on pourra, ce semble, tirer les logarithmes des quantités d'un genre quelconque, de la maniere suivante.

II. Qu'on pose $y = 1$, & on aura $u = 0$, & QC $= 0$, & ainsi, si P dénote la moitié de la circonference ACH, la formule AC $.\sqrt{-1} = \log.(y+u\sqrt{-1})$ se change en $0 = \log. 1$; mais comme tous les arcs, tant positifs que négatifs, qui se terminent

au

au point C, ont le même sinus & cosinus, il y aura dans ce cas $AC = 0$, ou $AC = \pm 2\pi$, ou $AC = \pm 4\pi$, ou $AC = \pm 6\pi$, &c. d'où naîtront tous les logarithmes suivans du nombre 1

$$0,\ \pm 2\pi\sqrt{-1},\ \pm 4\pi\sqrt{-1},\ \pm 6\pi\sqrt{-1},\ \pm 8\pi\sqrt{-1}.\ \&c.$$

III. Soit $y = -1$, & l'on aura $u = 0$; mais l'arc $AC = \pi$, à cause de la raison exposée dans l'Article précédent, sera $AC = -\pi$, ou $AC = \pm 3\pi$, ou $AC = \pm 5\pi$, &c. & la formule $AC.\sqrt{-1} = \log. \overline{y + u\sqrt{-1}}$ devient $AC.\sqrt{-1} = \log. -1$; d'où l'on obtient tous les logarithmes du nombre -1, sçavoir

$$\pm\pi\sqrt{-1},\ \pm 3\pi\sqrt{-1},\ \pm 5\pi\sqrt{-1},\ \pm 7\pi\sqrt{-1},\ \pm 9\pi\sqrt{-1},\ \&c.$$

IV. A présent qu'on pose $y = 0$ & $u = 1$, & la formule susdite se change en celle-ci $AC \times \sqrt{-1} = \log. \sqrt{-1}$; mais l'arc AC est égal à l'arc AB, ou ANHB, ou ABNAB, ou ANBANB, &c. c'est à dire, l'arc AC est égal, ou à $+\frac{1}{2}\pi$, ou à $-\frac{3}{2}\pi$, ou à $+\frac{5}{2}\pi$, ou à $-\frac{7}{2}\pi$, &c. Donc toute la suite des logarithmes du nombre impossible $\sqrt{-1}$ sera

$$+\tfrac{1}{2}\pi\sqrt{-1},\ +\tfrac{5}{2}\pi\sqrt{-1},\ +\tfrac{9}{2}\pi\sqrt{-1},\ +\tfrac{13}{2}\pi\sqrt{-1},\ +\tfrac{17}{2}\pi\sqrt{-1},\ \&c.$$
$$-\tfrac{3}{2}\pi\sqrt{-1},\ -\tfrac{7}{2}\pi\sqrt{-1},\ -\tfrac{11}{2}\pi\sqrt{-1},\ -\tfrac{15}{2}\pi\sqrt{-1},\ -\tfrac{19}{2}\pi\sqrt{-1},\ \&c.$$

V. Soit $y = 0$, & l'on aura $AC\sqrt{-1} = \log. -\sqrt{-1}$. Or dans ce cas l'arc AC est égal à $\frac{3}{2}\pi$, ou à $-\frac{1}{2}\pi$, ou à $+\frac{7}{2}\pi$, ou à $-\frac{5}{2}\pi$, &c. d'où procédent les logarithmes du nombre $-\sqrt{-1}$

$$+\tfrac{3}{2}\pi\sqrt{-1},\ +\tfrac{7}{2}\pi\sqrt{-1},\ +\tfrac{11}{2}\pi\sqrt{-1},\ +\tfrac{15}{2}\pi\sqrt{-1},\ \&c.$$
$$-\tfrac{1}{2}\pi\sqrt{-1},\ -\tfrac{5}{2}\pi\sqrt{-1},\ -\tfrac{9}{2}\pi\sqrt{-1},\ -\tfrac{13}{2}\pi\sqrt{-1},\ \&c.$$

VI. Soit à présent $y = u$, & l'on aura $y = \sqrt{\tfrac{1}{2}} = u$, & $AC\sqrt{-1} = \log. \frac{1 + \sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$; Or AC devient $= \frac{1}{4}\pi$, ou $AC = -\frac{7}{4}\pi$, ou $AC = \frac{9}{4}\pi$, ou $AC = -\frac{15}{4}\pi$, &c. Les logarithmes du nombre $\frac{1 + \sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$ sont donc,

+

$+\frac{1}{4}\pi\sqrt{-1}, +\frac{9}{4}\pi\sqrt{-1}, +\frac{17}{4}\pi\sqrt{-1}, +\frac{25}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.
$-\frac{7}{4}\pi\sqrt{-1}, -\frac{15}{4}\pi\sqrt{-1}, -\frac{23}{4}\pi\sqrt{-1}, -\frac{31}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.

VII. Soit $u = -y$, & par conséquent $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, & $u = \frac{1}{\sqrt{2}}$, & on aura $AC\sqrt{-1} = \log.\frac{-1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$; dans lequel cet AC devient $= \frac{3}{4}\pi$, ou $AC = -\frac{5}{4}\pi$, &c. d'où le nombre $\frac{-1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$ aura ces logarithmes :

$+\frac{3}{4}\pi\sqrt{-1}, +\frac{11}{4}\pi\sqrt{-1}, +\frac{19}{4}\pi\sqrt{-1}, +\frac{27}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.
$-\frac{5}{4}\pi\sqrt{-1}, -\frac{13}{4}\pi\sqrt{-1}, -\frac{21}{4}\pi\sqrt{-1}, -\frac{29}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.

VIII. Que ϕ dénote en général l'arc dont le sinus est u, & le cosinus y, & l'on aura $\phi\sqrt{-1} = \log.\,\overline{y+u\sqrt{-1}}$; d'où il paroit que les logarithmes de la quantité $y+u\sqrt{-1}$ sont $\phi\sqrt{-1}, (\phi\pm 2\pi)\sqrt{-1}, (\phi\pm 4\pi)\sqrt{-1}, (\phi\pm 6\pi)\sqrt{-1}, (\phi\pm 8\pi)\sqrt{-1}$, &c. Par ce moyen on parvient à la connoissance des logarithmes d'une quantité quelconque de ce genre $a+b\sqrt{-1}$: car qu'on la divise par la quantité $\sqrt{(aa+bb)}$, & qu'on fasse $\frac{a+b\sqrt{-1}}{\sqrt{(aa+bb)}} = y+u\sqrt{-1}$: de cette façon il est clair qu'on doit prendre l'arc de cercle dont le sinus est $\frac{b}{\sqrt{(aa+bb)}}$, le cosinus $\frac{a}{\sqrt{(aa+bb)}}$: alors, si cet arc est dit ϕ, & que le logarithme hyperbolique de la quantité $\sqrt{(aa+bb)}$ soit C, il en résulte les logarithmes suivans de la quantité $a+b\sqrt{-1}$

$C+\phi\sqrt{-1}, C+(\phi\pm 2\pi)\sqrt{-1}, C+(\phi\pm 4\pi)\sqrt{-1}, C+(\phi\pm 6\pi)\sqrt{-1}$, &c.

IX. Or, comme $\overline{y+u\sqrt{-1}} \times \overline{y-u\sqrt{-1}}$ est $= 1$, le log. $\overline{y-u\sqrt{-1}}$ sera $= -\log.\,\overline{y+u\sqrt{-1}}$, & par con-

conséquent tous les logarithmes de la quantité de cette espece $a - b\sqrt{-1}$ sont donnés; les quantités impossibles quelconques peuvent aussi finalement être réduites à cette forme $a + b\sqrt{-1}$. C'est pourquoi les logarithmes des quantités quelconques seront donnés en suivant ce qui a été dit jusqu'ici.

X. Au reste cette courte exposition me paroit suffisante. Car je ne suis pas dans l'idée, qu'il faille beaucoup donner de tems aux recherches qui concernent ces quantités inexplicables. Elles ne sont pas nécessaires, à mon avis, pour terminer la dispute autrefois agitée entre Mrs. *de Leibnitz* & *Bernoulli*, puisque la question sur laquelle cette dispute rouloit, est destituée de tout fondement. En effet il paroit absurde d'établir une proportion entre des quantités positives & négatives, puisque toute proportion dépend de la grandeur des quantités, & ne peut avoir d'autre objet. Etre une quantité substractive, ou additive, c'est une qualité qui porte sur la composition des quantités, mais, qui ne touche point à leur proprotion, comme l'a remarqué le célébre *Mac-Laurin*. Dans une proportion quelconque on fait la comparaison de deux grandeurs, & non de deux qualités, en sorte que confondre & mêler ces deux choses ensemble, c'est ce qui ne sauroit être permis; & il ne résulte d'une composition aussi heterogene, qu'un tout imaginaire & impossible. C'est comme si quelcun vouloit comparer les volumes de deux corps, & prétendoit qu'on fit entrer dans la proportion même l'idée de leur densité, de leur mollesse, ou de leur pesanteur, &c. absurdité qui est tout à fait palpable. Dans toute composition semblable de la quantité & de la qualité, la notion même de la proportion évanouït, & par conséquent celle-ci devient impossible; & il en est de même des logarithmes, qui sont les indices des raisons proportionelles.



EXTRAIT D'UNE LETTRE
de Mr. D'ALEMBERT à Mr. FORMEY,
du 4 Fevrier 1757.

J'ai eu l'honneur, Monsieur, d'envoyer à l'Académie une réponse aux deux Mémoires de Mrs. Bernoulli *&* Euler*, imprimés dans le volume de 1753. Mr.* Euler *a bien voulu me communiquer en manuscrit la réplique qu'il y a faite quant à ce qui le regarde; mais, bien loin que cette réplique m'ait convaincu, elle m'a fourni, j'ose le dire, de nouvelles preuves de mon sentiment. Cependant, Monsieur, comme M.* Euler *paroit desirer que cette controverse n'aille pas plus loin dans vos Mémoires, je consens volontiers que ma réponse ne paroisse pas dans ce Volume, auquel elle étoit destinée, sauf à publier ailleurs, si je le juge à propos, les remarques importantes que je crois avoir faites sur cette matiere.* Je suis, &c.

Cet Extrait ayant été communiqué, suivant l'intention de M. *d'Alembert*, à l'Académie, dans l'Assemblée du 17 Fevrier 1757. elle a consenti à ce qu'il fut imprimé dans le Tome XI. des Mémoires, en y ajoutant la clause suivante:

„ Que si la Piece de M. *d'Alembert* n'a point été inserée dans un „ des Volumes précédens de l'Histoire de l'Académie, ce n'est point „ que M. *Euler* s'y soit opposé en particulier; mais, parce que l'Aca- „ démie elle-même a voulu éloigner de ses Recueils les sujets de con- „ tro-

„ troverse ; que d'ailleurs Elle verroit avec plaisir que M. *d'Alembert* „ communiquât son Mémoire au public par une autre voye, ne dou„ tant point que cette discussion ne contribuë beaucoup au progrès „ des Sciences.

ERRATA
pour les Mémoires de Mr. D'ALEMBERT, imprimés dans le Vol. de 1750.

P. 371 lig. 14, au lieu de Bc^{4x}, lisez Bc^{gx}.

Même page, entre les lignes 18 & 19. il y a une ligne de passée; lisez donc; en supposant A & B *réelles, égales, & de même signe, ou en supposant* A & B imaginaires & de différents signes. Les mots marqués en Italique ont été oubliés par l'Imprimeur.

Page 378 lig. 3 au lieu de $-EdQ$ lisez $-\frac{EdQ}{y}$

Ibid. lig. 20 & 21 lisez, si $N = X + QQ - \frac{dQ}{dx} - \xi Q$.

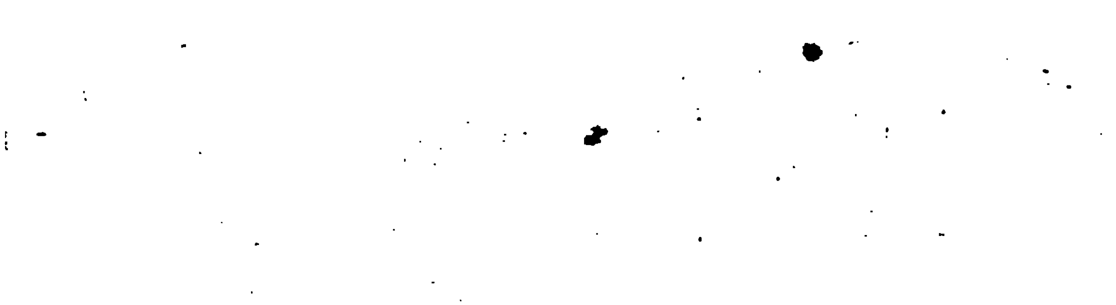


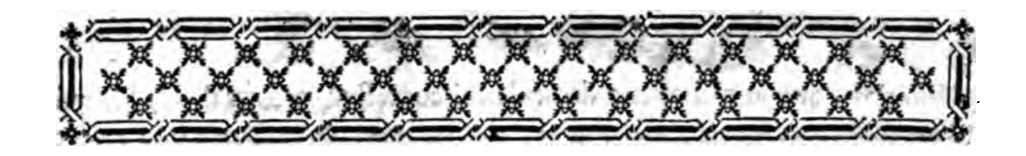
MÉMOI-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *





MÉMOIRE
SUR LES PREMIERS PRINCIPES DE LA MÉTAPHYSIQUE,
PAR M. BEGUELIN.

I.

Tandis que les autres parties de la Philosophie se perfectionnent de jour en jour, il est étonnant que la Métaphysique fasse si peu de progrès, ou que du moins, si elle en fait, on soit si peu d'accord dans les jugemens qu'on en porte. Est-ce à la Métaphysique elle-même, ou aux Philosophes qui s'appliquent à cette Science, qu'il faut s'en prendre de l'incertitude des doutes éternels, qui nous ramenent après tant de siècles à disputer encore sur les premiers élémens ?

Une Science qui sert de base à toutes les autres, qui leur prête les premiers principes, n'en-auroit elle point elle-même ? Ou ceux-ci seroient-ils tellement hors de la portée de l'esprit humain qu'il ne pût les saisir ; ou s'il les attrape, est-ce à travers des nuages si sombres qu'il ne puisse jamais s'assurer de ne s'y être point trompé ?

II. Que l'Esprit humain soit capable de sentir l'évidence, & de s'y rendre, c'est dequoi les Mathématiques nous fournissent une preuve sans replique ; mais aussi on a déjà fait depuis longtems la remarque que les Mathématiques ont un avantage qui leur est unique ; c'est de créer les objets sur lesquels elles s'exercent, & par conséquent d'en connoitre intimément la nature. Si je m'avise de disputer avec un Mathématicien sur un de ses théoremes, il commence par me donner des

définitions que je n'ai aucun droit de lui contester, puisqu'il a la liberté d'imaginer des lignes, des angles, des figures, & qu'il n'exige point que je les adopte pour des êtres existans hors de son imagination; étant ainsi d'accord sur ce point, il est aisé au Mathématicien de me convaincre que son théoreme, non seulement n'est point en contradiction avec les définitions qu'il m'a fait recevoir, mais encore qu'il en découle si nécessairement, que je ne saurois admettre celles-là sans convenir de la vérité de celui-ci.

Mais que deux Métaphysiciens disputent ensemble sur la liberté, la nécessité, la contingence, l'ordre, la perfection, le tems, l'espace, il se trouvera ordinairement que l'un rejette la définition de l'autre sur ce qui fait l'objet de leur controverse; & le moyen de s'accorder dans les conclusions, quand on n'est pas d'accord sur l'idée qui doit être attachée au sujet, dont on traite?

Que la question soit p. e. de décider, s'il y a un espace au delà des bornes de l'immense Univers? Nos deux Métaphysiciens s'accorderont sur un point; c'est qu'au delà de cette immensité il n'existe point de corps, mais l'un soutiendra qu'il y a de l'espace, l'autre soutiendra le contraire. S'ils sont d'accord sur le premier point, c'est que tous deux sentent la contradiction qu'il y auroit à placer une partie de l'Univers hors des limites de cet Univers; & s'ils sont opposés sur l'autre, c'est que l'un entend par l'espace un être réel, tandis que l'autre n'entend par ce mot que la maniere dont les corps coëxistent. Chacun d'eux raisonne très conséquemment à sa définition; mais cette définition n'est pas arbitraire, il ne leur est pas libre de l'imaginer à leur gré, parce que l'espace existe indépendamment des idées diverses qu'ils s'en forment; ainsi, pour qu'ils s'accordassent sur cette idée, il faudroit qu'ils admissent de concert quelques principes propres à la fixer. Si p.e. l'un pouvoit prouver qu'il résulte une contradiction de l'idée que l'autre attache à l'espace, il convaincroit celui-ci de la fausseté de sa définition, puisque tous deux reconnoissent que ce qui implique contradiction ne sauroit exister; par la même raison, si tous deux admettent une ana-

logie

logie entre l'efpace & le tems, & que l'un prouve que l'idée du tems n'emporte qu'une rélation, l'autre fera obligé de convenir que l'efpace n'eft rien de réel non plus. Mais, s'ils ne conviennent d'aucun principe, ou que ceux fur lesquels ils s'accordent ne fuffifent pas pour fixer l'idée de l'efpace, je ne vois aucun moyen de porter l'un à recevoir la définition de l'autre, ni par conféquent à adopter les conféquences qui en réfultent.

III. Il n'eft pas étonnant, après cela, que tandis qu'on n'eft d'accord fur presque aucun principe, ou que ceux fur lesquels on s'accorde font infuffifants pour fixer l'idée des Etres métaphyfiques, chacun avec la même Logique ait fa Métaphyfique particuliere, & qu'il arrive fi rarement que ceux qui ne fuivent pas en aveugles les fyftèmes en vogue, fe rencontrent dans leurs décifions; quoiqu'ils cherchent également, & de la meilleure foi du monde, à démêler la vérité.

Si la Métaphyfique entre les mains des vrais Philofophes, eft expofée à tant de contradictions, que fera-ce lorsque l'amour du vrai fera place à l'amour de la fingularité, & qu'on cherchera moins à s'éclairer foi-même qu'a éblouïr les autres? Quel beau champ que la Métaphyfique pour qui aime à éternifer la difpute, & qui, à la mefure d'efprit néceffaire à entrevoir les difficultés, ne joint pas la profondeur qu'exigeroit leur folution! C'eft là fans doute ce qui a le plus contribué à decréditer la Métaphyfique; où eft le bon efprit qui voulût s'engager dans une carriere fi ténébreufe, où il auroit à joûter fans fin contre des champions d'autant plus infatigables, qu'on ne fauroit juger de leur défaite, que par un aveu qu'ils ne fe laifferont jamais extorquer?

IV. Je ne vois que deux moyens de terminer ces difputes éternelles: l'un c'eft que chacun fe crée une Métaphyfique pour foi-même, la meilleure qu'il pourra, & qu'il renonce à la tentation de la faire recevoir aux autres; qu'elle lui ferve de direction dans fes propres méditations, mais qu'en communiquant celles-ci, il ne laiffe pas entrevoir le fil qui l'y a conduit. Il eft vrai que la Métaphyfique ne fera alors aucun progrés, mais du moins ne fera-t-elle pas mal traitée.

Le second moyen seroit de faire une revuë impartiale des Principes les plus généraux, & les plus connus, de cette Science ; de tâcher d'en fixer la juste étendue, & d'en mettre la vérité dans tout son jour. Si ces Principes bien constatés ne menent pas à de grandes découvertes, du moins serviront-ils de points de réünion, auxquels les divers Systèmes devront nécessairement aboutir ; tout Système, tout énoncé sera faux, s'il est en contradiction avec ces Principes ; il sera vray, s'il en découle par les régles d'une saine Logique ; il sera enfin plus ou moins probable, suivant le plus ou le moins d'analogie qu'il paroitra avoir avec eux.

V. Si tous les Principes métaphysiques étoient aussi évidents que l'est le Principe de la Contradiction, leur examen ne seroit pas fort pénible. Il est si clair que ce qui est, est, & ne sauroit n'être pas tandis qu'il est, que l'esprit se révolte contre un plus long examen. Douter de la vérité de ce Principe, ce seroit non seulement doute de toutes les Mathématiques, ce seroit encore révoquer en douter qu'il pût y avoir quelque chose de vrai : aussi quiconque rejetteroit ce Principe, auroit grand tort de vouloir s'embarasser de Métaphysique.

VI. Il n'en est pas de même du célébre Principe de *la Raison suffisante* ; celui-ci, quelque plausible qu'il paroisse d'abord, exige un examen très sevère. La raison de cette différence n'est pas difficile à découvrir : le Principe de contradiction est à proprement parler un principe purement mathématique, je veux dire, qu'il ne suppose rien de réellement existant hors de l'idée de celui qui l'énonce ; dire qu'une chose ne sauroit être & n'être pas en même tems, ce n'est pas affirmer qu'une chose existe réellement, c'est seulement affirmer que l'idée d'une chose conçue comme existante, exclut l'idée de la non-existence simultanée de cette chose-là ; précisément comme dire qu'une ligne n'a point de largeur, ce n'est pas affirmer qu'une ligne existe réellement, c'est seulement affirmer que l'idée d'une ligne exclut l'idée de l'étendue en largeur.

Mais

Mais, quand je dis que rien n'existe, que nul changement n'arrive, sans qu'il y ait une raison suffisante de cette existence, sans qu'il y ait une cause qui contienne le pourquoi de ce changement, je ne raisonne plus sur une simple existence idéeale ; je suppose l'existence réelle d'un être, ou d'un changement arrivé, & j'affirme d'après cette supposition l'éxistence réelle d'un cause capable de produire cet être, ou ce changement.

VII. On pourroit concevoir à la vérité ce Principe plus idéalement en l'énonçant ainsi : Si quelque chose existe, cette chose a une raison suffisante de son existence. Alors j'affirmerois simplement que l'idée de l'existence d'un être renferme ou suppose l'idée d'un suffisant pourquoi.

Mais, de quelque maniere qu'on l'envisage, la différence entre l'évidence de ce principe & de celui de la contradiction est manifeste : dans l'un il est incontestable par l'énoncé en lui-même, que l'idée de l'existence, exclut l'idée d'une non-existence simultanée, & je n'ai pas besoin de savoir ce que renferme l'idée d'existence, pour appercevoir l'incompatibilité qu'il y a entre exister, & en même tems n'exister pas ; mais dans l'autre on ne voit pas par le simple énoncé que l'idée de l'existence renferme l'idée d'un suffisant pourquoi : la vérité de cet énonçé dépend de la définition de *l'existence*, & cette définition n'est pas arbitraire, puisquil s'agit, non d'un être idéal, mais d'une réalité. Il faut donc, pour que je puisse affirmer quelque chose de *l'existence*, que je sache premièrement ce que c'est qu'exister.

Si je dis que *l'existence* n'est autre chose que la possibilité intrinseque, actualisée par le concours de toutes les conditions requises à l'actualité, & que je nomme les conditions requises à l'actualité, le suffisant pourquoi, le principe sera incontestable ; ce sera un axiome qui découlera immédiatement de la définition de *l'existence.*

Mais je n'aurai fait que de reculer la difficulté d'un pas. On m'attaquera sur la définition, & on y trouvera une pétition de principe.

VIII. Un de mes Confréres, dans un Ouvrage destiné à prouver l'existence du Hazard, a réfuté, selon moi très solidement, les prétendues démonstrations qui ont paru jusqu'ici du Principe de la raison suffisante: je crois qu'on peut encore aller plus loin, & qu'on peut démontrer que ce Principe n'est pas susceptible d'un démonstration proprement dite.

En effet démontrer une proposition, c'est dire la raison pourquoi on affirme l'attribut du sujet; ainsi entreprendre de démontrer, c'est supposer que, pour que l'attribut puisse être affirmé d'un sujet, il faut qu'il y ait une raison suffisante de leur liaison. Quiconque entreprend donc de démontrer le Principe de la raison suffisante, suppose d'avance la vérité de ce Principe, & ne sauroit éviter par conséquent de commettre un cercle vicieux; car c'est comme s'il disoit, accordez-moi que si A est B, il faut qu'il y ait une raison pourquoi B doit être affirmé de A, & je vous démontrerai, que nommant A, un être ou un changement quelconque, & B, l'existence, il n'existe rien qui n'ait son suffisant pourquoi.

IX. La difficulté seroit levée, si l'on pouvoit prouver que le Principe de la raison suffisante découle nécessairement de quelqu'autre Principe philosophique incontestable.

Mais tous les Principes philosophiques sont nécessairement subordonnés à celui-ci; car, puisque la Philosophie est la science des causes ou des raisons de ce qui existe, & de ce qui arrive dans l'Univers, elle suppose déjà que ce qui existe, que les changements qui s'y font, ont leurs causes, & leurs raisons suffisantes: ainsi nous revenons au cercle que nous voulions éviter. (*) Un Philosophe dont je respecte d'ailleurs infiniment les lumieres, n'a pas évité ce cercle en cherchant la preuve de notre Principe dans cet autre, savoir que les choses sont comme nos perceptions nous les répresentent; mais je dois dire aussi qu'il ne prétend pas démontrer le Principe de la raison suffisante, & qu'il

(*) M. *Michaelis*, dans son Traité *von der Sünde* §. 18.

qu'il ſe contente de lui aſſigner le plus haut degré de certitude morale ; & en ce cas l'argument n'eſt plus vicieux.

X. Il ne reſte donc à chercher le fondement de notre Principe, que dans celui de la contradiction, ou dans les axiomes véritablement tels qui en découlent, & qui ſont tous indépendans de la Philoſophie, puiſqu'ils ne ſeroient pas moins vrais, quand même il n'y auroit, ni cauſes, ni effets, dans l'Univers. Mais, ſi le Principe de la raiſon ſuffiſante eſt une ſuite néceſſaire du Principe de la contradiction, ce ne ſera que ce même Principe déguiſé ſous d'autres termes, ou l'application de ce Principe à des cas particuliers; comme l'axiome, que le tout eſt plus grand que ſa partie, n'eſt que le Principe de la contradiction appliqué aux grandeurs, & revient à cette propoſition-ci : *plus* ne ſauroit être en même tems *moins*. Il faudroit donc que la propoſition oppoſée à notre Principe fut contradictoire, c. a. d. qu'on pût prouver que ſi une choſe pouvoit exiſter ſans raiſon, elle pourroit exiſter & n'exiſter pas en même tems. Or je ne vois rien, ni dans l'idée de l'exiſtence, ni dans celle du hazard, qui contienne cette aſſertion. Il eſt bien vrai qu'une choſe qui n'exiſtera que par hazard, pourra ceſſer d'exiſter dès l'inſtant ſuivant, renaitre le moment d'après, & ainſi à l'infini ; mais le hazard ne rendra pas néceſſaire l'exiſtence & la non-exiſtence ſimultanée: par conſéquent l'idée d'une exiſtence fortuite ne renferme point de contradiction manifeſte.

XI. Pour ôter toute équivoque, j'entends par *hazard* une exiſtence, ou un changement, qui n'a point de cauſe ; & par cauſe j'entends ce qui contient la raiſon ſuffiſante d'une exiſtence, ou d'un changement. Et comme dans chaque changement il exiſte quelque choſe de nouveau, on peut, pour abréger, réduire toutes les raiſons ſuffiſantes, & par conſéquent toutes les cauſes, à celles qui donnent l'exiſtence.

XII. De ce que, comme je viens de le dire, l'idée d'une exiſtence fortuite, ou arrivée par hazard, ne renferme point de contra-

diction manifeste, je ne saurois conclure qu'elle soit possible, parce qu'une idée peut être contradictoire sans que je m'en apperçoive.

Mais, à supposer qu'effectivement elle ne renferme nulle contradiction, il en résultera que le hazard est possible : appellant *possible* tout ce qui n'est pas opposé au Principe de contradiction.

Maintenant, de ce que le hazard est possible, s'ensuivra-t-il qu'il existe réellement ? C'est ce qu'on ne sauroit, ni nier, ni affirmer. Car l'axiome *a posse ad esse non valet consequentia*, n'est qu'une suite du Principe de la raison suffisante, qui veut que, pour qu'une chose existe, non seulement elle n'implique pas contradiction, c. a. d. qu'elle soit possible, mais de plus que toutes les choses requises à son existence, c. a. d. sa cause efficiente existe : au lieu que, ce Principe mis à part, l'existence n'a besoin que de la possibilité intrinseque, d'où il suit que tout ce qui est possible absolument parlant, & par conséquent le hazard, dans notre supposition, peut également exister réellement ou n'exister pas; & si la probabilité n'étoit un terme vuide de sens dans la supposition du hazard, on pourroit dire que, si le hazard est possible, il y a précisément autant de probabilité qu'il existe réellement qu'il y en a qu'il n'existe pas. Il sembleroit à la vérité que dans la supposition du hazard, la simple possibilité absoluë étant tout ce qui est requis à l'existence, tout ce qui est possible devroit exister par cela même qu'il est possible. Mais il faut faire attention que le système du hazard n'admet point de raison, ni pour exister, ni pour ne pas exister ; qu'ainsi de ce que rien n'empêche qu'une chose n'existe, il n'est pas plus certain dans ce systême qu'elle existera, que qu'elle n'existera pas. D'où il résulte, qu'en supposant la possibilité du hazard dans l'existence des choses, il est encore également possible qu'elles ayent des causes, qu'il est possible qu'elles existent fortuitement. Mais revenons à notre sujet.

XIII. Si le Principe de la raison suffisante étoit une suite nécessaire du Principe de la contradiction, toutes les propositions fondées sur le Principe de la raison suffisante, seroient, semble-t-il, d'une né-

cessité

cessité absoluë, comme le sont toutes les propositions de pure Mathématique. Celles-ci sont d'une nécessité absoluë parce que la proposition contraire est impossible. Une proposition prouvée par le Principe de la raison suffisante, seroit fondée dans notre supposition sur le syllogisme suivant. Il est impossible qu'une chose existe sans raison suffisante. Or A existeroit sans raison suffisante. Donc il est impossible que A existe. Ou sur celui-ci: Il est impossible qu'une chose existe sans raison suffisante. Or A existe. Donc il est impossible que la cause de A n'existe pas. Resteroit à examiner si le troisième syllogisme seroit concluant: le voici.

La cause de A existe avec toutes les déterminations requises à produire A; donc il est impossible que A n'existe pas. Cet enthymême supposeroit que, de ce qu'il est impossible qu'une chose existe sans raison suffisante, il est nécessaire que, la raison suffisante existant, la chose existe. Or il me paroit que le raisonnement est bien concluant. Car, par l'hypoth. il est impossible que rien soit sans raison; or il seroit sans raison que A n'existât pas, dès que la raison de suffisante son existence existe. Autrement on ne sauroit la nommer raison suffisante, puisqu'il faudroit qu'il manquât encore quelque chose.

Donc il est impossible que A n'existât pas, dès que sa raison suffisante existeroit.

Supposons maintenant une suite de causes & d'effets respectifs, A, B, C, D, E, F; & F, existe, c'est un fait: donc il est impossible que E n'ait pas existé; on conclura de même qu'il est impossible que D, C, B, A, n'ayent existé. Si maintenant A a existé nécessairement de toute éternité, B, C, D, E, F, ne sauroient être, ce me semble, des êtres contingens, si par êtres contingens on entend ce qui auroit pû ne pas exister. A' moins qu'on ne dise que les déterminations de la cause A, qui contiennent la raison suffisante de l'existence de B, ne fussent contingentes. Mais ces déterminations, ou elles ont subsisté de tout tems en A, & lui sont essentielles, & par consé-

quent auſſi néceſſaires que A lui-même ; ou, ſi elles n'ont pas toujours été en lui, elles ſuppoſent une cauſe M hors de A, qui les ait produit ; d'où il réſultera, ou une infinité de cauſes premieres, indépendantes les unes des autres, ou il faudra s'arrêter enfin à une ſeule, dont toutes les déterminations quelconques, & par conſéquent tous les effets, ſeront d'une néceſſité abſoluë & géometrique.

XIV. Je ne crois pas devoir pouſſer plus loin les conſéquences qui réſultent de cette ſuppoſition. Il eſt évident, ce me ſemble, par ce que je viens de montrer, qu'on n'a le choix que de ces deux alternatives ; ou de dire que tout ce qui exiſte, tout ce qui arrive, exiſte & arrive par une néceſſité abſoluë, ou de dire qu'une choſe peut exiſter, qu'un changement peut arriver, ſans qu'il y ait de raiſon ſuffiſante de cette exiſtence, ou de ce changement. En un mot il faut opter entre le fatalisme le plus abſolu, & la poſſibilité du hazard.

Voilà donc, dès l'entrée de la Métaphyſique, deux routes oppoſées qui meneront à des concluſions bien différentes ; & je ne vois point de guide qui puiſſe décider infailliblement laquelle des deux eſt celle de la Vérité.

XV. Au défaut d'une déciſion infaillible, tenons-nous en à ce qui eſt le plus vraiſemblable. Nous avons déjà vû §. X. que l'idée d'une exiſtence fortuite ne renferme point de contradiction manifeſte ; nous venons de voir, qu'à moins de ſuppoſer la poſſibilité d'une telle exiſtence, il n'y auroit, ni être, ni événement contingent, ce qui conduiroit à d'étranges conſéquences ; ajoutons encore, qu'il ſeroit inconcevable que le Principe de la raiſon ſuffiſante fut une ſuite néceſſaire de celui de la contradiction, ſans qu'on pût en trouver la démonſtration, tandis que ce qui eſt une ſuite de ce dernier Principe ſe démontre avec tant d'évidence & de facilité : & nous pourrons conclure avec une très grande vraiſemblance, que ſi le Principe de la raiſon ſuffiſante eſt vray, il eſt du moins indépendant de celui de la contradiction, & que par conſéquent il eſt impoſſible de le démontrer *à priori*. §. X.

XVI. Mais, dira-t-on, le Principe de la raison suffisante a lieu, même dans les vérités nécessaires, qui découlent du Principe de contradiction: les vérités mathématiques se démontrent; or démontrer, c'est montrer la raison pourquoi on affirme que telle proposition est vraye: cette proposition a donc son suffisant pourquoi; d'ailleurs les vérités mathématiques ont une liaison entr'elles, cette liaison suppose que l'une est la raison suffisante de l'autre; enfin, en mathématique on prouve qu'une grandeur est déterminée par l'autre: celle-ci contient donc la raison suffisante de celle-là. C'est confondre, ce me semble, le Principe de contradiction avec celui de la raison suffisante, que de vouloir appliquer ce dernier dans les vérités géometriques, qui résultent nécessairement de l'autre. Démontrer une vérité géometrique, c'est prouver qu'il impliqueroit contradiction qu'elle ne fût pas vraye. Pourquoi dis-je que les trois angles d'un triangle sont égaux à deux droits? C'est parce que s'ils faisoient plus ou moins de 90 degrés, ce ne seroit plus un triangle. Les trois angles d'un triangle font 180 degrés, parce que ce sont les trois angles d'un triangle; & je sai qu'ils font 180 degrés, parce que je vois évidemment qu'il n'est pas possible que leur somme soit, ni plus grande, ni plus petite.

Le pourquoi ne tombe pas sur le théoreme, mais uniquement sur mon assertion. Il seroit aussi absurde de demander, pourquoi les trois angles d'un triangles sont égaux à deux droits, qu'il seroit ridicule de demander, pourquoi un triangle est un triangle? Il en est de même de toutes les autres vérités nécessaires, elles n'ont d'autre *principium essendi*, pour m'exprimer en scholastique, que l'impossibilité de n'être pas; & l'on ne peut jamais demander pourquoi elles sont, sans supposer qu'il n'y avoit point d'absurdité qu'elle ne fussent pas; c'est à dire, sans faire une supposition absurde.

Mais s'agit-il du *principium cognoscendi* de ces vérités, je veux dire, de la maniere dont nous parvenons à les connoitre? Là le pourquoi est en sa place: dès que j'affirme que les trois angles d'un triangle sont

ſont égaux à deux droits, c'eſt comme ſi je diſois; je ſai que ces angles ſont une telle ſomme de degrés. Ainſi l'on eſt en droit de me demander pourquoi j'affirme ce théoreme, ou plutôt comment je ſai que ce théoreme eſt vray: or je le ſai parce que je ſai que des angles égaux à ces trois angles ſont 180; & je ſai cette derniere vérité, parce que je la vois manifeſtement contenuë dans l'idée de l'angle, & de ſa meſure. Le théoreme étoit vray, & néceſſairement vray, indépendamment de la route qu'il me faut tenir pour parvenir à le connoître; cette route n'eſt autre choſe que l'application ſucceſſive du Principe de contradiction à des cas particuliers, dont chacun me fournit une des propoſitions intermédiaires, qui me conduiſent par degré au théoreme cherché. L'échelle de ces propoſitions, & leur gradation, peut être repréſentée par cette formule générale:

L'idée de A renferme néceſſairement B.
L'idée de B renferme néceſſairement C.
L'idée de C renferme néceſſairement D.
L'idée de D renferme néceſſairement E.

Donc, l'idée de A renferme néceſſairement E, & la renfermoit immédiatement, quoique je ne m'en apperçoive qu'en dévelopant ſucceſſivement les idées de B, C, & D.

Il eſt évident que, dans cette démonſtration, il n'eſt point queſtion de raiſon ſuffiſante: il ſuffit que dans chaque propoſition l'idée de l'attribut réponde ſi évidement à celle du ſujet, qu'on ne puiſſe l'en ſéparer ſons tomber dans une contradiction manifeſte.

Il eſt évident auſſi qu'une intelligence moins bornée n'auroit pas beſoin de cette gradation pour découvrir que l'idée de A renferme néceſſairement E; elle verroit d'un ſeul coup d'œil dans l'idée de A, toutes ſes propriétés quelconques, & la définition de chaque figure lui dévoileroit à l'inſtant tout ce que nous n'en tirons que par une longue enchainure de raiſonnemens. Cette liaiſon des vérités qui nous conduit

duit de l'une à l'autre, s'évanouïroit, & toutes les vérités se présentant à la fois à l'esprit, l'illusion qui fait croire qu'elles résultent, & dépendent l'une de l'autre, parce que nous n'arrivons aux plus compliquées que par la connoissance des plus simples, se dissiperoit parfaitement aux yeux de cette Intelligence. Elle ne seroit jamais tentée de s'imaginer, par exemple, que les trois angles d'un triangle sont égaux à deux droits, parce que les angles alternes sont d'une même grandeur, ni que ceux-ci sont égaux, parce que les angles opposés le sont; & ainsi de suite. Par conséquent elle ne s'aviseroit pas de chercher la raison suffisante où la nature des choses n'en comporte point.

L'Auteur que j'ai déjà cité, a réfuté, selon moi, très solidement dans le même Ouvrage, ceux qui pensent trouver la raison suffisante dans les déterminations des figures géométriques. J'ai peine à concevoir que le célébre *Wolf*, à qui on ne sauroit refuser un degré très éminent de sagacité & de pénétration, & qui avoit profondément médité ces matieres, ait crû que la grandeur de quelques quantités fut la raison suffisante de la grandeur de quelques autres. Je ne saurois nier qu'il ne se soit servi d'exemples géométriques pour expliquer son idée du suffisant pourquoi; mais je suis tenté de croire qu'il a moins voulu donner des exemples de cas où le Principe de la raison suffisante eût réellement lieu, que des comparaisons propres à faire comprendre le sens de ce Principe, & qu'il a puisé ses comparaisons dans la Géométrie à cause de la clarté & de la simplicité de cette Science.

Quoiqu'il en soit, il est hors de doute que les idées de grandeurs déterminantes, & de grandeurs déterminées, n'existent que dans notre maniere de concevoir les choses, qu'elles n'ont rien de vrai en elles-mêmes, & que si nous pouvions embrasser l'objet entier à la fois, ces idées disparoitroient. Nous sommes obligés de décomposer les objets, & de les examiner pièce a pièce, pour nous faire une idée distincte du tout; cela introduit des rapports imaginaires entre ces pièces, à l'aide desquels nous recomposons ensuite l'objet total. Mais tout cet échaffau-

dage lui est étranger, & s'anéantit dès que nous n'en avons plus besoin. Un triangle fait une figure où tout est déterminé à la fois; si nous le décomposons, un angle & les deux lignes qui l'interceptent, détermineront la troisième ligne & ses deux angles ; réciproquement, cette ligne avec ses deux angles, déterminera les deux autres lignes avec l'angle qu'elles forment. Si les déterminantes contenoient la raison suffisante du déterminé, il faudroit admettre ici un cercle de cause & d'effet, puisque le déterminé à son tour contiendroit la raison des déterminantes.

XVII. Après avoir prouvé, si je ne me trompe, bien clairement l'impossibilité de démontrer le principe de la raison suffisante, il est tems d'examiner si ce Principe peut être établi sur l'expérience. La chose se réduit à cette question :

L'expérience nous apprend-elle qu'il n'existe rien, qu'il n'arrive jamais aucun changement dans l'Univers, qui n'ait sa raison suffisante?

Je remarque d'abord que l'expérience seule, séparée de nos jugemens, ne nous apprend que des faits singuliers, ou individuels. Quand donc il seroit prouvé par l'expérience que chaque être que nous appercevons, chaque changement arrivé dans l'Univers dont nous avons connoissance, auroit eu sa raison suffisante, l'induction seroit encore trop incomplette, pour en conclure avec une évidence mathématique, que rien n'est comme il l'est sans un suffisant pourquoi. Ensuite, quand il seroit prouvé par l'expérience qu'il n'existe, qu'il n'arrive rien dans l'Univers, qui n'ait une raison quelconque, à quel caractère reconnoitrons-nous que cette raison est précisément la raison suffisante de l'existence, ou du changement arrivé, & tellement suffisante que toutes les fois quelle se trouvera, on verra naitre un pareil être, ou un pareil changement ?

D'ailleurs, par rapport à tout ce qui est étranger à nous-mêmes, l'expérience n'est qu'une simple perception. Si de cette perception je conclus à l'existence réelle de la chose apperçue, cette existence réelle

n'est

n'est pas un fait observé, ce n'est pas un fait avéré par une expérience immédiate, c'est une conclusion fondée sur ce raisonnement-ci :

J'ai la perception de A, *comme existant hors de moi. Donc* A *existe réellement hors de moi.*

Ce raisonnement suppose la mineure :

Je n'aurois pas la perception de A, *comme existant hors de moi, si* A *n'existoit pas réellement.*

Mais pourquoi n'aurois-je pas cette perception de A, si A n'existoit pas réellement? C'est uniquement parce qu'alors il n'y auroit point de raison suffisante de la perception que j'ai.

Il est donc manifeste que l'existence réelle des choses hors de nous n'est constatée par l'expérience, qu'autant qu'on suppose d'avance la vérité du Principe de la raison suffisante. Par conséquent toute démonstration de ce Principe *à posteriori*, qui supposera l'existence réelle des choses hors de nous, sera une pure pétition de principe.

Nous voilà donc réduits à chercher cette démonstration dans nos seules perceptions ; & alors la question que j'ai proposée, se change en celle-ci.

2°. *Nos perceptions nous apprennent-elles qu'il n'existe rien, qu'il n'arrive jamais aucun changement dans cet Univers idéal, qui n'ait sa raison suffisante.*

Mais que sont-ce que les êtres & les changemens d'un Univers idéal, si ce n'est nos perceptions simultanées & successives ?

Ainsi la question se transforme encore ; je demande donc :

Nos perceptions nous apprennent-elles que nous n'avons aucune perception, soit simultanée, soit successive, qui n'ait sa raison suffisante ?

Or toutes nos perceptions sont, ou simultanées, ou successives, & une perception ne contient que la représentation des choses. Je demande

donc: *Ce qui ne contient que la repréſentation des choſes, contient-il la repréſentation de la raiſon ſuffiſante des choſes?* Il faut néceſſairement répondre que non.

Que la perception totale dans un moment donné repréſente les objets A, B, C, D, E, &c. qu'à cette perception ſuccède immédiatement une autre qui contienne la repréſentation de A, E, G, H, I, que la ſuivante repréſente A, E, L, M, N, &c. voilà différens tableaux, dont chacun contient quelques figures communes, & quelques autres qui lui ſont particulières. S'il étoit déjà démontré que rien n'eſt comme il eſt ſans raiſon ſuffiiſante, je chercherois aſſurément la raiſon du 3e. tableau dans le 2d. & du 2d. dans le premier. Mais ce ſont ces tableaux qui doivent me prouver, que le premier contient la raiſon du ſecond, & le ſecond celle du troiſième: or comment des tableaux muets me fourniroient-ils cette preuve? Comment pourrois-je y lire ce qu'ils ne repréſentent pas? Je n'y vois que divers objets, ou coëxiſtants, ou qui ſe ſuccedent, & rien de plus. Mais je n'y appercois, ni cauſe, ni effet, ni le paſſage de l'un à l'autre.

Il eſt vrai cependant qu'en comparant les divers tableaux que mes perceptions m'ont préſentés jusqu'ici, j'y apperçois un certain ordre, des retours qui paroiſſent réguliers; je remarque p. e. qu'à la perception B a conſtamment ſuccedé la perception G, & à celle-ci la perception L, que la perception A eſt conſtamment accompagnée de la perception E, &c. Mais que conclure de là? Regarderai-je cet ordre, ces rapports, ces retours conſtants, comme une preuve démonſtrative qu'il y a une raiſon ſuffiſante pourquoi B précéde toujours G, pourquoi G précéde toujours L, & pourquoi A accompagne toujours E? Oui aſſurément, s'il étoit déjà prouvé que rien n'eſt ſans raiſon ſuffiſante. Mais cela n'étant pas encore prouvé, ne ſeroit-ce pas là le même cercle que nous voulons éviter? Cela ne voudroit-il pas dire, que pour pouvoir prouver notre Principe *a poſteriori*, il faudroit qu'il fut déjà démontré antécedemment *a priori*.

D'ail-

D'ailleurs cette comparaiſon, où je crois apperçevoir l'idée de l'ordre, & des rapports, qu'eſt-elle elle-même, ſi ce n'eſt un de ces tableaux dont la propriété, comme nous venons de le dire, eſt de repréſenter uniquement les choſes, & nullement leur raiſon ſuffiſante.

Il y a plus. Qui m'aſſurera que ce que j'ai conſidéré jusqu'ici comme divers tableaux détachés qui ſe ſuccedoient, ne fait pas une ſeule & unique pièce? A' quelle marque infaillible puis-je reconnoitre que les perceptions qui ſemblent ſe ſucceder, n'exiſtent pas toutes à la fois? Et que deviendroit alors l'ordre, & la liaiſon que je ſuppoſois dans leur ſucceſſion? Toutes les parties de cette perception unique, ne ſeroient plus qu'une infinité de traits de pinceau, qui n'auroient d'autre liaiſon entr'eux, que d'être couchés ſur une même toile.

Quelque paradoxe que paroiſſe cette idée, on trouvera dans les *Réflexions Philoſophiques ſur l'origine des langues*, d'où je l'ai puiſée, ſa poſſibilité, ſa vraiſemblance même, démontrée avec cette profondeur de génie, & cette éloquente briéveté, qui en ont auſſitôt décelé l'illuſtre Auteur. Il ſuffira de rapporter ici le dernier paragraphe de ce petit Ouvrage, rempli d'idées également nouvelles, vaſtes, & ſublimes.

„ Enfin comment connois-je, (dit l'Auteur,) les perceptions „ paſſées, que par le ſouvenir, qui eſt une perception préſente? Tou- „ tes les perceptions paſſées ſont-elles autre choſe que des parties „ de cette perception préſente? Dans le premier inſtant de mon „ exiſtence, ne pourrois-je pas avoir une perception compoſée de „ mille autres comme paſſées? Et n'aurois-je pas le même droit „ que j'ai, de prononcer ſur leur ſucceſſion?

En voilà aſſez je crois pour nous convaincre que la Principe de la raiſon ſuffiſante ne peut être démontré à la rigueur, ni *a priori*, ni par l'expérience.

Nous avons vû aussi, qu'à parler exactement on ne sauroit le mettre au rang des axiomes non plus, puisque tout axiome est fondé sur le Principe de contradiction, ou sur cette proposition qui en découle, A est A; au lieu que le Principe de la raison suffisante ne semble découler nécessairement, ni de l'un, ni de l'autre. Reste à voir s'il faut ranger ce Principe au rang des propositions vraisemblables.

Mais qu'est-ce qu'une proposition vraisemblable? Quelle idée peut-on attacher à la probabilité, tant qu'il n'est pas décidé si les choses arrivent par hazard, ou si elles ont une raison suffisante? Une proposition vraisemblable est celle où l'on ne sauroit démontrer que l'idée complette du sujet contienne certainement celle de l'attribut, mais où l'on voit pourtant que, non seulement elle pourroit la contenir sans contradiction, mais encore qu'il y a plus de raison de croire qu'elle la contient, qu'il n'y en a d'en douter. Mais, si la liaison du sujet avec l'attribut peut exister fortuitement, on ne peut jamais dire qu'il y ait plus de raison de croire que cette liaison existe réellement que qu'elle n'existe pas; il est donc évident que l'idée de probabilité suppose déjà le Principe du suffisant pourquoi, & que ce seroit se jouër des termes que de dire que ce Principe est vraisemblable. Après tout ce que je viens de dire, on seroit tenté de soupçonner, que mon but est d'ébranler la vérité du Principe de la raison suffisante: ce n'est nullement mon intention; je suis intimément persuadé que rien n'est comme il est sans raison suffisante; je sai, & je viens de le montrer, qu'on ne sauroit faire un pas asseuré, ni dans la Philosophie, ni dans la Métaphysique, à moins de poser ce Principe pour base de nos raisonnements; les vérités les plus importantes & les plus respectables en dépendent, quoiqu'il ne suffise pas à nous les découvrir.

Mais j'ai voulu faire voir que la Métaphysique n'est pas susceptible d'une évidence mathématique; que si on veut la réduire en système,

tème, ce système ne sauroit être démontré avec la rigueur géométrique; & que si nous ne voulons pas nous abuser nous-mêmes, & perdre le tems en des disputes interminables, nous ne devons donner à chaque Principe métaphysique que le degré d'évidence qu'il a réellement, & ne pas nous flatter de le faire recevoir aux autres, qu'autant qu'ils y trouveront la même clarté. Les Systèmes du Hazard, du Fatalisme, de l'Idéalisme, de l'Egoïsme même, quelques révoltans qu'ils paroissent à ceux qui ne les adoptent pas, sont à l'abri de toute réfutation démonstrative, dès qu'ils ne choquent pas le Principe de la contradiction; & ce seroit perdre le tems inutilement, que d'entreprendre de les attaquer, si ceux qui les défendent n'ont la complaisance de nous permettre des armes, dont à la rigueur nous n'avons pas le droit de nous servir contre eux.



SECOND

SECOND MÉMOIRE
SUR LES PRINCIPES METAPHYSIQUES,

PAR M. BEGUELIN.

J'ai montré dans le Mémoire précédent, que le Principe de la raison suffisante n'est, à parler avec l'exactitude mathématique, démontrable ni en soi-même, ni par l'expérience; que ce n'est point un axiome qui puisse être reçu sans démonstration; que ce n'est pas même une proposition vraisemblable. Tournons maintenant la médaille, & renonçant à cette Métaphysique geométrique pour laquelle nous ne sommes pas nés, mettons-nous tout d'un coup à notre aise; posons d'abord comme une hypothese que ce Principe est vrai, & voyons si ce qui en résultera s'accorde avec l'expérience, & avec les vérités nécessaires. C'est sous cette face que *Leibnitz* l'avoit d'abord présenté; & ses disciples auroient bien fait de s'en tenir uniquement à cette méthode.

Il semble en effet que ce Principe soit né avec nous, tant nous sommes accoutumés d'y revenir à chaque occasion; & si *Locke* n'avoit prouvé si clairement, qu'il n'y a point d'idées innées, on seroit tenté d'en chercher un exemple dans ce Principe. Dès la plus tendre enfance nous demandons le pourquoi des choses, & supposons comme un Principe généralement reçu, que rien n'est, que rien n'arrive, sans quelque raison; on se paye alors souvent à la vérité de mauvaises raisons, & à qui n'arrive-t-il pas de le faire dans un âge plus mûr? Mais c'est toujours, parce qu'on croit ces raisons bonnes, ou suffisantes; & jamais parce qu'on s'imagine qu'il n'importe point quel rapport une cause ait à son effet.

En raisonnant donc d'après cette hypothese, il en doit résulter que, si elle est vraye, les mêmes causes doivent constamment produire les

 mêmes

mêmes effets. Or c'est ce que toute la Physique & la Morale semblent confirmer; le même concours de circonstances y est réguliérement suivi d'un même événement.

Il est vray que le plus souvent nous ne connoissons pas toutes ces circonstances, ou que, lors même que nous les connoissons, nous ne sommes pas en état de découvrir avec certitude si elles existent actuellement, & qu'ainsi nous pouvons rarement prédire l'événement. Mais il y en a ordinairement quelques unes de si marquées, qu'il n'est guères possible de s'y tromper; & nous sommes assurés que celles-là ont constamment existé, toutes les fois qu'un même événement arrive. Dans le cours ordinaire de la Nature, il est inouï p. e. qu'un enfant naisse sans une copulation précédente; quoique cette copulation ne puisse pas être regardée comme la raison suffisante de l'existence de l'enfant, puisqu'elle ne la produit pas toujours: & quand il seroit possible qu'un habile Physicien découvrit à force d'expériences reïtérées toutes les causes qui doivent encore concourir à cette production, il n'en seroit pas plus en état de prédire qu'un enfant naitra, puisqu'il ne sauroit vérifier l'existence actuelle de toutes les circonstances requises.

De même en Morale, il est inouï que quelcun se soit déterminé à commettre une action, si ce n'est en vuë d'un bien; la représentation distincte, ou confuse, d'un bien vrai, ou apparent, contient donc, ou la raison suffisante, ou la raison partiale, de l'action: & toutes les fois qu'une action sera produite par un agent intelligent, je serai fondé à conclure qu'il se représentoit cette action comme un bien. Mais de ce que je ferai naitre dans l'esprit de cet agent la représentation d'un bien attachée à une action, je ne saurois encore prédire qu'il la commettra, parce que je ne saurois m'assurer qu'il envisage précisément la chose du même côté que moi.

L'expérience ne nous permet donc guères de chercher les effets dans les causes, mais elle nous indique presque les causes dans les

 effets,

le renverse. L'expérience nous apprend tous les jours que les explications qui sembloient les plus satisfaisantes, ne le sont pas, que nous nous trompons en mille & mille rencontres dans l'assignation des causes, ou des raisons suffisantes; mais elle ne fournit aucun cas où l'on soit en droit de dire, qu'une chose est telle qu'elle est sans aucune raison. Si un partisan du hazard objectoit que ce que l'expérience n'a point démenti jusqu'aujourd'hui, elle peut le démentir demain; je lui répondrois que son objection auroit quelque force contre ceux qui voudroient démontrer à la rigueur le Principe *à posteriori*, mais qu'elle n'en a point dès qu'il n'est question que de sa probabilité; puisqu'il est infiniment probable, que ce qui n'a existé jusqu'ici que d'une maniere uniforme, n'existera jamais que de cette maniere-là.

J'ai supposé que, dès que le principe ne seroit pas vrai, les choses semblables pourroient parvenir à l'existence de toutes les manieres quelconques intrinséquement possibles c. a. d. sous toutes les circonstances imaginables, dont le concours n'impliqueroit pas une contradiction absolue. Mais, si l'on me soutenoit que chaque chose n'a qu'une seule maniere possible de parvenir à l'existence, & qu'ainsi il n'est pas étonnant qu'elle n'y parvienne que de cette maniere-là, alors sans doute mon argument perdroit toute sa force, & il ne seroit plus question de degré de vraisemblance; car, dès qu'il seroit absolument impossible qu'une chose existât sous d'autres circonstances que sous celles où nous la voyons exister, je ne saurois plus dire, que si elle n'avoit point eu de raison suffisante de son existence, elle auroit pû parvenir à l'existence de mille autres manieres.

Mais cette objection ne sauroit être proposée que par un défenseur du fatalisme & d'une nécessité absolue; & nullement par un partisan du hazard. Or il ne s'agit d'établir le Principe de la raison suffisante que contre ce dernier. Le fatalisme suppose un enchainement de causes & d'effets; & bien loin de rejetter le Principe de la raison suffisante, il lui attribue une nécessité aussi absolue qu'au Principe de la contra-

tra-

tradition. Il est question avec un Stratonicien, non d'examiner si les choses ont un suffisant pourquoi, mais si ce suffisant pourquoi qu'il adopte, emporte avec soi une nécessité géometrique, ou non. Un sectateur d'Epicure au contraire ne sauroit nier, que dans son systême les choses ne puissent exister indifféremment de mille manieres différentes, c. a. d. que leur existence ne puisse être accompagnée & précédée au hazard, tantôt de telles circonstances, tantôt de telles autres à l'infini; car, pour le nier, il faudroit qu'il prouvât qu'il implique contradiction que l'existence de A ne fut pas accompagnée de la circonstance C; mais, puisque A dans son systême n'a besoin du concours d'aucune cause pour exister, comment son existence seroit-elle indissolublement liée à celle de C?

Je ne crois pas qu'un partisan du hazard puisse éluder autrement la force de l'argument, qu'en disant qu'à supposer que les choses semblables existent toujours d'une maniere uniforme, ou sous les mêmes circonstances; cette uniformité peut encore aussi bien être un effet du hazard, que d'une cause qui contienne la raison suffisante de leur existence.

Je ne saurois nier qu'effectivement, entre les manieres diversifiées à l'infini, où les circonstances sous lesquelles une chose peut exister dans le systême du hazard, ne soit aussi comprise la maniere dont elle doit exister, s'il y a une raison suffisante de son existence; & c'est là ce qui empêche de donner le Principe de la raison suffisante comme parfaitement vérifié par l'expérience. Car si je pouvois faire ce raisonnement-ci:

Si les choses existent sans raison suffisante, elles pourront exister sous les circonstances quelconques B, ou C, ou D, ou E ... à l'infini.

Si au contraire elles ont une raison suffisante de leur existence, chaque classe des choses semblables n'existera que de la maniere, ou sous la circonstance A.

Or l'expérience prouve que les choses semblables existent sous la circonstance A.

 Et

Et cette circonstance A n'est contenue dans aucun des termes de la série B, C, D, E, &c. qui renferme tous les cas possibles dans le systême du hazard.

Si, dis-je, je pouvois affirmer également toutes ces prémisses, alors la conclusion seroit indubitable, que les choses ont une raison suffisante de leur existence, & que rien n'est par hazard.

Mais, puisque la derniere prémisse est fausse; puisque je ne saurois nier que la circonstance A ne soit la même, que la circonstance X, de la série B, C, D, E, ... tout ce que je puis conclure, c'est qu'il y a autant de degrés de probabilité qu'un Etre individuel n'existe pas sans raison, qu'il y a de termes dans la série B, C, D, E, &c. comparés au nombre unique A, de sorte que, si le nombre des termes de cette série est infini, il y a auroit l'infinité à parier contre un que cet être a une raison suffisante de son existence. Or, plus le nombre d'Etres individuels, ou d'événemens dans l'Univers, sur l'existence desquels on pourra faire le même pari, sera grand, plus la probabilité de l'hypothese d'un suffisant pourquoi se confirmera; de sorte qu'on pourra hardiment lui assigner le plus haut degré de certitude après celle des vérités géométriques.

Pour mettre la chose dans son plus grand jour, prenons l'exemple des taches solaires. Ce n'est que depuis 1611. qu'on les observe. On y a remarqué dès le commencement une révolution périodique autour du Soleil, d'Orient en Occident, qui s'achève assez regulierement en 28 jours; d'où l'on a conclu que le Soleil lui même tournoit en ce sens sur son axe à peu près en autant de tems. Si l'on n'avoit eu occasion d'appercevoir qu'une seule révolution de ces taches, il est évident qu'on n'en auroit rien pû conclure pour le mouvement du Soleil même; ce n'est que le nombre & l'uniformité de ces révolutions, qui nous permettent d'en tirer un argument très probable pour la rotation du Soleil autour de son axe. Cependant le nombre des révolutions qu'on a pû observer depuis 1611. ne va pas au delà de 1912. à supposer

poser même que pendant ces 144 années, le Soleil n'ait jamais été sans taches, & qu'on les ait toutes observées. Posons qu'on en ait pû observer dix à la fois sur le disque du Soleil, cela ne donneroit encore au plus que 20 mille observations ; & il s'en faut de beaucoup qu'on les ait. Ces observations d'ailleurs ne sont pas exactement uniformes ; le mouvement propre des taches pouvant accélérer, ou retarder, leur révolution apparente. Mais sans être trop difficile à cet égard, il est certain du moins, que quand même le mouvement apparent de ces taches seroit absolument fortuit, il n'auroit pû avoir jusqu'à présent que 20 mille variations observables. Cependant les Astronomes n'ont pas attendu qu'ils eussent un pareil nombre d'observations uniformes, pour affirmer que le Soleil tourne sur son axe en 27 jours & demi, ou environ ; & l'on regarderoit comme une grande absurdité d'en douter un moment.

En effet cette absurdité est fondée sur l'immense degré de probabilité qu'il y a, que ces taches ne paroitroient pas tourner tant de fois de suite du même côté, s'il y avoit parité de raison qu'elles se mûssent vers le côté opposé. Car, à ne supposer que deux directions également possibles, il y auroit, suivant les régles de la probabilité, un nombre de 6021 figures, dont les cinq premières sont 39810. à parier contre l'unité, qu'en vingt mille coups les taches ne se mouvront pas toujours vers le bord occidental. Que si l'on suppose qu'elles puissent également se mouvoir vers les quatre plages cardinales, ce nombre déjà si énorme deviendra de 12043 chiffres ; & ces chiffres doubleront dans la même proportion, à mesure qu'on doublera le nombre des plages vers lesquelles peut concevoir que les taches solaires pourroient indifféremment diriger leur mouvement.

Si donc vingt mille, ou pour parler plus vrai, si une centaine d'observations consonantes, ont suffi pour prononcer que la révolution des taches solaires n'étoit, ni l'effet du hazard, ni celui de quelqu'autre cause quelconque, mais uniquement du mouvement du Soleil mê-

me sur son axe; combien ne seroit-il pas absurde de révoquer en doute le Principe de la raison suffisante, dont un nombre si prodigieux de cas, répétés depuis si longtems, concourent à confirmer l'hypothese; & lui donnent une probabilité si immense, que si elle n'est pas infinie, on peut au moins prouver que la vie de plusieurs milliers d'hommes ne suffiroit pas à écrire les chiffres du nombre qui en exprimeroit le degré, si ce degré pouvoit être soumis au calcul ?

Mais le Principe de la raison suffisante est-il universel ? S'étend-il à tout, & ne souffre-t-il absolument aucune exception ? C'est là proprement le grand point à décider, & sans la décision duquel le Principe ne sauroit être d'un grand usage. En effet, à moins que nous ne soyons assurés de son universalité, ou que, s'il est limité, nous ne sachions précisément ce qui constitue ses limites, nous ne pourrons jamais affirmer à coup sûr d'une chose, qu'elle a son suffisant pourquoi, à moins que nous ne connoissions d'ailleurs sa cause; & en ce cas-là nous n'avons plus besoin du Principe général pour y remonter.

En réfléchissant sur la maniere dont nous sommes parvenus à nous assurer de la vérité de ce Principe, nous remarquons que l'Univers matériel & intellectuel fournit un nombre prodigieux de cas qui confirment ce Principe; que ce même Univers offre aussi un très grand nombre de cas qui ne décident, ni le pour, ni le contre; & qu'enfin, il n'en présente aucun dont on puisse affirmer qu'il répugne à ce Principe. Il est évident qu'une vérité dont nous ne sommes assurés que par une incomplette induction de cas particuliers, quelque nombreux qu'ils soient, ne sauroit être considérée à la rigueur comme une vérité universelle, ni appliquée qu'avec plus, ou moins, de vraisemblance aux cas qui ne sont pas renfermés dans l'induction.

Mais il est certain aussi qu'une induction, quoique fort incomplette, quand d'ailleurs rien ne tend à l'affoiblir, suffit pour nous faire recevoir une proposition dans toute son universalité. Je ne pense pas qu'on ait disséqué beaucoup d'Eléphans; je ne crois pas non plus

que

que le plus habile Anatomiste puisse démontrer la nécessité de la ratte dans les quadrupèdes, cependant je crois qu'on se moqueroit de celui qui ne recevroit pas comme une proposition universelle, que tous les Eléphans ont une ratte.

Il est donc très vraisemblable que le Principe de la raison suffisante est universel, & qu'il s'étend à tout ce qui ne sauroit être limité par lui-même, ou par le Principe de la contradiction : je veux dire, que le Principe du suffisant pourquoi a lieu partout, si ce n'est où il impliqueroit contradiction qu'il eut lieu, ou bien lorsque qu'on peut donner une raison suffisante pourquoi il n'a pas lieu.

Ces deux restrictions que je crois devoir ajouter, n'ôtent rien à l'universalité du Principe ; car, quand on affirme l'universalité d'une proposition ; on veut seulement dire qu'elle est applicable dans tous les cas possibles : or les cas qui impliquent contradiction en eux-mêmes, & ceux qui par leur nature ne peuvent pas être l'objet de cette proposition, sont évidemment exclus de la classe des cas possibles par rapport à cette proposition-là.

S'il existe des chiens à qui on ait coupé la ratte, cela ne déroge point à l'universalité de la thèse, que tout chien a une ratte ; parce que l'attribut n'est jamais affirmé du sujet dans la proposition la plus universelle, que sous la condition de la possibilité actuelle : ainsi quand on dit, tout chien a une ratte, c'est comme si l'on disoit tout chien qui peut actuellement avoir une ratte, a une ratte ; or un chien à qui on l'a coupée n'est pas dans le cas ; il implique qu'on la lui ait coupée, & qu'il puisse actuellement l'avoir. De même, quand on affirme universellement que rien n'est comme il est sans une raison suffisante, c'est tout comme si l'on disoit : rien de ce qui est susceptible d'une raison suffisante, n'est comme il est sans une raison suffisante.

Je ne pense pas qu'on puisse contester cette explication, mais elle paroitra superflue à ceux qui pensent que tout est susceptible d'une raison suffisante ; il s'agit donc de voir ce qui en est.

J'ai déjà fait voir dans le premier Mémoire, que le Principe de la raiſon ſuffiſante n'eſt point applicable aux vérités géometriques, que tout ce qui exiſte par une néceſſité abſolue, n'a point beſoin de ſuffiſant pourquoi. En effet la raiſon ſuffiſante eſt ce qui explique les événemens de l'Univers matériel & intellectuel, qui dit pourquoi une choſe eſt comme elle eſt plutôt qu'autrement. Mais en Géometrie, & dans les choſes d'une néceſſité abſolue, il n'eſt point queſtion d'événement à expliquer; dès qu'une choſe n'eſt pas ſuſceptible d'être autrement, il n'y a plus de pourquoi, ni d'explication, l'explication & le pourquoi n'a lieu qu'entre les cauſes & les effets. Ce ſeroit une diſpute de mots que de dire que les vérités néceſſaires ont auſſi leur raiſon; car, quand on parle de raiſon ſuffiſante, on ne parle pas des moyens par lesquels nous parvenons à la découverte d'un fait, mais on parle des moyens par lesquels les choſes parviennent à être ce qu'elles ſont.

Qu'on admette une raiſon déterminante en Géometrie, à la bonne heure; il ne ſera pas moins vray que ce que nous concevons comme le déterminant & comme le déterminé, n'eſt pas plus l'un que l'autre; que tout y exiſte à la fois; au lieu que, dans les vérités contingentes, ce que nous concevons comme cauſe & comme effet eſt réellement diſtinct, & n'exiſte que l'un par l'autre. En Géometrie le déterminant & le déterminé exiſtent en même tems, & les rapports que nous y imaginons changent à notre volonté; ſi nous ſongeons premièrement aux angles, ce ſont eux qui déterminent les ſinus; ſi nous ſongeons premièrement aux ſinus, ce ſont eux qui déterminent les angles: en un mot ſi A contient la raiſon déterminante de B, B à ſon tour contient la raiſon déterminante de A. Mais dans l'Univers notre façon de concevoir ne peut rien changer aux rapports. Ce n'eſt pas elle qui décide lequel eſt le déterminant, ou le déterminé; la cauſe, ou l'effet; le ſuffiſant pourquoi, ou le réſultat. C'eſt la Nature même de la choſe qui y décide de tout, & nous ne ſommes que les ſimples obſervateurs. La copulation précéde la conception, la conception précéde l'accouche-

chement; les moyens précédent la fin; la repréſentation du bien précéde l'action. Ici ſi A contient la raiſon ſuffiſante de B, B ne contient jamais la raiſon ſuffiſante de A. Il eſt donc évident que les vérités néceſſaires ſont d'une nature bien différente de celles que l'expérience ſeule nous découvre. *Leibnitz* avoit très bien ſaiſi cette différence; chez lui le Principe de contradiction eſt la ſource des vérités éternelles, & le Principe de la raiſon ſuffiſante n'eſt la ſource que des vérités contingentes; chaque Principe a ſon département ſeparé, & n'empiéte point ſur l'autre: mais enſuite ſes diſciples ont ſouvent confondu ce qui devoit reſter ſéparé.

C'eſt par le Principe de la raiſon ſuffiſante que nous parvenons à nous aſſurer de l'exiſtence d'une cauſe première, parce que n'exiſtant pas par la néceſſité de nôtre nature, nous, & tous les êtres contingens, avons beſoin d'une raiſon ſuffiſante, & par conſéquent d'une cauſe pour exiſter; mais il implique contradiction que la cauſe première exiſte cauſe première & qu'elle ait une raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence. Elle exiſte néceſſairement, indépendamment de toute cauſe; & ce ſeroit confondre ici, comme en Géometrie, le moyen par lequel nous parvenons à connoitre les choſes, avec la raiſon ſuffiſante des choſes, que de dire que l'Etre éternel & infini eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante. Quand on dit que Dieu contient en ſoi la raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence, ſi on entend par là autre choſe, ſi ce n'eſt que Dieu n'a point beſoin d'une raiſon ſuffiſante pour exiſter comme il exiſte de toute éternité, on ne dit certainement rien d'intelligible. Il implique contradiction que Dieu exiſte autrement que comme un être néceſſaire & éternel: ainſi demander pourquoi il exiſte ainſi, dans le tems qu'il étoit impoſſible qu'il exiſtât autrement, c'eſt demander pourquoi un être néceſſaire & infini eſt un être néceſſaire & infini, & ſe répondre, c'eſt parce qu'il eſt un être néceſſaire & infini. Je laiſſe à juger ſi ce n'eſt pas ſe jouër des termes, pour pouvoir appliquer des propoſitions à des cas qui n'en ſont pas ſuſceptibles.

Voyons maintenant si, outre les choses d'une nécessité absolue, il y en peut encore avoir d'autres qui ne soient point susceptibles d'un suffisant pourquoi.

Nous avons montré dans le Mémoire précédent, qu'à moins d'admettre le fatalisme le plus absolu, il falloit reconnoitre la possibilité du hazard ; il est donc possible qu'il y ait des choses dans l'Univers qui existent sans raison suffisante, mais de la simple possibilité nous aurions tort de conclure à l'existence actuelle. Après avoir montré dans ce Mémoire-ci, qu'il est infiniment probable que les choses ont leur raison suffisante, il est naturel de conclure que, si le hazard a lieu quelque part dans cet Univers, il faut que ce hazard même ait une raison suffisante ; je veux dire, qu'on puisse expliquer intelligiblement pourquoi & comment une chose existe fortuitement de la maniere qu'elle existe. C'est la seconde restriction que j'ai mise à l'universalité du Principe, savoir qu'il a lieu dans toutes les choses de cet Univers, excepté lorsqu'on peut donner une raison suffisante pourquoi il n'a pas lieu. Je m'explique.

Les antagonistes de ce Principe ont objecté que, lorsqu'il seroit question de choisir entre deux choses parfaitement semblables, ou de placer ces deux choses, on se détermineroit sans raison suffisante, & qu'on ne pourroit jamais assigner de raison pourquoi A seroit placé en B, & l'autre A en C. *Leibnitz*, pour résoudre cette objection, a nié l'existence de deux choses semblables ; & l'expérience aidée par les microscopes paroit effectivement confirmer son célébre Principe des indiscernables. Je me reserve de l'examiner à la suite de ces Mémoires ; ici je n'en parlerai qu'autant qu'il a rapport au Principe de la raison suffisante.

Il est évident d'abord, que ce seroit commettre un cercle vicieux que d'étayer le Principe de la raison suffisante sur celui des indiscernables, & de prouver ensuite ce dernier par l'autre. Pour éviter une pétition de principe il faut nécessairement, ou prouver l'universalité du Principe de la raison suffisante, indépendamment de celui des indiscernables, ou prouver celui-ci indépendamment de celui-là. Ce dernier moyen

y en feroit le plus pratiquable, s'il étoit vrai, comme le pense l'Auteur du *Traité du hazard* que j'ai cité dans mon premier Mémoire, qu'il fut absolument impossible que deux choses semblables existassent ; mais j'avoüe que je ne faurois être en cela de son sentiment, & qu'il me paroit qu'il a tort de reprocher à *Leibnitz* de s'être trop relâché, & d'être tombé en contradiction sur cet article.

Je ne conçois pas quelle impossibilité absolue il y auroit qu'il existât p. e. un second Monde semblable à celui-ci. Il n'implique pas que ce Monde existe ainsi; s'il impliquoit contradiction qu'un Monde parfaitement semblable à celui-ci existât, ce ne feroit pas par une impossibilité intrinséque, mais uniquement parce que celui-ci feroit parvenu à l'existence. Mais un autre Monde parfaitement semblable n'auroit nulle connexion avec celui-ci, sans quoi ce ne feroient pas deux Mondes distincts: par conséquent l'existence du nôtre n'influeroit en rien sur l'existence de son semblable: & comment pourroit elle donc la rendre impossible? Si on cherche la difficulté dans l'espace, concevons que les deux Mondes se succédent, que celui-ci anéanti fasse place à son semblable: le lieu ni le tems n'ôtent rien à la parfaite ressemblance. Ainsi *Leibnitz* auroit eu tort de nier la possibilité des choses semblables. Cette possibilité n'est point incompatible non plus avec son Principe des indiscernables; car, de ce qu'il est possible, absolument parlant, que deux choses parfaitement semblables existent, il ne suit pas qu'elles soient parvenues toutes les deux à l'existence, & ce n'est que ce fait que le Principe des indiscernables nie. L'objection tirée des deux idées parfaitement semblables ne me semble point solide; car, avant que des indiscernables parviennent à l'existence, tant qu'ils ne sont conçus que dans la région des possibles, ils ne forment pas deux idées, ils n'en forment qu'une seule. Un Architecte bâtira dix maisons sur un même plan qu'il aura conçu ; on ne sauroit dire qu'il ait eu dix plans parfaitement semblables dans sa tête, il n'en avoit qu'un seul, qu'il a trouvé bon de réaliser en dix différens endroits: & il est si vrai qu'il n'avoit qu'un seul plan dans sa tête, qu'il n'aura besoin d'en tracer qu'un seul

 sur

sur le papier pour les dix édifices : & supposé qu'il en traçât deux égaux A & B, pour quelqu'autre considération, pourra-t-on jamais dire qu'il a réalisé sur le terrain le plan A, & non le plan B ? Aussi, quand *Leibnitz* dit qu'il n'est pas impossible absolument de supposer deux gouttes d'eau entièrement semblables, il n'entend pas deux gouttes d'eau idéales, qui sans doute n'en seroient qu'une, & non deux ; mais deux gouttes d'eau réellement existantes, l'une en L, & l'autre ailleurs.

Dès-là que le Principe des indiscernables n'est pas d'une nécessité absolue, on ne sauroit le fonder que sur le Principe de la raison suffisante, ou sur l'expérience seule. Mais nos sens sont trop imparfaits pour que l'expérience en puisse décider ; il est donc évident que le Principe des indiscernables ne sauroit être prouvé indépendamment de celui de la raison suffisante, & que par conséquent on ne sauroit, sans commettre une pétition de principe, recourir aux indiscernables pour prouver l'universalité absolue du suffisant pourquoi.

Si donc il entroit dans le plan d'un Univers digne de la Sagesse infinie du Créateur, que certains êtres individuels, certains Elémens de la matiere, y fussent répétés deux ou plusieurs fois, soit pour former réunis un corpuscule homogéne, soit pour entrer dispersés dans la composition de corpuscules heterogénes, qui par ce moyen seroient parfaitement semblables, pourroit-on assigner une raison suffisante, pourquoi les élémens S^1, S^2, S^3, &c. du corpuscule homogéne C, seroient placés dans cet ordre, plutôt que dans l'ordre S^2, S^1, S^3, & pourquoi les élémens dissemblables A, B, C, &c. d'un corpuscule M, seroient placés en L, tandis que leurs indiscernables A^2, B^2, C^2, &c. d'un autre corpuscule M^2, seroient placés en X.

Il ne paroit pas que la supposition ait rien d'absolument absurde. Dans tous les ouvrages de l'art on a besoin de piéces semblables, & plus l'ouvrier peut les rendre parfaitement semblables, plus l'ouvrage est parfait. Ne fut-il question que d'élever un obélisque sur trois boules, plus ces trois boules seroient parfaitement semblables, plus il y au-

roit

roit de régularité & de solidité dans le tout. Celà a également lieu dans les machines où les piéces sont plus variées ; dans une montre, par exemple, s'il étoit possible à l'ouvrier de faire que toutes les dents d'une roue, que toutes les engrainures d'un pignon, que toutes les parties du balancier & du ressort, fussent parfaitement semblables, il n'est pas à douter que la montre ne fut plus parfaite que toutes celles que nous avons. D'ailleurs chaque matiere, ou chaque aggrégé de matiere est, est propre à produire un certain effet particulier à cette matiere-là. Mais, si l'effet doit être considérable, il faut que cette matiere, ou cet aggrégé de matiere, soit répétée ; un grain de poudre a la propriété d'augmenter le ressort de l'air, mais, s'il faut augmenter ce ressort au point de faire sauter une masse considérable de matiere, un grain seul n'y suffira pas, il en faut plusieurs milliers : plus chacun de ces grains ressemblera à l'autre, plus il contiendra exactement la même quantité de souffre, de salpétre, & de charbon ; plus les parties de ces trois Principes seront exactement homogénes, plus l'effet à quantité égale sera grand, mieux l'artificier parviendra au but qu'il s'est proposé. Je sai que la grossièreté de l'Art n'est point à comparer avec la délicatesse des opérations de la Nature, & qu'on ne sauroit par conséquent conclure à coup seur de l'un à l'autre ; mais l'analogie prouve au moins qu'il nous est très difficile de décider que, dans le plan de l'Univers le plus parfait, il ne doit pas entrer des êtres parfaitement semblables.

Ce qui j'ai dit de la matiere peut s'appliquer également aux Intelligences. Un vaste Etat aura un excellent Général, un excellent Ministre, un très bon Médecin, un Artiste très habile. Cet Etat seroit-il moins parfait si dans la multiplicité des affaires, il avoit encore un second Ministre, un second Médecin, un second Artiste ; parfaitement égal en lumières, en talents, & en caractère, au premier ? J'ai peine à croire, que cette duplicité produisit une imperfection dans l'Etat. Pourquoi donc en seroit-ce une dans l'Univers, si dans l'immensité de son étendue, & de sa durée, il se trouvoit deux Intelligences parfaitement semblables dans leur origine ? Je dis dans leur origine, car je comprends bien

bien que le tems, le lieu, les circonstances, doivent mettre successivement quelques différences entre ces Intelligences, quoiqu'essentiellement semblables. J'avoüe que le Principe des indiscernables est très philosophique, qu'il aide a former un systême très bien lié. Mais j'y trouve des difficultés qui me paroissent insurmontables, & que je reserve pour un autre Mémoire. Ici il suffit d'avoir montré qu'il n'est pas absurde d'en douter. Cela posé, voyons ce qui résulteroit par rapport au Principe du suffisant pourquoi, s'il existoit dans la Nature deux aggrégés d'indiscernables A, B, C, & A^2, B^2, C^2, l'un placé en L, & l'autre en X.

Cette position sera, ou le premier arrangement du Créateur, ou la suite des changemens arrivés dans la Nature par les loix du mouvement, ou l'effet de l'action d'une Intelligence créée.

Par rapport au Créateur, je n'y vois point de hazard ; à moins qu'on ne se le représente faussement comme créant séparément A & A^2, & délibérant en suite lequel des deux il placera en L, & lequel en X. La Création de l'Univers entier est un acte unique. A, B, C; & A^2, B^2, C^2, dans l'Intelligence infinie qui se représente un Monde possible, n'est qu'une même idée, combinée a la fois avec L, & avec X, & si cette combinaison entre dans le plan du meilleur Monde, il n'y a point de raison de douter quelle ne soit réalisée par l'acte de la Création. Ainsi il n'y a point de raison, ce me semble, de demander pourquoi A est en L, plutôt qu'en X; la chose n'étoit pas susceptible d'un suffisant pourquoi; par conséquent elle n'en a pas besoin. Il seroit absurde à mon de avis de demander le pourquoi d'une chose dont on conçoit clairement qu'elle n'en comporte point, & dont on peut expliquer pourquoi elle n'en comporte point Si l'on veut nommer fortuite la situation de ces indiscernables, à la bonne heure, je ne dispute point sur les termes; mais je ne vois aucun inconvénient dans ce sens là de poser un hazard en Dieu, puisque toutes les combinaisons différentes de ces indiscernables, je veux dire, tous les échanges possibles de leurs situations réciproques, ne changeront rien à cet Univers, ne le ren-

dront, ni plus, ni moins parfait, & ne donneront toujours qu'un même résultat. N'admettre le hazard que dans les cas, où il y a une raison suffisante de l'admettre, tirée de la nature même des choses, c'est renverser le fatalisme, sans limiter, ni la sagesse, ni la prescience du Créateur.

Si nous concevons maintenant les indiscernables parvenus de leur première situation en L & X, par une suite des loix mécaniques de la Nature, il n'y a point de hazard encore ; la raison suffisante de leurs diverses positions est dans les changemens arrivés dans la Nature, d'où l'on peut expliquer successivement toutes leurs situations jusqu'au premier moment de l'existence de l'Univers.

Enfin, s'il s'agit d'expliquer comment deux indiscernables se trouvent placés l'un en L, & l'autre en X, par l'acte d'une Intelligence bornée ; il n'y a pas plus de difficulté que lorsqu'on veut expliquer comment nous nous déterminons à choisir entre des choses qui nous semblent parfaitement semblables, bien qu'elles ne le soient pas, ou qui, quoique dissemblables, sont parfaitement égales par rapport au but que nous nous proposons. Si, de l'aveu de tous les Leibnitiens, les circonstances étrangeres, les déterminations accidentelles, fournissent en ces cas-là la raison suffisante de notre choix, ou de l'arrangement que nous faisons, ces mêmes circonstances étrangeres, ces mêmes déterminations accidentelles expliqueront pourquoi nous aurons placé A en L, & A² en X. Par rapport à nous, pour qui mille choses sont réellement indiscernables, le hazard ne sauroit avoir, ni plus, ni moins de part à nos actions, soit qu'il existe réellement des indiscernables, soit qu'il n'y en ait point dans toute la Nature. A l'égard des Intelligences créées, conçues comme essentiellement semblables, la chose a plus de difficulté : les circonstances des tems & des lieux mettent une différence infinie dans le rôle quelles auront à jouër ; ce rôle n'est pas indifférent pour des êtres susceptibles de plaisir & de douleur. Il semble donc que la bonté infinie du Créateur ne permet pas que deux In-

telligences parfaitement semblables soyent placées dans des circonstances inégales, où l'une jouira d'un plus haut degré de bonheur que l'autre. Mais n'est-il pas possible que la somme des plaisirs & des peines, de deux rôles d'ailleurs très différens, soit parfaitement égale? Si cela étoit, il ne répugneroit plus à la bonté divine, que deux Intelligences parfaitement semblables existassent; mais cette existence répugneroit-elle à la sagesse infinie? Pas plus assurément que l'existence de deux corpuscules semblables. Si le plan du meilleur Monde exigeoit, que deux ames parfaitement semblables animassent, l'une un Chinois, l'autre un Amériquain, il y auroit une raison suffisante pourquoi ces deux âmes animeroient ces deux corps; il n'importeroit d'ailleurs absolument point laquelle des deux animât le Chinois: tout resteroit parfaitement égal, en l'un & l'autre cas. Cela posé, de bonne foi lequel seroit le plus digne de la sagesse infinie, de laisser tout l'Univers dans le néant, parce que l'égalité de ces deux ames ne décide pas la place de chacune, ou d'assigner cette place par un acte de libre arbitre? Dès qu'il n'y point de raison de choisir, & qu'il y a des raisons d'agir, il ne reste, ce me semble, qu'à agir sans choix.

Ce n'est pas au reste que je veuille ici établir l'existence de deux Intelligences parfaitement semblables: je n'en suis rien moins que convaincu; j'ai même de fortes raisons d'en douter, & les difficultés que j'ai à proposer contre le Principe des indiscernables, ne concernent proprement que les êtres matériels. J'ai simplement voulu expliquer par ces exemples la légitime étendue du Principe de la raison suffisante, & les restrictions qu'il me paroit qu'il faut mettre à son universalité, pour ne pas en abuser dans l'application.

Je n'ai pas crû devoir mettre parmi ces restrictions les actions morales des êtres. J'avoüe que sur cet article je ne suis nullement de l'avis de M. *de Prémontval*, & voici mes raisons. Ce Philosophe, après avoir très solidement réfuté les démonstrations prétendues du Principe de la raison suffisante, admet ce Principe dans les événemens physiques,

ques, & le nie dans ceux qui dépendent de notre volonté. Je ne remarque point qu'il tire la raison de cette différence de la nature même de l'ame; il admet le hazard dans nos actions morales, non que notre ame ne put se déterminer par des raisons suffisantes, mais parce que si elle ne se déterminoit qu'ainsi, il n'y auroit, ni imputation, ni Morale: en un mot, selon lui, il y a du hazard dans les actions des Intelligences créées, parce qu'il y a un Dieu bon & saint.

Mais, lorsqu'on en est encore à discuter s'il y a un hazard dans l'Univers, ou si rien n'est sans un suffisant pourquoi, on n'est point encore en droit de poser l'existence d'un Dieu. Pour que je sois assuré de cette grande vérité, il faut que je sois premiérement convaincu que rien de ce qui est susceptible d'une raison suffisante de son existence, n'existe au hazard; car, à moins d'admettre cette proposition, j'aurai beau remarquer que l'existence de l'Univers est susceptible d'une raison suffisante, je n'en serai pas plus en état de savoir s'il existe au hazard, ou s'il a un Auteur. Quand donc M. *de Prémontval* demande à l'entrée de son Traité, qu'on lui accorde l'existence d'un Dieu; c'est comme s'il disoit, accordez moi que rien dont l'existence est susceptible d'une raison suffisante, n'existe au hazard. Mais alors son raisonnement reviendroit à ceci.

Rien de ce qui est susceptible d'une raison suffisante d'existence, n'existe au hazard.

Donc il y a un Dieu;

Donc il y a un hazard.

Pour dissiper ce que ce raisonnement contient de contradictoire, il faut donc, ou que l'Auteur commence par prouver l'existence de Dieu indépendamment du Principe de la raison suffisante; ou qu'il prouve que les actions des Intelligences, par leur propre nature, abstraction faite d'une Providence, ne comportent point de suffisant pourquoi. Or l'une & l'autre de ces deux preuves me paroissent très difficiles à établir, tout l'Univers me ramene à chaque instant à l'existence d'un Dieu, dès que je crois que les choses n'existent pas sans raison; mais si j'ad-

mets le hazard, sans que j'aye une raison tirée de la nature même de la chose pour l'admettre, il n'est plus rien dans l'Univers qui puisse m'assurer que Dieu existe. Ce dont je cherchois la raison dans l'Etre suprême, pourra exister par hazard, aussi bien que les actions des Intelligences, si la raison pourquoi celles-ci arrivent par hazard n'est pas tirée de la nature même des Intelligences. Mais comment prouvera-t-on que les actions des êtres intelligents ne sont pas susceptibles de motifs, ou que ces motifs n'expliquent pas aussi bien, & peut-être mieux, pourquoi l'action est telle plutôt qu'autrement, que le choc d'un corps n'explique pourqoi un autre corps se meut avec une telle célérité & suivant une telle direction? Il y a une infinité de cas, où les motifs de notre choix & de nos actions ne sont pas tirés de la qualité intrinseque de l'objet, où nous ne nous déterminons que par les circonstances accessoires; il y en a un plus grand nombre où l'habitude tient lieu des motifs distincts qui nous ont fait agir la premiere fois: mais je ne sache aucun cas dont l'on pût prouver que l'action n'a été précédée d'aucun motif.

D'ailleurs, si nous voulons examiner la chose avec toute la rigueur métaphysique, la distinction entre les causes physiques & les causes morales disparoit; tout se confond également dans nos perceptions. Mettez à part le Principe de la raison suffisante, l'Univers sensible, & l'Univers intelligible, se réduisent à une suite de perceptions d'égale nature; de quel droit peut-on décider, qu'entre ces perceptions les unes sont purement fortuites, que les autres ont leur suffisant pourquoi, & que c'est précisément celles-ci, & non celles-là, qui jouissent de cette prérogative?

Après ces remarques, je puis me dispenser, je crois, d'examiner les preuves que l'on apporte du hazard des actions morales, d'autant plus qu'elles sont étrangeres au sujet que je traite, & qu'on ne sauroit les discuter à fond, sans entrer dans les matieres abstruses de la liberté, de l'imputation, & de la moralité; sources inépuisables de disputes. Je me borne donc à montrer en gros, que ces preuves ne sont pas de nature à établir démonstrativement le hazard.

Je remarque d'abord que, si nos actions sont fortuites, il n'y a plus de prescience. Il implique que la toute-science sache d'avance à quoi se déterminera sa créature, si celle-ci se détermine purement au hazard. Cependant chaque action fait un nouvel événement dans l'Univers, & cet événement en fait naitre d'autres à l'infini. Comment conçoit-on que le Créateur ait pû se représenter tous les Mondes possibles, & donner l'existence à celui-ci à cause de sa plus grande perfection, si, dans le tems qu'il l'a créé, il ignoroit parfaitement quels événemens cet Univers contiendroit? Comment, pour ne parler que de notre Globe, a-t-il pû connoitre qu'il méritoit la préférence sur d'autres par le nombre & le caractère des hommes qui l'habiteroient, tandis qu'il ne pouvoit pas seulement savoir si Adam se détermineroit à devenir Pére, ou si l'étant, il ne lui prendroit point par hazard l'envie de faire mourir ses enfans? Seroit-ce un bon moyen de sauver la Sainteté de Dieu, que de le faire aux dépens de sa Toute-science, de sa Sagesse infinie, & même de sa Bonté: car une Providence qui ne feroit que réparer le mal commis, en redressant, soulageant, & guérissant, encore imparfaitement, n'épuise assurément pas l'idée d'une Bonté infinie. Supposez donc que la Sainteté de Dieu exigeât le hazard dans l'Univers, toutes ses autres perfections se réüniroient pour l'en exiler.

Je ne vois qu'un moyen de concilier les actions fortuites avec la prescience divine, c'est de recourir à l'harmonie préétablie. Alors les événemens de l'Univers se succédant indépendamment des volitions fortuites de l'ame, n'en seroient pas moins certains dans le systême de l'Auteur qui admet les causes physiques. Mais l'Auteur qui rejette l'harmonie universelle, admettroit-il une harmonie particuliere entre l'ame & le corps? & d'ailleurs comment cette harmonie pourroit-elle subsister entre une ame qui ne se détermineroit que par boutades & par caprices, & un corps dont tous les mouvemens seroient compassés de toute eternité?

Au reste il y auroit de l'injustice à attribuer à l'Auteur les conséquences de son systême, qu'il n'adopte assurément pas, d'autant plus

qu'il ne s'est point encore expliqué sur la maniere dont il conciliera le tout ensemble ; loin de lui rien imputer à cet égard, je reconnois que les motifs qu'il a lui-même exposés, les difficultés insurmontables de concilier le mal avec la bonté divine, étoient des raisons assez puissantes pour le faire recourir à l'idée des actions fortuites. Mais, si on peut faire évanouïr ces difficultés avec moins d'effort, il ne sera plus besoin de supposer de hazard.

Or, sans entrer dans tout ce que cette matiere a d'épineux, je crois que suffisoit de dire de bonne foi tout haut, ce que *Leibnitz*, & tant de Philosophes & de Théologiens ont peut-être pensé tout bas, & que certains ménagemens de prudence ne leur ont pas permis de déclarer ouvertement.

Le but de Dieu en créant un Univers, n'a pû être que de faire parvenir chaque créature susceptible de sentiment au plus haut degré de bonheur que sa nature comporte, & cela par la voye la plus abrégée. La combinaison de tous ces rôles fait l'Univers intellectuel ; la représentation du bien produit sur chaque Intelligence le même effet, que la pesanteur sur la matiere ; l'une est le motif des actions morales, comme l'autre est la cause de la chûte des corps. Que l'on nomme ces actions morales, libres ou nécessaires, ce n'est point là dequoi nous devons nous embarrasser ; il suffit que l'ame soit susceptible de motifs, & que le plaisir, la douleur, les récompenses, & les châtimens, soient au nombre de ces motifs, & fassent avancer chaque créature capable de sentiment le long de la courbe qui doit la conduire au bonheur par le plus court chemin. Alors les maux n'auront rien d'incompatible avec la bonté divine ; alors les termes de crimes, de châtimens, d'imputations, pourront être, ou conservés, ou changés en ceux d'erreurs, de suites desagréables, & d'avertissemens : cela ne changera rien à l'institution des choses, ni dans la Religion, ni dans la Morale, ni dans la Politique. Il restera toujours également vray, qu'un homme qui, ensuite de ses perceptions présentes, se détermine à une action désapprouvée en Religion, en Morale, ou en Politique, cessera de se déterminer ainsi, c.

c. à d. se corrigera, ne sera plus ce qu'on nomme vicieux, s'il éprouve à l'occasion de cette action une sensation assez désagréable pour que le souvenir en emporte la balance sur tous les motifs qui le porteroient à répéter la même action. Il restera également vray aussi, qu'un homme qui, ensuite de ses perceptions présentes, se détermine à une action aprouvée en Religion, en Morale, & en saine Politique, continuera avec plaisir à se déterminer de la même maniere, c. a. d. acquerra l'habitude qu'on nomme vertu, si la sensation agréable qu'il éprouve à la suite de cette action, joint un nouveau motif aux précedents. Il restera également vrai encore que les exhortations, la priére, les lectures instructives, la récapitulation frequente des réflexions faites sur la nature des actions, & sur leurs motifs, les exemples, les promesses, les menaces, & sur tout une Religion épurée, entrant dans la perception présente, pourront concourir aussi efficacement à déterminer la volonté, qu'une addition de poids concourt à faire pencher la balance; tout comme d'un autre côté l'absence, ou l'oubli actuel de ces motifs, joint aux mauvais exemples, & à l'habitude, pourront entrainer l'ame à vouloir le contraire de ce qu'elle avoit approuvé. Qu'on exagère tant qu'on voudra le mal physique & le mal moral; quelque affreux qu'il nous paroisse dans le point de vuë où nous sommes placés, il est indubitable que, si ces maux sont un acheminement certain & indispensable à des biens incomparablement plus grands, ce ne sont plus des maux, ce sont de véritables biens: tels que la brûlure d'un membre gangréné, ou l'incendie d'un Village dont il faut déloger un ennemi. Or ces maux existent ; & Dieu est infiniment sage, & infiniment bon : pourquoi douterions-nous donc un moment, que ce que nous appellons mal physique & mal moral, ne soit l'acheminement certain & indispensable au plus grand bonheur possible pour chaque être qui en est susceptible ?



REFLE-

RÉFLEXIONS SUR LES ALLÉGORIES PHILOSOPHIQUES, PAR M. FORMEY.

Quand on promène ses regards sur l'ancienne Philosophie, il est bien difficile de démêler & de fixer l'impression qui en résulte. Est-ce un Tableau? Est-ce une Réalité? Les Philosophes ont-ils eu dessein de découvrir & d'enseigner des Vérités? Ou n'ont-ils pris d'autre guide que leur imagination pour rassembler ces dogmes, sur lesquels tous les efforts des Historiens modernes de la Philosophie n'ont encore répandu qu'un jour très médiocre. J'avoüe qu'on est assez embarrassé dans la décision de cette alternative; & que, s'il faut éviter d'imputer des chimères révoltantes à des gens en qui l'on doit supposer du moins le bon sens, il n'est guères naturel de chercher non plus, sous les assertions les plus triviales & les plus bizarres, des Vérités extraordinaires & sublimes.

Le travail exquis de feu M. *de Beausobre* le Père sur les Hérétiques de l'Eglise primitive, dans son admirable *Histoire du Manichéisme*, est le meilleur modèle qu'on puisse suivre dans l'examen de ces matieres. On peut dire qu'il marche, le flambeau dans une main, & la balance dans l'autre; qu'il fait sortir du sein de la plus profonde obscurité des rayons de lumière surprenans; qu'il ouvre des sources d'explication imprévuës, pour rendre raison de choses qu'on avoit traitées jusqu'à présent de pures absurdités, de vrayes extravagances; & qu'il réhabilite un très grand nombre de Noms qui étoient parvenus à nous dans un décri, dont on n'auroit pas crû qu'ils pussent revenir. J'ai toujours reconnu, comme je le devois, le prix de cette noble entreprise, & les talens du célébre Auteur qui l'a exécutée; ces impressions ont même

reçu

reçu en moi un nouvel accroissement par le bonheur que j'ai eu de jouïr pendant quelques années de la confiance & de l'amitié de ce grand homme, & de l'entendre souvent parler des mêmes matieres avec ces graces persuasives qui reposoient sur ses lévres, & dont sa plume, toute éloquente qu'elle est, ne donne pas une idée complette. Mais, par une suite même de ces liaisons & de leurs effets, je crois pouvoir & devoir observer, que l'heureux génie, la vive & féconde imagination de M. *de Beausobre*, lui ont peut-être fait appercevoir des rapports, des explications, des raisons, qui ne se sont pas présentées à l'esprit de ceux-même pour la justification de qui il les employe; & que d'un autre côté cette extrème impartialité dont il faisoit profession, & qu'il pratiquoit à toute rigueur, pourroit quelquefois l'avoir rendu partial, c'est à dire, lui avoir fait trouver tant de plaisir à décharger les Hérétiques des fausses imputations dont on les avoit accablés, qu'il a été moins rigide sur des imputations qui n'étoient pas aussi dénuées de fondement.

Quoiqu'il en soit, les Hérétiques ressembloient parfaitement aux Pères sur ce chapitre, c'est à dire, par rapport au goût outré pour les allégories, pour toutes les envelopes mystérieuses qui peuvent déguiser la vérité, & qui ne servent quelquefois qu'à receler l'ignorance, l'erreur, la privation de toute idée. Pour peu qu'on connoisse les hommes, on sçait que rien ne leur coûte plus que d'avouër qu'ils ne sçavent pas ce qui semble être du ressort de leur état & de leur profession; & qu'ils ont recours à toutes sortes d'artifices plutôt que de se laisser arracher cet aveu. Les Prêtres donc & les Philosophes, qui originairement étoient le même ordre de personnes, & qui dans la suite se sont constamment regardés comme les deux especes les plus distinguées dans la masse du genre humain, comme des hommes privilégiés, & fort supérieurs au vulgaire; les Prêtres, dis-je, & les Philosophes ont toujours voulu passer pour les dépositaires de la Vérité. Le meilleur moyen de le prouver, c'auroit été d'en être les dispensateurs; mais comment donner ce qu'on n'a point? Ils ont donc été obli-

obligés de recourir aux reserves les plus mystérieuses, aux expressions énigmatiques, aux images les plus éloignées de toute réalité, & de multiplier continuellement ces especes de barrières qu'ils mettoient entr'eux & les profanes. Toutes les passions contribuoient à cette manœuvre ; l'orgueil, l'esprit de domination, l'intérêt, & quelquefois des vuës plus grossieres encore, concouroient à redoubler les efforts de ceux que la crédulité des Peuples avoient mis en possession de droits, dont ils ne vouloient point se dessaisir.

Une chose bien digne d'être remarquée, c'est que les interêts des Prêtres & ceux des Philosophes vinrent dans la suite à se séparer ; & que les premiers ayant conservé l'ascendant que donne la Religion, les autres devinrent l'objet de leur acharnement. Cette opposition fait presque tout le fonds de l'Histoire philosophique : on y voit partout aux prises les défenseurs des Autels & leurs adversaires. Mais ce n'est pas là l'objet que je me suis proposé de considérer dans ce Mémoire : mon but est de proposer quelques réflexions sur les Allégories rélatives aux connoissances philosophiques, en laissant à part toutes celles qui ont été appropriées à la Religion. Il est vray que cette séparation, ou abstraction, n'est pas bien aisée à faire, parce qu'il y a eu des tems, où ces deux doctrines se sont rapprochées, réconciliées, & prêté des secours réciproques. Au commencement, par exemple, & dès la naissance du Christianisme, la Philosophie Platonicienne s'allia, & s'incorpora de telle sorte aux Vérités évangeliques, qu'on ne sçait en lisant les Pères ce qui est d'autorité divine, & ce qui est d'autorité humaine, à moins que de remonter à la source, de recourir à la régle infaillible que fournissent nos Saints Livres. Dans les Siècles suivans la doctrine des Scolastiques fit naître de nouveaux dogmes, enfanta de nouvelles erreurs ; ce ne fut pas, il est vrai, par la voye des Allégories : encore ne sçai-je si ce titre conviendroit mal aux subtilités de l'Ecole. Disons à cette occasion une chose générale, qui est d'une extrème importance ; c'est que rien n'est plus pernicieux à la Religion qu'une fausse Philosophie, comme au contraire rien ne la met dans un plus beau jour qu'une Philosophie saine & épurée.

Ne

Ne rejettons pourtant pas uniquement sur le compte des hommes toutes les bizarreries & les absurdités, réelles ou apparentes, qui régnent dans toutes les Théologies & dans toutes les Philosophies qui ont existé, depuis qu'au débrouïllement du chaos de la matiére a succédé celui du chaos des idées. Pour être équitable, il faut reconnoitre de bonne foi que l'extrème difficulté de s'exprimer d'une maniere nette & précise sur les doctrines abstraites, & sur les idées qu'on peut appeller spirituelles, a comme forcé ceux qui ont fait de ces doctrines & de ces idées l'objet de leurs méditations, d'emprunter des choses sensibles tout ce qui avoit, ou leur paroissoit avoir, quelque sorte de rapport avec les choses inaccessibles aux sens; & de bâtir des édifices entiers, dont de semblables comparaisons, allusions, ou allégories, sont les uniques matériaux. Et, pour justifier tout d'un coup cette méthode autant qu'elle peut l'être, & ses abus mis à part, ne voyons-nous pas que Dieu lui-même dans les Saintes Lettres l'a souvent adoptée, & qu'ayant à faire connoitre ses perfections & ses volontés à des Etres foibles & bornés tels que nous, il a emprunté leur langage, il a pris la route des sens pour arriver à l'esprit & au cœur, & a permis que les hommes nourrissent certaines idées un peu grossieres & charnelles, en attendant qu'ils pûssent les épurer, & s'élever à des notions d'un ordre supérieur. Voilà sans contredit la plus forte des autorités en faveur de la méthode allégorique; mais, comme je l'ai insinué, elle ne justifie en rien l'abus qu'on en a fait. Lorsqu'un grand nombre de Pères ont voulu que la Bible entiere fut un pur tissu d'allégories, & que, partant de ce Principe, ils ont expliqué chaque fait & chaque précepte en conséquence, ils ont donné carrière à leur imagination, d'une maniere aussi peu judicieuse que contraire au véritable but de la Révélation. Il y a une régle à cet égard qui auroit dû, & qui devroit encore, tenir dans de justes bornes tous ceux qui ont du goût pour cette façon d'expliquer l'Ecriture Sainte. C'est d'aller jusqu'où cette Ecriture va, & de s'arrêter où elle s'arrête. Il est constant, par exemple, que la plûpart des Cérémonies du culte Levitique étoient des types de la Nouvelle Alliance. Mais quels sont les types qu'il faut reconnoitre pour tels?

tels ? Ceux que le Sauveur & les Apôtres nous ont indiqué ; aller plus loin, c'est vouloir mettre ses conjectures de pair avec les déclarations du Saint Esprit, & ouvrir la porte aux plus grandes chimères. Cependant les Théologiens modernes qui se sont jettés dans la doctrine typique, n'ont donné, ni trève, ni repos à leur esprit, jusqu'à ce qu'ils y eussent ramené la moindre cheville du Tabernacle, la moindre frange de l'habit des Sacrificateurs. C'est ainsi que les hommes sont faits; ils outrent tout, & ne connoissent point de milieu.

Ce que je viens de dire regarde les idées Théologiques ; celles de la Morale ont eu le même sort. Remarquons d'abord en général que cette Science réünit deux caractères presque opposés. D'un côté c'est celle dont les idées sont les plus communes, les plus à la portée de l'homme ; elle sort, pour ainsi dire, du sein même de nos actions quotidiennes & familieres : cependant elle n'en est pas moins une Science difficile, dont les vrais principes n'ont peut-être pas encore été assignés, & qui demanderoit un degré de précision dont elle est fort éloignée. Je n'avance rien là dont on ne puisse se convaincre en parcourant les Ouvrages des meilleurs Moralistes ; on y trouvera des vues, des essais, des pieces détachées qui sont assez finies ; mais l'ensemble manque, & nous n'avons rien qui annonce la prochaine exécution d'un Systême complet de Morale.

A' plus forte raison dans l'enfance de la Philosophie, la Morale se réduisoit à quelques Maximes du sens commun, auxquelles on affectoit de donner une précision énigmatique. Quand nous jettons aujourd'hui les yeux sur ces Sentences des fameux Sages de la Grece, qui faisoient leur dicton, ou leur devise, nous sommes surpris qu'on leur ait fait tant d'honneur de pensées aussi triviales ; & ces échantillons ne nous donnent pas une haute idée de leur Sagesse. Il me semble qu'il en est à peu près comme de ces propos raisonnables, ou spirituels, qui échappent quelquefois à des enfans en bas âge, de la part de qui on ne les attendoit pas ; on se récrie, on les admire, on les répéte; de

sont

sont de petits Oracles dans de semblables bouches, tandis qu'à peine se seroit-on apperçu que des gens d'un âge mûr les eussent prononcés. Voilà, si je ne me trompe, le cas des *Solons* & des *Thales*, des *Cleobules* & des *Periandres*; s'ils vivoient aujourdhui, les Fables de *la Fontaine* leur paroitroient un Livre sublime, & les Ouvrages des *La Bruyere*, des *La Rochefoucault*, des *Trublets*, seroient pour eux ce qu'est *Newton* pour qui n'a jamais été au delà d'*Euclide*.

Je ne sçai si *Pythagore* sentit l'inconvénient de ces Maximes proposées dans leur simplicité; & si ce même tour d'esprit judicieux, qui lui fit juger que le titre de Sage étoit trop fastueux, & qu'il faloit y substituer celui de Philosophe, ou d'Amateur de la Sagesse, l'engagea à voiler sa doctrine. Les Egyptiens le mirent sans doute sur cette route; & il y marcha d'une façon qui peut le faire regarder comme le Père des Allégories morales & philosophiques. Les Commentateurs qui ont voulu en donner l'explication, sont tombés à peu près dans les mêmes défauts que j'ai reprochés aux Interprêtes de l'Ecriture Sainte; ils ont voulu rendre raison de tout, & en savoir plus que ceux qui nous ont transmis ces Sentences énigmatiques. Je ne copierai point ici ce qui a été dit là dessus dans une infinité d'Ouvrages; mais je donnerai un échantillon assez curieux de la maniere dont les Pères ont entendu les Enigmes de *Pythagore*. C'est un des plus Savans d'entr'eux, & qui étoit le plus à portée de puiser dans les sources de l'ancienne Philosophie, je veux parler de *Clement d'Alexandrie*, qui me le fournira. Voici comment il entendoit les sentences suivantes.

I. *Statera non est transilienda*; *On ne doit point sauter par dessus la balance*. Cela veut dire que dans tout ce qui est du ressort de la justice distributive, il faut observer une parfaite égalité, sans que rien soit capable d'y porter atteinte. Le Père de l'Eglise prétend que ces paroles sont un abrégé de tout ce que *Moyse* a enseigné sur la justice; & qu'elles s'accordent parfaitement avec les déclarations de *Jesus-Christ* contre ceux qui aspirent à la primauté, & prétendent

jouïr de droits qui ne leur appartiennent pas, aussi bien qu'avec ce mot de l'Apôtre : *qu'en Jesus-Christ il n'y a ni esclave, ni libre.*

II. *Dei imago in annulo minime circumferenda est ; Il ne faut point porter l'image de Dieu gravée sur un anneau.* C'est, suivant *Clement d'Alexandrie*, presque mot pour mot le précepte du second Commandement, qui défend les Images, ou représentations quelconques de la Divinité, & qui nous ordonne de nous faire de justes idées d'elle, en nous élevant au dessus des sens & de la matiere. C'est pourquoi, ajoute-t-il, les plus sages de tous les Prêtres, ceux des Egyptiens, avoient placé l'Autel de Minerve en plein air; & les Hébreux n'avoient aussi aucun simulachre dans leur Temple. Tous ces usages inculquent que l'idée de Dieu, dans son origine, étoit celle d'un Etre fort supérieur à tous les objets qui tombent sous nos sens, & dont l'intelligence seule a droit de saisir la nature & l'essence.

III. *Sub eodem tecto hirundines non habendæ; Il ne faut point avoir d'hirondelles sous son toit.* Il s'agit des liaisons étroites & domestiques avec des personnes qui ne sçavent pas contenir leur langue, & qui par leur indiscrétion & leurs rapports sont capables de causer mille chagrins. On appliquoit la même allégorie aux Tourterelles & aux Cigales, qui étourdissent continuellement de leur murmure & de leur chant. Les Anciens, généralement parlant, faisoient plus de cas du silence & du secret qu'on n'en fait aujourdhui ; & ils avoient raison. Le silence nourrit & fortifie véritablement l'ame ; elle se recueille, elle se replie sur elle-même, elle démêle les divers ordres d'idées, & fait dans la route du vrai des progrès impossibles à ceux qui, dès qu'à peine ils ont acquis la plus legère teinture des choses, ont une démangeaison invincible de paroître, de se répandre au dehors, de briller, & par là même de s'évaporer comme des Météores legers, ou de s'éteindre comme une lampe, où l'on ne met point d'huile. Le secret, qui marche naturellement à la suite du silence, est un des principaux fondemens de la société, une des grandes

four-

sources de la tranquillité publique; tous les désagrémens de la vie viennent presque de ce qu'on ne peut se confier à personne, & des trahisons perpétuelles auxquelles on est exposé. On voit par cette courte exposition, combien des expressions allégoriques telles que celles dont il s'agit ici, pourroient renfermer de sens.

IV. *Via regia eundum; Il faut suivre la grande voye, la voye royale. Clement d'Alexandrie* prétend que *Pythagore* veut par ce précepte, qu'on s'écarte des opinions vulgaires; & il compare ces paroles au premier Verset du Ps. I. *Bien-heureux celui qui ne va point au conseil des méchans, & qui ne se tient point dans la voye des pécheurs.* Il rappelle aussi ce que l'Ecriture dit de deux voyes, une large, & l'autre étroite, entre lesquelles il faut choisir, si l'on veut arriver au salut. Je ne sçai pourtant si c'est là bien la pensée du Philosophe Grec; & s'il n'auroit pas plutôt voulu donner le précepte de se conformer aux coutumes reçuës, aux cultes établis, dans les lieux où l'on vit.

V. *Ollæ vestigium in cinere confundendum; Il faut effacer la trace du pot dans la cendre:* c'est à dire, qu'après que le pot est ôté de dessus l'endroit, où il avoit été mis au feu, on doit mêler & brouiller la cendre d'une maniere qui n'en laisse plus appercevoir de trace. Ceci regarde les passions. Elles causent une espece d'effervescence & d'ébullition dans notre ame. Le Sage vient à bout de la faire cesser; il calme & appaise les mouvemens impétueux dont il avoit été agité. Mais il ne se borne pas là; il n'est point content qu'il n'ait détruit jusqu'au moindre vestige des impressions fâcheuses. S'agit-il, par exemple, d'un ennemi? Il cesse non seulement de le haïr; mais il se met en état de le voir sans la plus legère émotion. Avoit-il eu du penchant pour le faste & l'orgueil? Il détruit tout ce qui avoit été l'ouvrage de ces dispositions, & se rend parfaitement indifférent pour les objets qui les avoient auparavant excitées. C'est donc une des plus hautes idées de la perfection, qui se trouve cachée sous un mot si simple en apparence.

VI.

VI. Enfin *Pythagore* avoit coutume de dire : *Descendi ad inferos, & redux factus sum : Je suis descendu aux Enfers, & j'en suis revenu.* *Campanella* explique ainsi ce qu'il faut entendre par-là. „ *Pythagore*, dit-il (*), avoit été caché deux ans dans une fosse, ou „ caverne ; & lorsqu'il en sortit, il dit qu'il revenoit des Enfers, & „ se mit à raconter de quelle maniere les peines & les récompenses „ étoient dispensées dans ce séjour. Ces récits répandirent une gran- „ de frayeur parmi le Peuple ; & ce qui l'augmenta surtout, c'est qu'il „ étoit instruit de ce que chacun avoit fait pendant les années de son „ absence : mais c'étoit sa mère, ou sa femme, qui lui avoient tout „ redit. „

Quel mêlange de grossièreté & d'habileté, de sagesse & d'imposture ! On ne conçoit pas comment les hommes d'alors pouvoient être la dupe de stratagèmes aussi puèriles ; ou plutôt, quand on voit dans des siècles qui passent pour éclairés, combien il est facile d'en imposer au vulgaire, on ne s'étonne plus de rien. Quoiqu'il en soit, *Pythagore* parvint à son but ; il se fit écouter & respecter, & jamais Philosophe n'a poussé plus loin ses avantages. *Ciceron*, dans sa quatrième *Tusculane*, dit qu'on ne pouvoit passer pour Sage, sans être aussi-tôt réputé Pythagoricien : *ut qui Sapiens haberetur, continuo Pythagoricus putaretur.* On peut lire à ce sujet l'ouvrage du P. *Michel Mourgues*, imprimé à Toulouse en 1712. & qui a pour titre : *Plan Théologique du Pythagorisme & des autres Sectes savantes de la Grece.* Ce Traité renferme bien des choses peu communes. Telles sont entre autres celles qui concernent ce que l'Auteur appelle les *Dieux Philosophiques*, qu'il réduit à deux Classes. La premiere contient les Dieux visibles, qui sont le Monde & les Astres ; la seconde renferme les Dieux invisibles, sçavoir les Génies. Le P. *Mourgues* traitte aussi fort au long des trois Dogmes qui servoient de fondement à la Morale des Philosophes, l'Immortalité de l'Ame, le Jugement que les Morts devoient subir, & la Métempsychose. Mais ces discussions nous éloigneroient de notre sujet.

Les

(*) *Atheism. triumph.* c. 19. p. 185. Edit. de Paris, 1636. *in quarto.*

Les Enigmes de la Philosophie ont duré jusqu'à *Aristote*; & l'on doit cette justice à ce grand Philosophe, qu'il a banni ces fantômes pour y substituër, autant qu'il étoit possible, des vérités clairement exprimées. Il y auroit, ce me semble, un parallèle assez juste à faire entre *Aristote* & *Descartes*, par rapport aux services que l'un & l'autre ont rendus à la Philosophie, rélativement à l'état où ils l'ont trouvée. Le premier n'avoit dans ses prédécesseurs que des gens mystérieux, qui, soit d'une maniere, soit d'une autre, avoient fait tout ce qu'ils avoient pû pour n'être pas compris; car les obscurités du Platonisme n'en cedent guères à celles du Pythagorisme. *Aristote* porta la lumiere dans ces ténébres; il donna des définitions des choses, il apprit à raisonner, il distribua la Philosophie en diverses parties, qu'il traitta chacune séparément & avec beaucoup d'ordre. Ce que *Ciceron* dit de lui; *Aristoteles utriusque partis Dialectices Princeps*, est déjà un très grand éloge, puisque la Dialectique est l'instrument sans lequel les autres Sciences ne peuvent être saisies; mais il peut être étendu beaucoup plus loin, & cette qualification de *Princeps* convient à *Aristote* dans presque toutes les parties de la Philosophie. Aussi ceux qui affectent du mépris pour lui, le font généralement parlant par ignorance; ce sont des échos qui répétent confusément ce que d'autres ont dit: mais tout Savant qui est en état de puiser dans les sources ne disconviendra jamais que l'Antiquité ne nous en ouvre point de plus riche que celle des Ecrits d'*Aristote*. Seulement il faut avoir égard au tems ou il vivoit, & aux obstacles qu'il a surmonté. Il seroit ridicule de prétendre qu'il ait pû & dû sçavoir des choses à la connoissance desquelles ou n'est parvenu qu'une vintaine de Siècles après lui, & à la faveur de ces Instrumens si merveilleux qui ont changé en quelque sorte à nos yeux la face de la Nature.

Descartes trouva dans les Scolastiques, à peu près ce qu'*Aristote* avoit trouvé dans les Pythagoriciens & dans *Platon*. Les Scolastiques étoient à la vérité les descendans d'*Aristote*, si je puis m'exprimer ainsi, mais ils avoient furieusement degénéré; & si ce Chef de

 leur

leur Ecole étoit revenu au monde, il n'auroit assurément pas approuve l'usage qu'ils avoient fait de sa doctrine, la déférence aveugle qu'ils avoient pour toutes ses paroles, le plus souvent mal entenduës, & la perte qu'ils faisoient de leur tems en vaines ergoteries. Il falut que *Descartes* détruisit une tyrannie des mieux établies, qu'il convainquit les hommes, & de tous de hommes les moins propres à être convaincus, les Philosophes, que cette Science de mots dont ils avoient fait leur seul objet, ne méritoit que le mépris d'un Amateur sincère de la vérité, & en particulier que ces qualités occultes qu'ils avoient fait servir avec tant de confiance à l'explication de tous les phénomenes, étoient l'opprobre de l'esprit humain, & le fléau de la saine Philosophie. Ces qualités occultes étoient avant *Descartes* ce que les Allégories étoient avant *Aristote;* & voilà sur quoi je fonde principalement l'espece de parallèle que je donne de ces deux Philosophes, auxquels seuls, & exclusivement à tout autre, appartient, si je ne me trompe, le glorieux titre de Restaurateurs de la Philosophie. Car si vous ôtez *Aristote* de son Siecle, & *Descartes* du sien, je maintiens que nous en serions encore aux vertus inconcevables des Nombres de *Pythagore*, & aux Idées éternelles de *Platon*.

Mais ce qui acheve la conformité dans ce parallèle, c'est que l'un & l'autre, *Aristote* & *Descartes*, après avoir fait humainement tout ce qui dépendoit d'eux, pour mettre de l'ordre & de la solidité dans la Philosophie, n'ont pû faire tellement disparoitre les fantômes auxquels ils en vouloient, qu'ils n'ayent encore beaucoup eu d'influence sur les Siècles qui les ont suivi. Depuis *Aristote*, le Platonisme a eu de grands retours; il y a eu celui des Pères, dont nous avons déjà parlé, & dans des tems beaucoup plus voisins on a vû un Platonisme renouvellé, dont on peut lire l'Histoire dans M. *Brucker*, ou dans M. *Deslandes*. Il reste encore un fonds considérable de goût pour le mystèrieux dans les hommes; c'est la source du mystique & du fanatisme, qui naissent quelquefois au moment qu'on s'y attend le moins, & sont de toutes les contagions la plus rapide. La spiritualité outrée

en fait de Religion, certaines notions de la Chymie qui forment une espece de Science à part, & bien d'autres travers de l'esprit humain, sont dûs aux mêmes dispositions naturelles de l'Ame qui acquèroient autrefois tant de Disciples à *Platon* & à *Pythagore*.

J'en dis autant des qualités occultes: elles ont survêcu à *Descartes*, elles ont repris un empire étonnant dans la Philosophie, & peut-être n'ont elles jamais été plus en vogue qu'aujourdhui. L'attraction générale qui fait la base du systême le plus accrédité, & cette foule d'attractions particuliers sur lesquelles on fonde tant d'hypotheses différentes, que sont-elles sinon de vrayes qualités occultes, comme d'habiles gens l'ont dit & prouvé tant de fois? *Descartes* rappellé à la lumiere ne seroit pas surpris qu'on ait détruit les édifices qu'il avoit bâtis à la hâte; mais il le seroit de voir ceux qu'on leur substitue, & le peu d'attention qu'on fait à sa régle fondamentale: „ Qu'il ne faut „ affirmer d'aucun sujet que ce qui peut être réellement apperçu dans „ l'idée distincte de ce sujet. „

Je crois découvrir dans un seul principe l'origine commune de toutes les différentes manieres de philosopher, qui ont été indiquées dans ce Mémoire. Ce principe, c'est la démangeaison de tout expliquer, ou le desir de paroitre instruit de tous les secrets de la Nature. Dans les tems les plus anciens on avoit encore si peu de connoissances acquises, qu'il faloit couvrir son ignorance du voile le plus épais de tous, de celui des Mystères & des Allégories. Tant qu'il y eut moyen d'en imposer par cette voye à la crédulité du vulgaire, les Philosophes s'en prévalurent, & crurent même quelquefois posséder des Trésors cachés, tandis qu'ils n'avoient que le vase, ou l'envelope; à peu près comme ces gens qui, après s'être souvent vantés de quelque chose qu'ils savoient bien dans les commencemens ne pas leur convenir, se persuadent à la fin qu'ils en sont possesseurs. Quand les premieres ténébres furent un peu dissipées, & que l'Aurore des Sciences commença à paroitre, on voulut percer ces voiles; & l'esprit humain n'é-

tant pas satisfait de ce qu'il y trouva renfermé, on se mit à raisonner ; mais le raisonnement devint bientôt un babil, les Sophistes prirent la place des Philosophes, la Science se changea en Art, & cet Art se réduisit à de vaines subtilités. Voilà le second âge de la Philosophie. Nous vivons dans le troisième, où la lumiere semble des plus éclatantes ; mais il y a bien des faux-jours, des lueurs trompeuses, & il résulte de la réunion des rayons qui éclairent l'Horizon philosophique un genre de clarté, qui est peut-être plus éblouïssant que propre à nous présenter les choses sous leur véritable point de vuë.

Joignons donc à l'espoir une humble défiance ;
Et craignant les écarts où jette la Science,
Attendons que la Mort, ce Maître universel,
Découvre à nos esprits les Loix de l'Eternel.

Essai sur l'Homme, trad. par Du Resnel, Epit. I. v. 125-128.



SUR

SUR

L'IDENTITÉ NUMÉRIQUE,

PAR M. MERIAN.

Tant que j'ai une perception dans l'esprit, & que je n'y remarque aucun changement ; je dis que c'est la même perception. Voilà, je crois, la vraye origine de la notion de *l'Identité Numérique* ; on peut la définir *une continuité d'existence*, ou *l'existence continuée*.

Une perception qui me vient, ou par les sens, ou par l'imagination, n'est qu'un mode passager de mon ame, & n'est plus rien aussi-tôt que je cesse d'en être affecté : renfermée entre son apparition & sa disparition, son être ne s'étend pas audelà de ces deux termes : on ne peut donc jamais dire, en parlant avec l'exactitude philosophique, que l'on revoit, que l'on retouche, que l'on sent de nouveau un objet, que l'on a vû, touché, ou senti ; cet objet n'a été qu'une sensation ; & une sensation passée ne sauroit être une sensation présente.

De célebres Philosophes se sont trompés sur ce sujet : ils ont confondu l'Identité numérique avec une autre espece d'Identité, qui usurpe ce nom par métaphore, mais qui au fond n'est que ressemblance ; cette équivoque leur a été une source féconde d'erreurs, & les a fait étrangement déraisonner. Je hazarderai ici une conjecture sur ce qui peut leur avoir fait illusion au point de leur faire confondre des choses aussi différentes.

Ne seroit-ce pas ce faux jugement qui réalise nos sensations en les répandant au dehors sur de prétendus objets séparés de notre ame ? Nous nous figurons ces objets comme des substances durables & permanentes, & n'ayant pas réfléchi que nous ne sentons, ni ne pouvons sentir

tir qu'en nous-mêmes, nous nous accoûtumons à prendre des perceptions qui se ressemblent pour un même sujet, dont l'existence, indépendante de la nôtre, continue pendant l'intervalle du tems qui s'écoule entre ces perceptions.

Les premiers élémens de la Philosophie détruisent cette erreur, mais le préjugé, devenu une seconde nature, revient sans cesse mêler ses ombres aux lumieres pures de la raison. La vûe & le toucher paroissent avoir quelque chose de plus propre que les autres sens à entretenir en nous cette fausse opinion; il me semble qu'on persuaderoit plûtôt à un homme, qu'en approchant deux fois une fleur de l'organe de l'odorat il sent deux odeurs, qu'on ne lui feroit croire qu'en fermant & en rouvrant les yeux, il eut vû deux fleurs numériquement distinctes: personne ne doute qu'il n'ait entendu deux ou trois sons, lorsqu'il a pû les compter: mais on ne conviendra pas également qu'on ait vû plus d'un clocher, lorsqu'on y aura tourné les yeux à diverses reprises. C'est que le commun des hommes regarde les sons & les odeurs comme des émanations des corps sonores & odoriférans; au lieu qu'il prend les figures & les couleurs pour quelque chose d'inhérent dans les corps, pour quelque chose qui fait partie de leur être, indépendamment de la perception que nous en avons.

Pour se détromper, il n'y a qu'à se bien convaincre que tous les sens sont dans le même cas à cet égard: que la vûe & le toucher n'ont point de privilege sur les autres: que leurs objets n'ont pas plus de réalité que ceux du goût, de l'ouïe, & de l'odorat: & que par conséquent il est universellement impossible que nous sentions deux fois la même chose.

D'ailleurs d'où concluroit-on que ce fût la même? Il faudroit s'en raporter à la fidélité de notre mémoire, fidélité souvent sujette à caution. Si pendant notre absence, on avoit substitué un objet semblable à la vûe, n'aurions-nous pas autant de raison de le prendre pour le même objet, que nous en avons de prendre pour la même la sensa-

tion qu'il cause? furtout, puisque nous ne jugeons la fenfation telle, que parce que nous la confondons avec cet objet, que nous croyons avoir demeuré.

Cette *continuité d'exiftence*, qui eft le caractère de l'Identité, peut, comme nous avons vû, avoir été tirée de chaque perception qui s'eft confervée dans notre ame durant un certain temps, lequel nous aurons méfuré par le changement d'autres perceptions ; mais ce qui probablement a le plus contribué à fixer ce caractere dans notre efprit, c'eft le fentiment de notre propre être, qui demeuroit invariable, pendant que tout changeoit autour de nous, de ce *Moi* penfant, qui eft comme une toile permanente où la Nature vient peindre fes variétés.

A' peine les Philofophes s'étoient-ils formé l'idée de la *fubftance*, qu'ils lui appliquerent la même définition : De là eft né le canon général, que la *même chofe ne peut pas exifter deux fois :* c'eft à dire, que la même chofe ne peut ni exifter dans deux efpaces à la fois : ni exifter dans un tems, ne plus exifter dans un autre, & exifter de nouveau dans un troifième.

L'Ontologie eft le dictionnaire raifonné de nos idées : elle doit déveloper leur naiffance, refaire leurs combinaifons, fuivre leurs progrès ; elle eft, en un mot, l'hiftoire fidele de l'efprit humain. Il ne faut donc pas s'imaginer que les diftinctions que nous venons de pofer foient entièrement arbitraires. Il étoit arbitraire fans doute d'attacher un nom commun à l'Identité & à la Reffemblance : mais ces deux notions n'en font pas moins diftinguées dans l'entendement, & n'en remontent pas moins à une double origine : or toute leur différence confifte en ce que la même chofe n'eft qu'une ; & que les chofes femblafont plufieurs, ou plus d'une. Changez ces conceptions, la lifte de vos idées fera brouillée, & l'Identité fera confondue avec la Reffemblance.

C'eft

C'eſt, ſi je ne me trompe, ce qui arrive à ces ſpéculateurs qui prétendent que Dieu peut anéantir les ſubſtances, & les créer de nouveau, en ſorte qu'elles redeviennent exactement les mêmes qu'elles étoient avant leur anéantiſſement. Il ſuit de leur theſe, que toutes les ſubſtances pourroient alternativement ſortir du néant & y rentrer, ſans jamais ceſſer d'être les mêmes.

Voici la raiſon dont ils appuyent cette ſinguliere doctrine : la création, diſent ils, n'eſt autre choſe que la *réaliſation* d'une idée tracée dans l'entendement divin, & par conſéquent, autant de fois que la même idée eſt réaliſée, le même être eſt rétabli. Si cela eſt vray, j'avoüe que je ne ſais plus en quoi une choſe differe de pluſieurs choſes.

D'autres, à ma place, ſe contenteroient peut être de renvoyer cette ſpéculation hors de la ſphère des ſciences philoſophiques : des matieres auſſi incompréhenſibles, & qui tiennent du ſurnaturel, ne ſont point applicables, diroient-ils, à la formation de nos idées, qui ſe fait ſelon le cours ordinaire de la nature : nous croyons le dogme de la création ſans prétendre le fonder ; & nous n'écoutons pas les difficultés qu'on en peut tirer contre nous.

Je ne me trouve pas réduit à de pareils expédiens. Il me ſuffit de dire que la toute-puiſſance elle-même ne peut pas faire que deux ſoyent un, parce qu'elle ne peut pas changer les vérités éternelles. Elle peut anéantir ſon ouvrage : elle peut en refaire un parfaitement ſemblable ; mais elle ne ſauroit rendre la réalité à ce qui l'a perdue : ſi la nuit du néant nous engloutit, c'eſt pour toujours : ſon gouffre ne rend point ce qu'il a dévoré.

Les expreſſions figurées que je viens d'employer, me rappellent une choſe qui fait ſouvent illuſion au peuple, & qui n'en devroit pas faire aux Métaphyſiciens. On veut avoir une idée du néant ; & le plus court eſt de ſe le repréſenter comme un abiſme ténébreux, où les ſubſtances peuvent être plongées, & d'où l'on peut les retirer : en diſant

sant que ce qui n'est plus peut recommencer; on suppose tacitement qu'il est encore, qu'il existe sous une forme invisible, & qu'il n'a qu'à reparoître.

Mais, pour dire quelque chose de plus précis, les philosophes qui sont dans cete opinion, n'admettent ils pas, en vertu de leur preuve, que Dieu agit successivement? Et quand ils ne l'admettroient pas; ne puis-pas toujours leur demander, où est la difficulté de concevoir qu'il réalise deux fois la même idée, sans que les deux réalités, qui sont le résultat de son action, soient la même réalité? Que dis-je? Pouvons nous le concevoir autrement? Un architecte exécute deux fois le même plan: un peintre tire deux copies d'après le même original: s'avisera-t-on de soûtenir que les deux édifices, où les deux tableaux ne soient pas deux? Soit donc que le Créateur réalise deux fois son archétype dans deux instans, soit qu'il le réalise deux fois dans le même instant, ce qu'il peut faire de l'aveu du grand *Leibnitz* & des plus éclairés de ses disciples; n'aura-t-il pas également créé deux êtres? Et ne sera-t-il pas tout aussi absurde de prendre pour une seule réalité deux réalités successives que de vouloir fondre en une deux réalités coëxistantes?

Enfin, qui sera assés téméraire pour oser déterminer la maniere dont les possibles existent dans l'entendement divin? Que sait on si dans cet océan de connoissances chaque représentation n'est point multipliée à l'infini pour représenter le pouvoir de la réaliser à l'infini? Les Philosophes peuvent avoüer ici leur ignorance sans rougir; & ils devroient rougir de ne l'avoüer pas.

On divise communément toutes les substances en matérielles & immatérielles; mais il y a des philosophes qui croyent que tout est matiere; d'autres ne reconnoissent dans le monde que des êtres simples: d'ailleurs cette division ne nous instruit de rien touchant les diverses classes des êtres; c'est comme si on divisoit les animaux en cheval & ce qui n'est pas cheval. Dire que les substances sont toutes ou corps ou esprit,

esprit; c'est peut-être faire une énumération incomplete, peut-être aussi cette énumération a-t-elle un membre de trop; & peut-être a-t-elle ces deux défauts à la fois.

Quoi qu'il en soit, nous avons vû en quoi consiste l'Identité des corps considérés comme phénomenes; mais si ces phénomenes sont produits ou occasionés par des êtres extérieurs, étendus, impénétrables, divisibles à l'infini; de quoi dépendra leur identité? En quel sens pourra-t-on dire qu'ils sont & demeurent les mêmes?

La divisibilité à l'infini cause ici un embarras qui a porté de grands hommes à dépouiller les corps de cette propriété; cependant elle est si étroitement liée avec l'étendue que l'une ne sauroit périr sans entraîner l'autre.

Il a paru encore assés difficile d'accorder à ces sujets matériels le nom de substance: Leur unité n'est qu'une unité *collective*; ce ne sont proprement que des amas d'une infinité de particules, dont chacune est faite de la même étoffe que le Tout, & a le même droit de réclamer le titre de substance.

Il me semble qu'on pourroit regarder ces deux circonstances comme étrangeres à la question, & comme n'affectant point la notion de l'identité. La matiere dont un corps est composé demeurera la même tandis qu'il ne s'en sera séparé aucune de ses parties, la quantieme qu'elle soit: & le corps sera le même, tandis que ces mêmes parties conserveront entr'elles leur arrangement respectif: la continuation d'existence fait l'identité de la matiere: jointe à la continuation de l'ordre de la coëxistence elle fait l'identité du corps: Et ce qui se dit du tout, se dit de chaque particule, puisqu'il n'y en a point qui ne puisse être envisagée comme un Tout à son tour.

L'objection prise des dernieres parties porte manifestement sur une fausse idée: il n'y a point de ces parties là dans des sujets divisibles à l'infini, leur existence supposeroit que la division pût être achevée,

c'est

c'eſt à dire, que la diviſibilité n'allât point à l'infini. Pour ce qui eſt du nom de ſubſtance, il eſt indifférent de le donner, ou de le réfuſer aux corps ; il ne s'agit pas du nom, mais de la choſe.

Enfin, la matiere, ſans préjudicier à ſa diviſibilité à l'infini, pourroit être un compoſé d'élémens parfaitement ſolides, & dont aucune force naturelle ne fût en état d'ébranler les parties. Alors chaque maſſe de matiere enfermeroit, dans ſon contour, une quantité finie de ces corpuſcules indiſſolubles; elle demeureroit la même, tant qu'elle les conſerveroit tous ſans addition & ſans diminution : & les corps ſeroient les mêmes, tant que ces élémens garderoient entr'eux les mêmes rapports.

Si l'Identité de la matiere brute a ſes difficultés, la matiere organiſée en préſente de bien plus grandes. Cette foible plante, qui perce à peine le ſein de la terre, devient un chêne élevé, qui porte ſa tête orgueilleuſe dans les nues ; eſt ce le même arbre ? Cet enfant nouveau né, qui ne fait qu'ouvrir ſes yeux à la lumiere, ayant paſſé par tous les degrés de l'age humain, tombera dans la vieilleſſe & dans la décrépitude ; eſt ce le même homme ? Cet œuf, ce ver, cette matiere inanimée, contenue dans les enveloppes de la Chryſalide, ce papillon qui en ſort, eſt ce toujours le même animal ? Peut-être que dans leur dernier période il ne reſte à ces corps organiques aucune des parcelles dont ils étoient compoſés dans le premier.

Selon M. *Locke*, cette Identité eſt la même vie, continuée dans différentes particules de matiere, qui ſe ſuccedent les unes aux autres; mais il ne nous apprend, ni ce que c'eſt qu'une *Vie*, ni comment elle ſe peut conſerver la même dans un flux continuel de particules. Se la repréſenteroit il, à la façon des anciens, comme quelque choſe de durable & de ſubſtantiel? Si la vie n'eſt qu'une certaine ſuite de mouvemens & de modifications, qui arrivent dans le corps vivant & organiſé ; il eſt clair que toutes les molécules de ce corps, étant diſſipées, & remplacées par des molécules nouvelles, les modifications & les mouvemens de celles-ci ne ſauroient être les modifications & les mouvemens de celles-là.

Je

Je dis plus. Je suppose qu'un corps, organisé ou non organisé, fut résolu en ses élémens, & que ces élémens, dispersés pendant un siecle par tout le vaste univers, vinssent à être rejoints comme ils l'étoient, & que chaque chose fut remise en sa place : on pourroit dire, à la rigueur, que la matiere de ce corps est encor la même, mais on ne pourroit pas en dire autant de la rélation que ses parties gardent entr'elles, ou de son organisation, en cas qu'il fût organisé. La raison en est évidente pour qui nous a suivis. Les élémens de ce corps ont joui d'une existence continue ; & quelque transformation que le corps ait subi, dans l'eau, dans l'air, dans la terre, dans le feu, leur nature s'est conservée inaltérable : ils ont résisté à tous les chocs, & à tous les bouleversemens : voilà pourquoi ils sont encore ce qu'ils étoient. Mais leurs rélations ont péri dès la dissolution du corps qui les unissoit ; ils en ont successivement pris une infinité d'autres, qui ont péri à leur tour : Et voilà pourquoi ils ne peuvent jamais reprendre celles qu'ils ont quittées, quoiqu'ils en puissent prendre de parfaitement semblables.

Si nous parlons ici avec la précision philosophique, ce n'est pas que nous prétendions imposer la même loi à ceux qui n'ont point traité ce sujet en philosophes. On ne sauroit se rendre plus ridicule qu'en voulant expliquer le langage ordinaire, qui est fait pour tous les hommes, par des Idées métaphysiques, qui ne sont faites que pour le contemplateur. Rien donc de plus frivole que ces questions tant agitées chez les Théologiens, sur l'Identité de nos corps, ranimés de la poussiere par le soufle vivifiant du Créateur. Quand ce point seroit clairement révélé, quand il seroit essentiel au dogme de la résurrection, quand il ne seroit pas sujet à des difficultés trop connues pour être répétées ; il seroit pourtant indubitable, que l'Ecriture, parlant le langage commun, ne pourroit jamais entendre cette Identité précise & Numérique que nous venons d'analyser.

Tout ce qu'on peut imaginer de plus raisonnable & pour décider cette dispute Théologique, & pour fixer l'identité des corps organi-

ganisés en général, c'est de leur supposer à tous des parties séminales, incorruptibles & indissolubles, un certain systeme d'élémens qui sert de base à l'organisation, à peu près comme la chaîne sert au tisseran, ce systême, dont toute la contexture subsisteroit parmi tous les changemens de la matiere, conservant toutes ses parties dans le même arrangement, feroit la vraye identité du corps végétal & animal. C'est en ce sens que le chêne suranné & le jeune arbrisseau feroient la même plante, & que le vieillard, l'enfant, l'embryon même, ainsi que le ver, la Chrysalide, & le papillon, ne feroient qu'un animal. C'est par là encore que l'on conçoit, comment nos corps peuvent se retrouver au-de-là du tombeau : ce germe, se conservant toujours en entier, sera toujours propre à reproduire le même homme, le même pour le fond, quoique revêtu de nouvelles enveloppes, comme il lui arrive plusieurs fois durant cette vie. L'illustre auteur de la *Venus physique* a proposé, sur ce sujet, les conjectures les plus ingénieuses, que l'on pourroit mettre en œuvre pour expliquer cette espece d'Identité.

Il s'est trouvé des spéculateurs qui ont poussé cette idée plus loin : ils ont pris le principe pensant pour une organisation semblable, mais infiniment plus subtile. Le plus fort argument qu'on leur ait opposé, est tiré d'une Identité dont nous parlerons bientôt, de l'*Identité personelle*. Il a paru contradictoire que ce sentiment du *Soi*, qui accompagne toutes les pensées, & qui semble être le caractere indélébile des Intelligences fût un agencement de plusieurs parties, que l'on en pût concevoir, la moitié, le tiers, le quart, & ainsi de suite. Je ne m'arrête point à examiner ce qui a été dit de part & d'autre, & je passe, tout d'un coup, aux substances spirituelles & indivisibles.

Un être simple, tel que nous supposons ici l'être pensant, ne pouvant commencer que par la création ni périr que par l'anéantissement, jouit d'une existence continue, & demeure véritablement le même pendant tout le cours de sa durée : Quoiqu'il passe par une suite d'états qui naissent & périssent successivement, il faut toujours distinguer le

fond durable de son être de ces états, qui n'en sont que des modifications transitoires.

Les Philosophes *Monadistes*, rafinant sur le systeme de *Leibnits*, ou peut être pour subvenir à ses besoins, ont avancé que tous les modes de l'être simple coulent de son essence, & concourent essentiellement à la constitution de son individu : selon eux, avec des perceptions différentes de celles que j'ai, que j'ai eues, ou que j'aurai, je ne serois plus la même Monade : si je n'écrivois pas, par exemple, ce que j'écris actuellement, je ne serois pas *Moi*, le fond de mon être seroit tout autre, je serois une autre substance. Sans m'enfoncer dans les profondeurs de cette théorie, je me contente de remarquer que je ne vois pas la moindre empreinte de nécessité interne dans mes perceptions : Je conçois, sans ombre même de contradiction, que je pourrois en avoir de très différentes de celles que j'ai, sans que pour cela je fusse transformé en un autre être.

Je ne connois qu'une chose dans mon ame qui paroisse lui être essentielle ; c'est le sentiment du *Moi*, inséparable de mon intelligence; toutes les autres perceptions sont sujetes à la vicissitude ; ce sont des ombres légeres qui ne font que passer devant moi ; celle-ci me suit par tout, & ne m'abandonne jamais. Les autres peuvent me tromper, & me trompent en effet ; mais s'il y a quelque chose de certain, c'est assurément que je suis *Moi même :* c'est par là que mon existence présente se lie à mon existence passée : de là cet interêt personel que je prends à mon propre Individu, & que je répands, dans une juste mésure, sur les choses qui m'environnent. Sans ce sentiment point de réminiscence, point de pensée, & probablement point d'ame.

M. *Locke* a fait sur la personalité des spéculations qui ont l'air un peu paradoxe ; mais on ne doit point les mettre à la charge de ce grand Philosophe, dont l'intention n'étoit que de se prêter à toutes sortes d'hypotheses ; on doit, au contraire, lui savoir gré de sa modestie : il ne présumoit pas assés de lui même pour oser déterminer en quoi

consiste la nature de l'ame : s'il pouvoit revenir dans un tems où nous croyons si bien la connoitre ; il seroit sans doute fort étonné de nos progrès.

Nous nous sommes délivrés de toutes ces discussions, en définissant notre ame un être immatériel pensant. Si le sentiment du *Soi* lui est essentiel, la personalité subsistera aussi long-tems que la substance à qui elle est intimément unie. Que cette substance subisse en-suite telles variations qu'on voudra : qu'elle se produise sous mille & mille métamorphoses : qu'elle circule dans tous les corps organisés ; son identité personelle la suivra par-tout, ce sera toujours la même personne, à prendre ce terme dans la rigueur philosophique ; & pourquoi ne le seroit elle pas aussi bien que dans une vie où les particules du corps qu'elle anime, sont perpétuellement en fluctuation, & où elle change si souvent de dépouilles ? Le corps & la figure, quelque prix que l'on y attache, ne sont que des choses accidentelles, peut-être même ne sont ce que des représentations : nous marchons tous à grands pas vers le terme fatal qui mettra fin à leur existence passagere ; leurs impressions seront effacées, & il n'est pas même sûr qu'il en reste des traces dans nôtre souvenir ; mais la personalité ne sauroit être comprise dans cette ruine : s'il est vrai que je suis aujourdhui la même personne que je fus hièr, où que j'étois il y a dix ans ; je n'ai pas plus de raison de douter que je ne sois après ma mort, tant dans le sens physique que dans le sens moral, la personne que je suis durant le cours de ma vie : Il n'y a qu'une différence du plus au moins entre les changemens que j'éprouverai à ma derniere heure, & ceux qui m'ont conduit jusqu'au période présent.

De savans Philosophes ont crû la réminiscence nécessaire à la conservation de l'Identité personelle ; & M. *Locke* est encore à leur tête. Il suffit, si je ne me trompe, de la continuation du même *Moi* (*). Ce

(*) En disputant sur ce qui fait la *personne*, on ne dispute que sur un mot, que chacun définit à sa fantaisie ; mais il faut bien prendre garde que ces définitions

Ce *moi*, qui étoit joint à une perception, il y a dix ans, & qui aujourdhui est joint à une autre, les réuniroit dans ma personne, quand même j'aurois oublié la premiere, ou quand je les aurois oubliées toutes deux. Pour qu'il soit vrai que j'ay fait, dit, ou pensé quelque chose ; faut il que je me rapelle sans cesse que je l'ai fait, dit, ou pensé ? Pour être *moi-même*, faut il que j'aye toujours l'histoire de ma vie devant moi ? Le Philosophe de Samos, si son systeme étoit fondé, en seroit il moins le personnage qui succomba sous la lance de *Ménélas*, quand il n'auroit aucun souvenir du siege du Troye, & quand il ne pourroit pas dire ;

Ipse ego, nam memini, Trojani tempore belli,
Panthoides Euphorbus eram, cui pectore quondam
Sedit in adverso gravis hasta minoris Atridæ ?

Je laisse là un sujet que M. *de Prémontval* a traité avec beaucoup de force & de profondeur ; mais pour montrer qu'il ne se borne point à [illegible] de

[illegible] tions arbitraires ne donnent aucun droit à tirer des conséquences. Vous faites, par exemple, entrer dans la définition de la *personne* le souvenir des actions passées, & de là vous conclués qu'un homme qui a oublié ce qu'il a fait, cesse d'être comptable de ses actions, parcequ'il n'est plus la même personne, dans le sens que vous attachés à ce terme ; il est clair que votre assertion n'est fondée que sur un jeu de mots, & sur une définition arbitraire, qui ne sçauroit avoir aucune influence sur la moralité des actions : Si vous vouliés tirer de là un argument en faveur d'un débiteur qui auroit oublié ou feroit semblant d'avoir oublié ses dettes, tous les juges raisonnables se moqueroient de vous. Voilà pourquoi je fais entrer le physique & le moral dans la notion de la *personalité*. La même personne dans le sens physique est le même *moi* continué dans le même être : dans le sens moral c'est le même *moi* continué dans une Intelligence qui prend interêt à son Individu, qui est capable de sentir le plaisir & la douleur, & qui par conséquent a pû mériter & démériter par ses actions libres. Ce que je dis là dessus est juste, non parcequ'il m'a plû de définir ainsi ; mais parceque le fond des choses est vray, de quelque façon qu'on définisse : tout comme il est vrai en François, en Allemand, en Espagnol, en toute langue, & indépendamment de toute langue.

de stériles contemplations, je ferai voir, en peu de mots, l'influence qu'il a sur la sanction des loix divines & humaines, dont cette doctrine est en effet le fondement. Je m'attacherai, en particulier, à l'article des punitions, dont le raport avec l'identité personelle a quelque chose de plus frappant que celui des récompenses.

Tout châtiment suppose une méchante action, commise par un agent libre & sensible à la douleur. Sans la liberté le châtiment est injuste : sans la faculté de sentir, il est inutile ; ou plutôt ce n'est pas un châtiment.

On punit, ou pour le bien du coupable, ou pour celui de la société ; ou enfin la punition est une suite nécessaire du crime, soit parce que tel est l'ordre naturel des choses, soit parceque tels sont les effets inévitables de la justice de l'être supreme.

On voit du premier coup d'œil, jusqu'à quel point la réminiscence est nécessaire, lorsqu'en punissant on se propose pour but la correction du coupable. On voit aussi qu'elle n'est point absolument nécessaire lorsqu'on n'a en vûe que le bien public, soit que ce bien consiste à retrancher un membre gangréné du corps de l'état, soit à réprimer, par un exemple salutaire, le débordement du vice. Au premier cas, il suffit au sage médecin de savoir qu'un mal incurable existe, pour ordonner le retranchement de la partie qu'il a gagnée : au second il suffit que le crime soit avéré & devant les juges & devant le public. Si c'est l'usage des tribunaux d'exiger la confession du criminel, c'est en partie pour obtenir le premier but conjointement avec le second, en partie pour donner à celui-ci plus d'efficace, & pour rendre le spectacle du supplice plus édifiant.

Mais le troisième genre de châtiment, que l'on dit être attaché à l'infraction de la loi naturelle par un ordre immuable de la nature ou de la Divinité, me paroit devoir subsister indépendamment de toute réminiscence. Si le *mal d'action* est nécessairement expié par le *mal de passion*, que peut il importer que celui qui a commis la faute s'en souvienne ou ne s'en souvienne pas? Quand il auroit bû, dans les ondes de

Lethé, l'oubli de toute sa conduite passée ; cette conduite ne lui en appartient pas moins ; il n'en est pas moins responsable : c'est toujours lui qui l'a tenue.

Un homme qui après s'être souillé d'un crime énorme, tomberoit dans une frénésie qui ôtât de son esprit jusqu'aux moindres vestiges de tout ce qui s'est passé, cesseroit il d'être punissable ? Et dans le cas opposé un héros qui se seroit signalé par de grandes & belles actions, & à qui un accident fatal en auroit enlevé le souvenir, devroit il être frustré de la récompense qui lui est dûe ? Ou bien, ses actions ont elles perdu dès lors toute leur valeur intrinseque ? S'il oublie les services qu'il a rendus ; son prince, sa patrie, ceux qu'il a servis, doivent ils les oublier? Rien, au contraire, ne fait plus d'honneur à l'humanité, rien ne rehausse plus la gloire d'une nation, que de voir ses grands hommes & ses citoyens vertueux recompensés jusques dans leur postérité, que de voir leur mémoire chérie, & respectée, & la reconnoissance des peuples immortalisée sur le marbre & le bronze : mais pendant qu'on rend ces hommages à leurs cendres éteintes, & à leurs manes insensibles, croiroit on ne leur absolument rien devoir à eux mêmes s'ils avoient encore quelque degré de sentiment, quoique sans mémoire, pour la belle raison que puisqu'ils ne se souviennent pas de ce qu'ils ont fait, ce n'est pas eux qui l'ont fait ?

Si un manque de souvenir rompoit les liens de la personalité, un faux souvenir devroit l'étendre ou la multiplier. On a vû des cerveaux si fortement frappés de certaines idées qu'ils se sont attribué des actions où ils n'avoient pas la moindre part, & dont un cerveau sain ne songera jamais à les rendre responsables. Si une telle réminiscence faisoit la personne ; que de personnes souvent n'y auroit il pas dans une seule tête?

Il n'y a qu'un être pensant & libre qui puisse mériter & démériter ; mais un imbécile peut être puni pour des actions commises avant son imbécilité. Cela se peut, & souvent cela se doit. Cela se peut parce que il demeure sensible à la douleur. Cela se doit, en supposant une proportion nécessaire entre le pêché & la peine, & en supposant de

plus

que cette proportion n'a pas été observée avant ce tems. En disant que ce n'est plus la même personne, on ne feroit qu'une misérable chicane sur un mot : *Cajus* en délire, & *Cajus* dans son bon sens ne sont que deux façons d'être du même *Cajus*, comme *Cajus* éveillé & *Cajus* faisant des rêves : il est puni comme être sensible, pour une action qu'il a commise comme être libre ; sa personalité est inaltérable aussi long-tems qu'il sent son existence.

Si le dogme de la transmigration des ames étoit d'ailleurs bien fondé ; il n'y auroit rien de si absurde à croire que l'on pût être puni, dans le corps d'une bête, de l'abus qu'on auroit fait de la qualité d'homme, ou de dire, avec les Chrétiens *Pytagoriſans*, que nous sommes des esprits dégradés, dans l'état d'expiation, relegués sur ce globe pour nous préparer mutuellement notre enfer ou notre purgatoire. Je ne suis pas assés Misantrope pour nourrir une si sombre idée ; je dis seulement qu'elle ne pêche point par cet endroit, & qu'elle n'a rien de contraire à la notion de l'identité personelle.

Les Philosophes dont la doctrine mene à la conséquence que nous pourrions être créés & anéantis à chaque instant, sont dans un cas bien plus défavorable à cet égard. Un être pêche, & rentre dans le néant : aussitôt il paroit un autre être, formé sur le même modele, & il est puni pour les fautes du premier ; comment concilier cecy avec les loix éternelles de la justice ? Car enfin, cela ne revient il pas au même que si Dieu, ayant créé l'être A, & l'être B à la fois, châtioit sur B toutes les fautes commises par A ? ou que si partageant ma vie en deux portions, dont la premiere contint toutes mes iniquités, & la seconde tous les maux qui en sont les suites, il me laissoit achever le premier tome de mon histoire, & m'ayant anéanti à la fin de la derniere page, il chargeoit du second une nouvelle substance, que dans cette vûe il tireroit tout exprès du Néant.

LA

THÉOLOGIE DE L'ETRE,

OU

CHAINE D'IDÉES DE L'ETRE JUSQU'A DIEU.

Multùm series juncturaque pollet.

PAR M. DE PREMONTVAL.

§. I.

De la Simplicité de l'Etre.

Etre ou *exister*; un *Etre*, une *Chose*: mots qui ne doivent ni ne peuvent se définir.

Quelque chose existe: ou, il y a quelque Etre.

Ce qui existe n'est qu'un seul Etre, ou ce sont plusieurs Etres.

S'il y a quelque chose qui ne soit qu'un seul Etre & non plusieurs Etres, je l'appelle *Etre simple*.

S'il y a quelque chose qui soit plusieurs Etres & non un seul Etre, je l'appelle *Etre composé*.

Tout Etre composé, ou toute Collection de plusieurs Etres, n'est pas un seul Etre, mais plusieurs Etres.

Si A est un Etre, simple ou composé, & que B soit un autre Etre, simple ou composé, leur somme A + B n'est pas un seul Etre, mais plusieurs Etres.

A + B est composé.

L'existence de A + B présuppose l'existence de A, aussi bien que l'existence de B.

Plusieurs présuppposent *l'Unité* de ce dont il y a plusieurs.

Plusieurs Etres présupposent *l'Unité d'Etre.*

Plu-

Plusieurs Etres supposent quelque chose qui ne soit qu'un Etre & non plusieurs Etres.

Tout Composé suppose le Simple.

S'il y a des Etres, il y a des Etres simples; & à proprement parler, il n'y a que des Etres simples.

C'est-à-dire qu'à parler proprement, tout Etre composé n'est point un Etre, mais une Collection de plusieurs Etres.

Enfin je pose pour Axiome, *qu'un Etre n'est pas plusieurs Etres, mais un seul Etre.*

§. II.

De la Distinction des Etres.

Maintenant je suis convaincu que *moi qui pense* je suis quelque chose; soit un seul Etre, soit plusieurs Etres; un Simple, ou un Composé.

Je suis également convaincu que je ne suis pas le seul *quelque chose* qui existe; le seul Simple, si je suis simple; le seul Composé, si je suis composé.

Hors de moi existent d'autres Etres, ou d'autres Collections d'Etres. (Je prie ces autres Etres, ou ces autres Collections d'Etres, de vouloir bien, quand je me dis persuadé de leur existence, m'en croire sur ma parole, sans m'en demander de Démonstration.)

Il y a donc plusieurs Collections d'Etres; & à plus forte raison, plusieurs Etres simples.

Tout Etre simple est ce qu'il est, & n'est pas plus un autre Etre simple quelconque, qu'il n'est plusieurs Etres simples.

Tout Etre simple a quelque chose en lui par quoi il est tel Etre simple, & non un autre Etre simple quelconque.

Au fond ces deux dernieres Propositions ne sont que la même, & c'est ce qui rend la seconde aussi incontestable que la premiere; mais il faut remarquer que cette expression, *tout Etre simple a quelque chose en lui*, dont on est contraint de se servir faute de termes, est très impropre.

J'appelle *Différence individuelle* d'un Etre simple, ce par quoi un Etre simple est tel Etre & non un autre.

Comme les Genres ont leurs *Différences génériques*, par quoi un Genre est tel Genre, & non un autre Genre; comme les Especes ont leurs *Différences spécifiques*, par quoi une Espece est telle Espece, & non une autre Espece: de même tout Individu a sa *Différence individuelle*, par quoi il est tel Individu & non un autre.

Il est aussi absurde de dire que deux Individus A & B, simples ou non, sont tels qu'il n'y ait rien dans A qui ne soit dans B, rien dans B qui ne soit dans A, qu'il seroit absurde de dire qu'il y a deux Especes de cercles, la premiere & la seconde, rien dans la premiere qui ne soit dans la seconde, rien dans la seconde qui ne soit dans la premiere.

Cela même est encore plus absurde des Individus que des Genres & des Especes: car puisqu'il n'y a que les Individus qui existent, on ne peut concevoir de Genres & d'Especes, *que parcequ'il y a des Différences individuelles mêlées à des Ressemblances.*

§. III.

De la Diversité dans le Simple.

Mais comment concevoir des ressemblances & des différences entre les Etres simples? Si A & B sont simples, & simples de même espece, comment y a-t-il *dans* A quelque chose qui soit & quelque chose qui ne soit point *dans* B, & *dans* B quelque chose qui soit & quelque chose qui ne soit point *dans* A; même à la maniere impropre dont nous devons ici prendre l'expression?

Je répons 1°. qu'il est incontestable qu'un Etre n'est pas plusieurs Etres, & que par conséquent tout véritable Etre est simple; incontestable aussi qu'un Etre n'est pas un autre Etre, & que pour être tel Etre de telle espece plûtôt que d'une autre, il faut quelque chose qui le constitue tel. Ainsi quand nous ne concevrions pas le *comment* de la ressemblance & de la différence des Etres, elles n'en seroient pas moins constantes.

Je répons 2°. qu'il faut distinguer entre pluralité d'Etres, & pluralité de Propriétés & d'Attributs. La simplicité d'un Etre exclud la plu-

pluralité d'Etres en lui, parce que ce n'eſt qu'un ſeul Etre & non plu-ſieurs Etres ; mais ſi elle n'excluoit point la pluralité de Propriétés, il y auroit dans cette pluralité du jeu pour des reſſemblances & des différences à l'infini dans les Etres ſimples.

Une réflexion m'aide à concevoir la pluralité de Propriétés dans le Simple, auſſi aiſément que dans le Compoſé. C'eſt que la pluralité de Propriétés, dans les Compoſés-mêmes, n'eſt point en raiſon de la pluralité des Parties qui les compoſent. Il me ſemble que cela eſt déciſif. Exemples.

Le triangle rectangle qui n'a pas plus d'élémens, pas plus de côtés, pas plus d'angles, & quelquefois pas plus de ſurface qu'un autre triangle, a cependant plus de propriétés.

Que l'on diviſe une ligne en deux parties, de la maniere qu'on appelle *moyenne & extrême raiſon*; on a fait un volume entier des propriétés de cette diviſion, tandis que celles de toute autre diviſion de la ligne en deux ou en pluſieurs parties n'en approchent pas.

On ſait les propriétés ſingulieres du nombre 9. N'y en a-t-il qu'autant que d'unités en 9, ou qu'autant que ces neuf unités peuvent recevoir de combinaiſons ? Non, ces propriétés n'ont aucun rapport avec ce nombre de neuf unités. La preuve en eſt que ſi l'on ſuivoit en Arithmétique la progreſſion *duodécuple* au lieu de la *décuple*, ce ſeroit 11 qui auroit les propriétés ſingulieres de 9, mais moins que n'en a 9, parcequ'il n'eſt pas quarré comme lui, ni diviſible par un autre nombre.

Croit-on qu'en augmentant ou en diminuant un nombre d'une ſeule unité, ſurtout s'il eſt grand, on ne faſſe qu'augmenter ou diminuer un peu ſes propriétés? Point; on les anéantit; on les change en d'autres qui n'y ont aucun rapport.

Enfin l'unité elle-même, tant l'unité ſimple que l'unité abſtraite, que de propriétés n'a-t-elle pas, & que d'uſages dans les calculs? Cependant ou elle n'a point de parties, ou l'on fait abſtraction des parties qu'elle a.

Il suit de ces exemples, & d'une infinité d'autres, que la pluralité de Propriétés dans les Etres composés ne vient point de la pluralité de Parties.

Ainsi la pluralité de Parties, ne fait rien à la pluralité de Propriétés.

Donc *pluralité de Propriétés peut se trouver dans les Etres simples.*

Il y a donc de quoi concevoir comment les Etres simples different plus ou moins les uns des autres ; & d'ailleurs il est indispensable, sinon de concevoir, de tenir pour sûr qu'ils different, les uns plus & les autres moins.

Or ces propriétés dont il y a pluralité, même dans l'Etre simple, est-ce quelque chose ? Oui. Et quoi ? L'Etre-même, dont ce sont les propriétés ; & non d'autres Etres qui lui soyent ajustés, à la maniere des *Entitatules* de l'Ecole.

De même que les qualités de nombre, les qualités de pair & d'impair, les qualités de cube & de quarré, & les propriétés qui en dépendent, ne sont point des Etres attachés à 8 & à 9, différens de 8 & de 9.

§. IV.

De la Mutabilité du Simple.

Il y a deux sortes de Propriétés dans les Etres ; de permanentes & de successives.

Les Propriétés permanentes d'un Etre (entre lesquelles il faut toûjours compter la possibilité des successives,) sont ce qui ne varie jamais dans un Etre ; ce qui le constitue tel Etre, & non un autre : c'est son *Essence.*

Les Propriétés successives sont celles qui n'appartiennent à un Etre toutes à la fois qu'en possibilité, mais dont plusieurs ne peuvent s'y trouver réellement que les unes après les autres : ce sont les changemens, les variétés qu'il éprouve ; ses divers états ; ses *Accidens.*

Car je suis intimement convaincu, quoique sans démonstrations, qu'il arrive des changemens dans ce qui existe ; aux autres, de même qu'à moi. Il ne s'agit que de savoir, si les changemens sont dans les Collections d'Etres ou dans les Etres ; dans les Composés ou dans les Simples.

La

La chose n'est pas difficile. Avec la même évidence que je vois que plusieurs Etres supposent ce qui n'est pas plusieurs Etres, je vois que le changement de plusieurs Etres suppose le changement de ce qui n'est pas plusieurs Etres ; suppose le changement de quelque Etre simple.

S'il n'est arrivé, ni à A, ni à B, ni à C, quelque changement que ce puisse être, il n'est arrivé à la Collection de A, de B, & de C, aucun changement.

Mais s'il est arrivé, soit à A, soit à B, soit à C, quelque changement, il est arrivé du changement à la Collection de A, de B, & de C.

De même donc que je tiens pour axiome, *que le Composé suppose le Simple*, je tiens pareillement pour incontestable, *que le changement du Composé suppose le changement du Simple.*

J'avoue que je ne conçois pas comment se changement arrive ; d'où il procede, & comment il s'exécute. Mais je soutiens que cela ne se conçoit pas mieux dans les Composés que dans les Simples, puisqu'il est visible que le changement n'arrive dans le Composé que par le Simple. Comment un état cesse-t-il, & un autre prend-il sa place ? Pourquoi faut-il que le premier cesse & qu'un autre succede ? Si cela vient de quelque Cause, ou cette Cause change elle-même, ou elle ne change point. Si elle ne change point, comment produit-elle du changement, sans changer elle-même ? & si elle change, comment change-t-elle ?

Conclurrons-nous, en ne cessant nous-mêmes de changer, qu'il n'y a point de changement, parceque nous ne pouvons concevoir comment il arrive ? Un Sentiment irrésistible nous convainc qu'il se fait de continuels changemens ; & un peu de réflexion, que tout changement dans le Composé suppose un changement dans les simples qui le composent.

Ainsi donc *point de changemens, non plus que de propriétés, dans le Composé que par le Simple.*

§. V.

De l'Etre pensant.

Ceci me conduit à examiner si Moi qui pense, qui éprouve le sentiment de plusieurs propriétés & de plusieurs changemens, si je suis un Etre simple, ou un Composé.

La question revient à demander, *si ce qui sent & qui pense est un seul Etre ou plusieurs Etres.* Si c'est un seul Etre, c'est un Etre simple; si c'est plusieurs Etres, c'est un Composé.

Puis-je douter sérieusement, *si Moi qui pense, je suis un Etre ou plusieurs Etres?* Je ne parle point de cette Collection d'Etres qui se trouve singuliérement unie à Moi qui pense, & qui s'appelle mon Corps. Je parle de Moi-même, de Moi qui pense, l'Ame de ce Corps.

Il est vrai que j'éprouve des pensées très variées & très changeantes. Ce Moi qui pense tantôt nie & tantôt affirme; tantôt il a du plaisir, & tantôt de la douleur &c. Mais je sais que la variété & le changement peuvent & doivent avoir lieu dans un Etre simple; & il me semble que je sens très bien, que, soit que je nie ou que j'affirme, soit que j'aye du plaisir ou de la douleur, je suis le même Etre, un seul Etre, & non plusieurs. Il ne répugne pas que la variété & le changement se trouvent dans l'*unité*, & j'ai sentiment de mon *unité*. M'en faut-il davantage?

Je nie A & j'affirme B tout à la fois, ou bien je nie & j'affirme C successivement. Le fait est que j'ai un sentiment intime de l'un & de l'autre, de la négation & de l'affirmation, comme de modifications à moi appartenantes. Si je suis un Composé de deux Etres, par exemple; ou bien chacun de ces Etres nie, & chacun affirme; ou bien c'est l'un qui nie, & l'autre qui affirme; ou bien ce n'est ni l'un ni l'autre qui nie ou qui affirme, mais seulement la somme des deux.

Si chacun des deux Etres nie & affirme, chacun est l'Ame complette; il faudroit que je fusse fou d'admettre en moi deux ou plusieurs Ames, qui n'opéreroient chacune que les mêmes choses.

Si

Si l'un nie & que l'autre affirme, comment chacun a-t-il sentiment du jugement de l'autre, comme de quelque chose qui lui appartient? Comment en auroit-il même connoissance, comme de quelque chose d'étranger? Est-il plus difficile qu'il réunisse les deux jugemens que de réunir deux sentimens; le sentiment de son propre jugement, & le sentiment du jugement de l'autre?

Enfin si ce n'est ni l'un ni l'autre qui nie ou qui affirme, ni l'un ni l'autre qui pense, mais la Somme des deux; comme ce n'est aucune des moitiés du cercle qui est ronde, mais la Somme des deux moitiés. . . . Cette comparaison éblouissante demande que je m'arrête.

Ce n'est aucune des deux moitiés du cercle qui est ronde; mais l'union, & certaine union des deux moitiés. Ce ne sont ni les côtés ni les angles d'un triangle qui ont quoi que ce soit de triangulaire, c'est un certain agencement du tout, c'est le triangle qui est triangulaire. Ne se pouroit-il pas que ce qui pense fût un résultat de plusieurs Etres qui n'ayent rien de pensant? Si le triangle avoit sentiment de sa triangularité & le cercle de sa rondeur, ils ne pouroient attribuer la triangularité, ou la rondeur à aucun Etre en eux: ils la sentiroient comme quelque chose d'*un* & de *simple*.

Premiere disparité. Je me sens, & je me sens comme *un*; & je suis très convaincu, (j'en dois convenir, si je ne veux chicaner;) que le triangle & le cercle ne se sentent, ni ne se peuvent sentir. Il est absurde de spécifier, comment se sentiroit ce qu'on ne peut présumer se pouvoir sentir.

Seconde disparité. Le cercle & le triangle, sous un point de vûe, sont réductibles en élémens qui n'ont rien de rond & de triangulaire; mais sous un autre point de vûe, ce ne sont que des cercles, ou des triangles, toûjours décroissans, enchâssés les uns dans les autres. Y a-t-il en Moi qui pense un autre Moi, qui ne differe de Moi qu'infiniment peu, & ainsi à l'infini?

Pour trancher net, quand je concevrai qu'une Assemblée de Sénateurs éprouve le sens intime d'une opinion, qui n'est celle ni de Titus,

ni de Caius, ni de Publius, je croirai que je suis une Assemblée d'Etres; Assemblée pensante, d'Etres qui ne pensent point, ou qui ne pensent point ce que je pense, Moi qui suis leur Assemblée.

En un mot j'en reviens à ce que j'ai dit il n'y a qu'un moment. Je sais qu'il n'y a de véritables Etres que des Etres simples. Ce n'est qu'à eux que l'existence appartient: *vingt* n'existent que parcequ'*un* existe. Je sais que tous les Etres simples different les uns des autres, & qu'ils sont susceptibles en eux-mêmes de variétés & de changemens. Avec cela je me sens comme *un*, & non comme plusieurs Etres. On me permettra de croire *que je ne suis qu'un Etre, & non plusieurs.*

§. VI.

Du Corps & de l'Ame.

Mais quel est cet attirail d'Etres qui me suit partout, & qui m'est si intimement uni depuis que j'ai connoissance de moi-même; espece de cour & de cortege, qui souvent m'est très utile, & souvent aussi me fait payer bien cher, par des embarras, des soins, & des douleurs, les services que j'en reçois? Qu'est-ce que *mon Corps?*

Je ne puis douter que ce ne soit quelque chose. J'y vois différens Composés, très distincts, plus ou moins unis en un tout, dont je suis affecté & que j'affecte réciproquement. C'est donc une multitude d'Etres, à moi subordonnés, sur lesquels j'exerce une sorte d'empire, mais d'une maniere qui n'est pas toûjours également tranquille. Il s'en faut beaucoup que je regne en Souverain absolu, ni que je puisse maintenir l'ordre, comme je le voudrois, & prévenir toutes les séditions & les révoltes.

De plus je vois un commerce indispensable de mes Sujets avec les Etats environnans, & avec des multitudes d'Etrangers qui ne cessent de se mêler parmi eux; d'où je reçois des avantages & des désavantages considérables, en général plus de mal que de bien, en sorte que c'est même de ces Etrangers que naissent la plûpart des troubles qui s'élevent dans mon Empire.

Je sais, encore un coup, que tous les Etres different plus ou moins en propriétés les uns des autres. C'est donc le cas des Etres qui me sont subordonnés & de ceux qui m'environnent.

Or je ne puis concevoir que trois distinctions, ou classes générales entr'eux.

Premiere distinction. Qu'ils soyent susceptibles de pensée comme moi.

Seconde distinction. Qu'ils ne soyent susceptibles que de sentiment.

Troisieme distinction. Qu'ils ne soyent susceptibles ni de pensée, ni de sentiment.

J'ignore absolument, si ces trois distinctions sont essentielles, ou s'il n'y a point de passage de l'une de ces conditions à l'autre; en sorte que tel Etre simple, qui d'abord n'auroit ni pensée ni sentiment, (comme il me semble que je suis quelquefois,) acquéreroit, par une suite des changemens dont il est susceptible, le sentiment & la pensée.

Quoi qu'il en soit, si parmi la multitude d'Etres qui me sont unis dans cette Association que j'appelle mon Corps, si, dis-je, il y en a qui soyent susceptibles comme moi, plus ou moins, du sentiment & de la pensée, je l'ignore; mais je suis très sûr, que ce n'est ni leur sentiment, ni leur pensée dont j'ai *conscience*. Cela se passe hors de Moi qui pense; cela n'est pas Moi. Cela ne m'affecte, que de la maniere que font en général, les sentimens & les pensées des Etres qui ne sont point de cette Association. Le *comment* est aussi mystérieux, & aussi inexplicable dans les deux cas.

Cependant cette Association d'Etres, à la tête de laquelle je me trouve, ne m'est rien moins qu'inutile: je lui dois ma dignité & mon pouvoir.

Je suis un Etre sans elle; je ne suis une *Ame* que par elle.

Il y a une infinité de choses dont je ne suis capable qu'avec elle.

Le Monarque, le mieux instruit dans l'art de gouverner, n'est qu'un simple Homme, s'il n'a des villes, des campagnes, des arsenaux, & des Sujets qui habitent ses villes, labourent ses campagnes, & sachent employer au besoin les armes dont ses arsenaux sont remplis.

Un Monarque, qui n'auroit que des Sujets, sans un pouce de terrein à lui, ne seroit qu'un Général, ou un Chef, impuissant à mille égards.

Un Monarque, qui ne posséderoit que de vastes provinces, sans Sujets, perdroit la qualité de Prince, & ne seroit qu'un Solitaire.

Dans l'un ou dans l'autre cas, aucun, ou presqu'aucun moyen, de mettre en œuvre le génie qui n'en est pas moins effectivement en eux.

Une Ame n'en est pas moins ce qu'elle est, un Etre susceptible par son essence de telles ou telles opérations, quoique privée de l'Association des Etres d'où résultent son Corps & ses Organes. Mais soit que ces Etres n'agissent tous que par des tendances aveugles; soit qu'il y en ait parmi eux qui soyent susceptibles du sentiment, & même de la pensée; il est d'expérience que leur Chef ne peut rien, ou presque rien, sans leur secours.

La perte d'une partie de son armée, ou des passages occupés par l'Ennemi, ne dérangent pas plus les desseins d'un Général, que la perte d'un Membre, ou quelque Organe obstrué, ne déconcerte la plus belle Ame.

Je laisse ici un plus grand détail, qui ne fait rien au but où je veux aller.

§. VII.

De la Cause créatrice.

Elevons-nous à des considérations plus importantes.

Cet empire dont je jouis, & cette dépendance où je me trouve dans mon empire, & par cet empire-là-même, me porte à demander d'où me vient cet empire, & cette dépendance; & plus généralement encore, *d'où je suis?*

Je suis; mais ai-je toûjours été, & serai-je toûjours?

L'idée de commencement & de cessation d'Etre me vient par l'expérience journaliere d'une infinité d'Etres composés que je vois se former & se détruire, & par celle des Modifications qui se manifestent en moi & qui disparoissent bientôt après. Mais je ne trouve en tout cela l'idée du commencement & de la cessation d'aucun Etre véritable.

Des

Des Sociétés de plusieurs Etres, & les Modifications d'un même Etre, ne sont point des Etres proprement dits.

Je ne conçois dans le premier cas, que des Sociétés qui se forment ou qui se détruisent ; mais je ne vois le commencement ni la fin d'aucun des Individus qui les composent.

Je n'éprouve dans le second, que des variations de mon Etre ; mais je n'ai point encore éprouvé sa fin, & je ne me souviens point de son commencement.

Ma mémoire ne me rappelle, il est vrai, qu'une durée très courte ; mais elle ne me rappelle pas même la millieme partie de la durée dont je suis certain. D'ailleurs je puis avoir existé longtems, privé de sentiment & de pensée. Je puis même avoir passé, (je dis Moi qui pense, Moi Etre simple, & non cette union accidentelle de Moi qui pense & d'une multitude d'Etres à moi subordonnés ;) je puis avoir passé successivement par une infinité d'alternatives d'états de sensibilité & d'états d'insensibilité, sans en avoir le moindre souvenir.

Ainsi donc *la seule expérience ne m'apprend point, si Moi Etre simple j'ai toûjours été, ou si je n'ai pas toûjours été.*

Voyons ce que m'apprend la réflexion.

D'abord je me sens très convaincu, que si j'ai toûjours été je serai toûjours, & que si je n'ai pas toûjours été je pourai bien n'être pas toûjours.

Si je dois finir, vû que je suis un Etre simple, cela ne peut arriver par dissolution, mais par ce qu'on appelle *Anihilation* ; & si j'ai commencé, cela n'a pû arriver par composition, mais par une véritable *Création*.

La *Création* seroit le passage du Non-Etre absolu à l'Etre.

L'*Anihilation* seroit le passage de l'Etre au Non-Etre absolu.

Plus j'y pense, moins je conçois la possibilité de l'une ou de l'autre, parce que je n'en ai point d'expérience. Mais si je n'avois l'expérience des changemens qui s'exécutent continuellement en moi & hors de moi, je n'en concevrois pas mieux la possibilité ; ils ont quelque chose d'aussi

étrange,

étrange, & j'en suis réduit à savoir que je change sans comprendre comment je change.

De ce que je ne comprens point que j'aye commencé à être, ce n'est donc point une raison de nier que j'aye commencé à être.

D'un autre côté de ce que je n'ai point de raison de le nier, ce n'en est point une de l'affirmer, à moins qu'il ne s'en présente des preuves.

Je vois des gens qui tiennent pour bonnes preuves, qu'un Etre vient de Rien, que par lui-même il ne seroit Rien, & que par conséquent *il a commencé*; les changemens-mêmes de cet Etre, ses variations, en un mot ce qu'ils appellent *sa Contingence*: c'est une raison que j'avoue que je ne puis sentir.

Car, ou la Cause qui m'aura donné l'Etre, change; ou elle ne change point. Si elle change, elle aura dû, comme moi, venir de Rien, & ainsi à l'infini. Si elle ne change point, comment me donne-t-elle l'Etre sans changer? Comment est-elle la même, quand elle veut me donner l'Etre, & quand elle ne veut pas encore me donner l'Etre? Le passage du non-vouloir au vouloir n'est-il pas un changement en elle? Ou veut-elle & ne veut-elle pas tout à la fois, sans passage, sans succession? Incompréhensibilité pour expliquer une incompréhensibilité!

Si donc il y a une Cause créatrice, je ne puis la concevoir, *d'une part que comme increée, & de l'autre cependant, comme susceptible d'une sorte de variation*: variation, quand c'est moi qu'elle crée, ou quand c'est un autre; variation, quand elle me crée, ou qu'elle ne me crée pas encore. Ainsi la variation n'est preuve par elle-même que d'une Contingence modale, & non d'une Contingence du fond de l'Etre.

„ Eh bien, ce ne sera point la variation par elle-même, mais la va-
„ riation jointe à l'imperfection, qui sera preuve de la Contingence
„ essentielle, ou substantielle, des Etres; „ autre raison que j'ai encore le malheur de ne point sentir.

„ Un Etre est imparfait, sujet à la misere; misérable même: donc
„ c'est, dit-on, un Etre tout parfait, & très bon, qui l'a créé; c'est-
„ à-dire, qui l'a fait passer de l'apathie du Néant à ce doux état.„

La

la conséquence ne me paroît rien moins qu'invincible en soi. Il faut que la chose soit soûtenue par d'autres preuves.

„ L'imperfection d'être sujet au mal, ajoûte-t-on, doit être jointe „ à l'imperfection de n'exister point par soi-même. „ Faux Principe qui se renverse par plusieurs raisons!

En premier lieu, il semble que l'on suppose tacitement, qu'une imperfection doit être jointe à telle autre imperfection que ce soit; ce qui n'est pas vrai.

En second lieu, l'on suppose très effectivement, que ces paroles, *l'imperfection de n'exister point, ou de n'exister point par soi-même*, expriment une imperfection possible; ce qu'on ne prouve point, & ce que je défie de prouver.

En troisieme lieu, je doute qu'exister, fût-ce par soi-même, soit une perfection. Essentiellement heureux, oui. Essentiellement malheureux, non. Balotté entre le bonheur & le malheur, je n'en sais rien.

En quatrieme lieu, à supposer qu'exister, & exister par soi-même, soit une perfection; est-ce que la possibilité, ou la non-répugnance des Attributs n'est pas une perfection? Cependant elle appartient en propre à l'Etre, même borné, même imparfait, sans qu'aucune Cause l'en gratifie.

En cinquieme lieu, puisque l'on convient que les Essences des Etres n'ont point besoin de Cause, je voudrois qu'on me fît entendre pourquoi les Existences en ont besoin; des Existences imparfaites, d'une Cause toute parfaite; des Existences misérables, d'une Cause pleine de bonté.

En sixieme lieu, la perfection morale de se déterminer au bien est sans comparaison plus grande que la perfection vague & métaphysique d'une Existence aussi imparfaite que la mienne. Cependant une Conscience me dit que j'atteins quelquefois la premiere; qu'un autre ne fait pas tout en moi. Quelle impossibilité y auroit-il que j'eusse la seconde? la seconde, qui est beaucoup moindre?

Enfin une chose m'effraye dans la supposition d'une Cause créatrice. *Un pouvoir qui n'est point subordonné à des moyens!* Qui

Qui de rien peut faire quelque chose, pouroit de quelque chose faire un Etre heureux, sans le secours d'aucun moyen.

Qui de rien peut faire quelque chose, pouroit de ce même rien faire quelque chose d'incomparablement plus parfait ; ne fût-ce qu'au point de perfection où tout Etre seroit content.

La Cause créatrice n'est assujétie à aucun moyen. Rien ne la gêne ; & elle ne nous fait que ce que nous sommes.

Ce qu'il y a de plus accablant, les Essences-mêmes se prêtent à elle. Par mon Essence, à moi appartenante, & qui ne doit rien à la premiere Cause, je suis susceptible de cent mille millions de degrés de béatitude, & ainsi à l'infini : & la premiere Cause ne fait de moi que ce qu'elle a fait !

N'étant, encore un coup, *assujétie à aucun moyen*, qu'est-ce qui l'arrête ? . . . Y auroit-il donc en vous, ô mon Dieu, un défaut de bonne volonté ? . . .

§. VIII.

De l'Idée de Dieu.

Je viens de nommer celui que je comptois voiler encore quelque tems : celui vers lequel je marche à grands pas, sur les débris des preuves peu dignes de lui qu'on donne de son existence. Je me fesois effort pour le taire ; & je me soulage à produire l'idée sainte que j'ai de son Etre.

Il y a un Dieu ; je le sens : mais je veux convaincre les autres que j'ai ce sentiment, & l'inspirer à ceux qui en sont privés.

Il y a un Dieu ; je veux le prouver à ceux qui ne le croyent pas ; & prouver à ceux qui le croyent, que je le crois comme eux, quoique je ne croye pas à leurs preuves.

Les mauvaises preuves offusquent la Vérité. Je les écarte en passant, & les écarterois, quand ce ne seroit que pour en faire la justice qu'il convient à ceux que je veux gagner.

Un des défauts les plus essentiels des preuves communes de l'existence de Dieu, dans le genre métaphysique, est *de le vouloir prouver*

com-

comme CRÉATEUR ; au sens strict & rigoureux qu'on donne à ce terme aujourd'hui, c'est-à-dire, d'une Cause *qui de Rien a fait les Etres.*

Si Dieu est Créateur en ce sens, & qu'il veuille être reconnu pour tel, il a dû se révéler comme tel. Nous, nous devrons l'en croire, & nous soûmettre (*) : mais le Mystere est certes trop au dessus de la Raison, pour le trouver jamais *Conséquence légitime d'un Argument de Philosophie.*

L'Hypothese de l'existence de Dieu ne doit point renfermer de plus grandes Incompréhensibilités, *ni même d'aussi grandes*, que l'Hypothese contraire.

Il ne faut point que la Divinité, qu'on admet dans le Systême des choses pour rendre tout intelligible, devienne, par les fausses notions qu'on en donne, *la Piece la moins intelligible*, & *la plus embarassante de tout le Systême.*

(*) Ce n'est point ici le lieu de prouver, *qu'il n'y a pas un seul passage de l'Ecriture, où le mot de CRÉATEUR doive être pris nécessairement dans le sens moderne; ni un seul qui le détermine à ce sens.* Il me suffira de rapporter sur ce sujet une autorité, d'autant plus considérable, qu'elle en renferme une autre d'un très grand poids, & que l'illustre Savant qui me la fournit ne sauroit être suspect, puisqu'il tient la Création, au sens le plus rigoureux, pour une Vérité incontestable. „ L'Idée de la Création, (dit M. le Professeur Formey, dans ses Réflexions sur Sallust le Philosophe, pag. 119;) a été *parfaitement inconnue* „ à toute l'Antiquité, non seulement Payenne, *mais même Juive & Chrétienne;* „ comme M. de Beausobre me paroît l'avoir démontré dans son excellente Histoire du Manichéisme. „ Si deux Théologiens, de l'ordre de Mrs. de Beausobre & Formey, ont crû, & avancé sans scandale, *que le Dogme de la Création a été parfaitement inconnu à toute l'Antiquité Juive & Chrétienne;* ce qui est dire en d'autres termes, *qu'il n'est, ni ne peut être Article de foi;* il m'est bien permis, à moi simple Métaphysicien, moins obligé par état, d'ajuster ma Créance aux Doctrines reçues, de ne le regarder que comme une Opinion Scholastique, que je puis discuter sans crime. Du moins ne sera-ce pas le zele éclairé de M. le Professeur Formey ni de ses Amis, qui pourra le trouver mauvais.

Aucune Démonſtration propoſable à des eſprits qu'on veut gagner; aucune Preuve faite pour prouver à des gens qui ne croyent pas encore; ne peut *porter immédiatement ſur l'Inintelligible*, *ni mener immédiatement à l'Inintelligible*. Que peut-on eſpérer de ce qui révolte par les deux faces?

Il me ſemble donc auſſi abſurde de vouloir démontrer l'exiſtence de Dieu *par la Néceſſité métaphyſique d'une Création*, que ſi on la vouloit démontrer *par l'Analogie mathématique de la Trinité*; en prenant ces deux termes au ſens de la rigoureuſe Orthodoxie.

Encore même le dernier ſeroit-il moins abſurde, puiſqu'il faut convenir que la Trinité étonne plus la Raiſon qu'elle ne l'effraye, & ſes conſéquences n'en ont rien de fâcheux: au lieu que la Création, priſe au ſens né dans les ténebres de l'Ecole, *eſt la ſource des plus cruelles & des plus accablantes Difficultés, contre l'infinie Bonté, ſur l'Origine du Mal, ſur la Liberté & la Moralité de nos actions, &c.*

C'eſt ſur tant & de ſi fortes conſidérations que je me garde bien de préſenter le Dieu que je ſens ſous l'idée de Puiſſance créatrice.

Je frémirois tout le premier de l'idée d'un Pouvoir indépendant des moyens, qui, maître d'un mot de rendre tout ſaint, tout heureux, ne daigne pas le vouloir.

Je me tiendrois pour ſûr de révolter par l'idée d'une Immutabilité mal-entendue, qu'on joint à cette Cauſe: Cauſe merveilleuſement propre à opérer tous les changemens, par la raiſon ſinguliere qu'elle ne change jamais.

J'aurois honte des extrémités où l'on ſe réduit pour concilier en tous tant que nous ſommes la qualité d'Etres créés avec celle d'Agens réels, capables de ſe modifier dans l'Acte-même de la Création.

Je craindrois enfin, que pour attribuer à mon Dieu le chétif honneur d'être Cauſe du fond de mon Etre, je n'en fiſſe une Cauſe tellement univerſelle, qu'elle s'étendît aux maux, aux maux encore plus qu'aux biens!

Aux maux encore plus qu'aux biens! Car le mal demeure mal; & le bien lui-même eſt un mal, par comparaiſon d'un bien plus grand, dont

dont il tient la place, & auquel la Cause créatrice ne daigne point atteindre.

Tant que je n'ai donc en main que le flambeau de la Raison, le seul d'ailleurs dont je puisse faire usage quand j'agite la Question s'il y a un Dieu ; j'abandonne sans peine l'idée d'une *Création* qui ne peut avoir le moindre fondement, & qui charge la Question des plus rebutantes Difficultés.

J'abandonne l'idée pleine de contradictions d'un Etre *invariable, quoi qu'il fasse ;* d'un Etre sans succession, quand il créera, quand il crée, & quand il a créé.

J'abandonne l'idée d'Etre *nécessaire par privilége spécial ;* & les Démonstrations sophistiques qu'on en apporte, lesquelles n'ont jamais convaincu que ceux qui croyoient. (*)

Mais que dira-t-on, si du terrein resserré où je me renferme, sort la Démonstration la plus invincible qu'il y a un Dieu.

Et quel Dieu ? *Un Etre simple, infiniment puissant, infiniment sage, infiniment bon ;* ce sont-là les Attributs principaux.

Un Etre simple. Cela va sans dire, puisqu'il n'y a de véritables Etres que des Etres simples, & qu'il n'y a qu'un Etre simple qui soit susceptible du sentiment & de la pensée, que supposent la Puissance, la Sagesse & la Bonté.

Infiniment puissant. J'entens une Volonté capable de réaliser par un seul acte tout ce qui est possible, c'est-à-dire ce qui n'implique

(*) Je n'en excepte point ce que l'Ecole Wolffienne débite sur ce sujet, avec une Analyse si profonde qui n'en fourmille pas moins de Paralogismes. Les écarts inconcevables que j'ai déja relevés, sur l'importante Définition de *Quelque chose*, sur la belle Démonstration de la Raison suffisante par *le Rien*, & sur la grande Loi de *Continuité*, (Voyez trois Pieces là-dessus dans l'Histoire de l'Académie, Année MDCCLIV.) sont les échantillons de ceux que présente la Théorie du *Nécessaire* & du *Contingent*, de l'*Infini* & du *Fini*, &c. dans Wolff aussi bien que dans ses Disciples. C'est quelque chose d'admirable, par quelle suite de discussions, avec quel ordre & quelle méthode, ces Philosophes s'écartent de la Vérité : les autres n'y mettent assurément pas tant de façons.

point contradiction ; la Création elle-même, si la Création n'implique point contradiction.

Infiniment sage... J'entens une Intelligence qui embrasse en un instant, sans peine, & sans effort, tous les Etres possibles, avec leurs propriétés & leurs combinaisons différentes, qu'elle apprétie au juste ; qui connoît le passé, le présent, & l'avenir même, si l'avenir peut être connu.

Infiniment bon. J'entens un Amour sans bornes, & le plus sincere Desir de faire tout le bien possible, à tout ce qu'il peut y avoir d'Etres susceptibles de sentiment : Bonté qui rendroit heureux les méchans mêmes, en les rendant saints & justes, s'il étoit possible de rendre saints & justes, sans leur concours, des Etres essentiellement libres ; mais qui du moins y contribue de tout ce qui est en elle, instructions, remords, châtimens, &c.

Le Dieu que j'essaye de faire sentir comme je le sens moi-même, s'intéresse donc par son infinie Bonté à tous les Etres, dont aucun n'échappe à son Intelligence, non plus qu'à son Action.

Ce Dieu est l'Ordonnateur universel ; Législateur ; Inspecteur ; Juge souverain, plein de justice & d'équité ; Rémunérateur de la Vertu ; Vengeur du Crime.

Mais le Crime ! mais la Vertu ! que signifient ces mots ?

Pour trancher de trop longs discours ; le Crime, c'est tout ce que le méchant peut sans doute desirer de faire, mais qu'il seroit très fâché qui lui fût fait.

La Vertu, c'est la généreuse abstinence de ce que peut-être on voudroit bien faire, mais que nous ne voudrions pas que l'on nous fît.

Il est à la vérité d'autres Vertus & d'autres Crimes, que ce que renferment ces Définitions un peu vagues. Je m'en tiens à dessein aux devoirs les plus généraux de l'Homme, en tant que membre de la Société.

C'est le maintien, l'ordre & l'intérêt de la Société, qui demandent qu'on établisse l'idée d'un Etre suprème, Juge des actions des Hommes, & Garant de la sainteté de leurs Sermens.

Un

Un frein de nos actions secrettes, où les Loix n'en peuvent servir; un motif qui rende le Serment sacré, & le fasse distinguer de l'usage trop libre de la parole. Liens honteux, mais nécessaires!

L'Opinion la plus absurde, reçue religieusement chez un Peuple, peut sans contredit y procurer ces avantages. Qu'on y soit généralement convaincu, qu'un Farfadet, ou qu'une Bûche-même, décele les mauvaises actions, punit les parjures &c; des Hommes imbécilles auront trouvé des freins dignes d'eux. Mais il faudra que l'imbécillité dure. Si la Nation s'éclaire, les *Doutes* viendront; les *Impies* se multiplieront; le lien de la Société sera rompu.

Il est donc de l'intérêt souverain d'une Société raisonnable & qui tend à s'éclairer, que l'idée reçue d'une Divinité puisse soutenir l'examen . . . Elle doit être vraye.

On ne peut par conséquent s'élever avec trop de force contre les fausses idées de la Superstition. Son crime est le même que celui de l'Impiété. L'une & l'autre tend à tout détruire: mais celle-ci en se rapprochant de la Vérité, par un commencement d'usage de la Raison; l'autre en s'en écartant.

N'appréhendant rien tant que les préoccupations où l'Athée peut être contre l'idée de Dieu, je le prie, avant que d'engager ma Démonstration, de me dire ce qu'il redoute; *Si c'est un Juge, ou un Tyran?*

Si c'est un Juge, la disposition de cœur n'est pas heureuse. Il doit s'élever bien des nuages vers l'esprit. Le remede est de redoubler ses terreurs, & de lui faire voir que son Athéisme (à le supposer *fondé*) n'est rien moins qu'un sûr refuge.

Si c'est un Tyran, je le conjure de me dire ce que le Dieu que j'ai défini a de redoutable pour l'honnête homme, ce qu'il a de tyrannique. Or c'est ce Dieu que je veux lui prouver; c'est ce Dieu que je veux lui faire sentir, & non un autre.

Qu'il médite bien l'idée que j'ai donné de sa Bonté. Il verra qu'aucun Etre n'en est exclus; qu'elle s'étend à tous sans partialité, sans acception; à tous, sans la moindre nuance de ces dispositions arbitraires, *Prédestination, Election &c!* Langage qui seul est un scandale, & la réalité, le renversement de l'idée de Dieu!

Il

Il y verra un Médecin qui ne blesse que pour guérir, un Pere qui ne châtie que pour corriger ; un Juge qui ne punit que parce qu'il est indispensable de punir, & qui ne sait ce que c'est que de punir, je ne dis pas des instans de foiblesse, mais des années de crimes, par une éternité de crimes & de désespoir.

Il y verra l'heureuse Nécessité de bien faire le plûtôt qu'il est possible, puisque tôt ou tard il faudra bien faire pour se tirer d'un abyme de maux ; telle étant la Nature des choses, que la Vertu seule mene à la Perfection, & la Perfection seule au Bonheur.

Il verra combien il est à desirer qu'il existe une pareille Bonté, qui veille sans cesse sur des Etres indestructibles de leur nature, & de leur nature exposés à une infinité de maux, de maux sans fin, dans ces chocs perpétuels qui résultent de leurs actions.

L'aspect de ces maux sans nombre dont la Nature des choses est inondée, ne sera plus un témoin pour lui qui dépose contre l'existence d'un Dieu très bon, puisque ce Dieu n'est point l'auteur de cette Nature vicieuse ; puisqu'il est faux que muni d'un Pouvoir indépendant des moyens, il n'eût tenu qu'à lui de faire une toute autre Nature ; puisqu'enfin il n'est le Créateur du Monde, qu'en ce sens qu'il est le Créateur de l'Ordre, de la Perfection, du Bien : d'un Bien infini, vers lequel il conduit chaque Etre, par le plus rapide progrès qu'il est possible.

Voilà le Dieu que je sens .... O mon Dieu, élevez le cœur & l'esprit de ceux qui marchent avec moi dans cette nouvelle route ; prêtez à leur foible Guide la lumiere, sans laquelle ses paroles ne peuvent obtenir aucun effet ! (*)

§. IX.

(*) Ce n'est point par une détestable Hypocrisie, mais pour me montrer tel que j'ai le bonheur d'être, que j'ai laissé, en cet endroit, & ailleurs, un libre cours aux Sentimens de Religion qui naissoient de mon sujet. Ayant à combattre des préjugés respectables, & les fausses imputations ne manquant pas, cette conduite me semble un Devoir.

§. IX.

Du Principe de l'Aſéité univerſelle.

Fortifié par l'eſpérance d'un pareil ſecours, & bien aſſuré de ce que je ſens au fond de mon ame, j'entame la Démonſtration.

L'Aſéité, que l'on reſtraint au premier Etre, je conviens avec l'Athée de l'étendre à tous les Etres. C'eſt ce que j'appelle le Principe de *l'Aſéité univerſelle;* & j'en vais ſuivre les conſéquences. Si elles nous mènent paiſiblement au Dieu que j'ai défini, autant vaudra-t-il nous en tenir-là.

Puisque j'accorde à ceux avec qui je raiſonne, *que quoi que ce ſoit de ſubſtantiel n'a paſſé du Non-Etre à l'Etre*, je reçois d'eux pareillement, *que quoi que ce ſoit de ſubſtantiel ne peut paſſer de l'Etre au Non-Etre.*

Ainſi tout ce qui eſt Subſtance & non Mode, véritablement Etre ou Etre ſimple, tout ce qui n'eſt, pris à part, qu'un ſeul Etre, & non un Compoſé ou un Réſultat de pluſieurs Etres, *eſt néceſſaire, a toûjours été, & ſera toûjours.*

Nous admettons donc une *Eternité.*

Puisque tout véritable Etre eſt ſimple, *ſans quoi il n'y auroit partout que pluralité d'Etres, & nulle part des Etres;* & puiſque tout Etre ſimple comporte eſſentiellement multitude de propriétés, ſoit conſtantes, ſoit variables, *ſans quoi il n'y auroit ni diſtinctions dans les Etres, ni variations dans les Compoſés;* & de plus encore, puiſque tout Etre change, ſoit ſimple, ſoit compoſé : il s'enſuit *qu'il y a une Succeſſion, & une Succeſſion éternelle*, tant dans les modifications des Simples que dans l'exiſtence des Compoſés.

Mais il ne peut y avoir de Succeſſion éternelle, ſans qu'il y ait une infinité de Durées ſucceſſives actuellement franchies par autant qu'il y a d'Etres qui exiſtent.

Il n'y a pas pour dix mille années, ni pour dix mille millions, ni pour dix mille millions de millions, que quelque choſe exiſte ; ou que toute choſe exiſte ; il y en a une Infinité.

Nous admettons donc, du moins à cet égard, *l'Actualité de l'Infini.*

L'idée de l'Eternité, & d'une Eternité successive, & par conséquent l'idée de l'Infini, sont donc des Principes, qui doivent être familiers à quiconque admet la Nécessité, ou l'Aséité de tout ce qui est Substance.

Certes je ne prétens point dire qu'on soit tenu dans ce Système plus que dans l'autre, d'avoir une idée tout-à-fait adéquate de l'Eternité, non plus que de l'Infinité.

Je veux dire seulement qu'on est tenu d'articuler une Eternité actuelle *qui n'est pas un Instant unique*, & une Infinité actuelle *qui n'est pas un Point.*

Obligation heureuse, qui nous sauve de deux Absurdités aussi lourdes, que l'Esprit humain en puisse avoir à digérer !

Au reste, Infinité pour Infinité, il ne nous est pas plus difficile d'admettre celle-ci, que d'admettre l'Infinité des Perfections, & des Idées distinctes d'un même Etre : &, Eternité pour Eternité, il nous est bien plus facile d'admettre celle-ci, que l'Eternité d'un Etre, qui mesurant la Durée infinie à venir des autres Etres sans qu'aucun instant lui en échappe, connoît tous leurs états successifs tels qu'ils sont, futurs quand ils sont futurs, présens quand ils sont présens, passés quand ils sont passés, sans que ces connoissances exactement relatives à la Succession soyent en lui une Succession. Oh ! *credat Apella !*

Mais j'oublie que je parle à gens que cette Doctrine révolte autant que moi, & que c'est même ce qui leur fait en bonne partie rejetter l'idée de Dieu. Comme c'est eux, & non les autres qu'il faut gagner, je poursuis en ne m'embarassant que de ce qui doit obtenir leur aveu, comme conséquence de leurs Principes, sans m'embarasser de l'aveu des autres.

Tout ce qu'il y a d'Etres existans existe donc de la même date, aussi bien que de la même nécessité, que deux & deux font quatre. Or ce n'est pas depuis mille siecles, ou depuis cent mille millions de siecles, que deux & deux font quatre. La concomitance de l'existence de cette Vérité permanente, *deux & deux font quatre*, & de celle des Etres varia-

variables & ſucceſſifs, prouve donc encore un coup une Infinité de ſiecles révolus.

Cela conduit à une diſtinction eſſentielle de deux ſortes d'infinis; l'Infini ſuprème & l'Infini mathématique.

L'Infini ſuprème *eſt ce à quoi l'on ne peut rien ajoûter, par la raiſon qu'il renferme* TOUT. C'eſt, en genre de durée, la Somme de *toutes* les durées poſſibles, paſſées, préſentes & à venir. On n'y peut rien ajoûter, puiſque ce qu'on voudroit ajoûter, y eſt déjà compris, quand on dit *Tout.*

L'Infini mathématique *ſe fait mieux comprendre par quelque exemple inconteſtable que par une Définition.* (*) Telles ſont les heures écoulées de l'Eternité, & les heures à écouler. La quantité de celles-ci diminue toûjours, & la quantité de celles-là augmente, ſans qu'il ſoit poſſible de dire, que le nombre des unes & des autres ſoit *fini.*

Ce n'eſt que de l'Infini mathématique dont nous pouvons encore aſſurer l'Actualité. Le genre d'Infini dont nous avons l'exemple, celui de la durée, ne peut jamais être actuel; mais nous n'en devons point conclurre, qu'aucun genre d'Infini ſuprème ne puiſſe être actuel.

Nous devons admettre de l'Infini mathématique, tout ce que les Mathématiciens ont eu le courage d'en enſeigner.

L'Infinité des heures écoulées étoit plus petite hier, puiſqu'elle contient aujourd'hui des heures qu'elle ne contenoit point; & demain par la même raiſon elle ſera plus grande, puiſqu'elle contiendra ce qu'elle ne contient point en ce moment. C'eſt le contraire pour les heures à écouler.

 L'In-

(*) J'en dirai la raiſon dans ma *Théorie de l'Infini.* En attendant, je demande à l'Ecole Wolffienne . . . . Appellant T la totalité des Etres poſſibles, ou ſi l'on aime mieux, la totalité des Idées diſtinctes préſentes à l'Entendement divin, que ſera-ce que $T + 1 + 2 + 3$ &c? Une vraye chimere. Mais $T - 1 - 2 - 3$ &c. eſt bien réel. Or ſera-ce quelque choſe de fini ou d'infini? J'avertis pourtant que ce n'eſt point encore là, ſelon moi, l'Infini mathématique, mais un Infini mitoyen qui me ſera d'un grand uſage.

L'Infinité des heures est, au pied de la lettre, soixante fois plus petite que celle des minutes, & vingt-quatre fois plus grande que celle des jours.

L'Infini mathématique *est donc susceptible de tous les degrés imaginables de quantité.*

Au contraire, l'Infini suprême n'est susceptible d'aucun degré. C'est la Somme complette des Individus, des Finis, & des Infinis possibles; c'est le *Tout* dans le genre dont il s'agit.

Présentement que pensons-nous de la Quantité des Etres; *possibles, ou existans?* (car c'est tout un dans le Principe de l'Aséité admis entre nous.) Est-elle finie, ou infinie? & si elle est infinie, l'est-elle du degré suprême de l'Infini; ou seulement de quelque degré inférieur, à quoi il se puisse ajoûter quelque chose?

En conscience, ne sentons-nous pas que la Quantité des Etres possibles, ou qui ne renferment point contradiction, n'est pas une Quantité finie? qu'appellant N un nombre quelconque, prodigieusement grand, il est aussi absurde de supposer qu'il n'y a que dix fois N d'Etres possibles, que de supposer qu'il n'y en a que dix?

Nous concevons des nombres, des lignes, des figures, des corps, des distances entre ces corps, & des espaces à l'infini. D'où viendroit cette faculté de concevoir à l'infini? si ce n'étoit, au moins d'une possibilité infinie; possibilité d'une infinité de Collections d'Etres, & par conséquent d'une infinité d'Etres.

La Sphère des possibilités, je dis même des possibilités d'Etres, est donc infinie; & c'est une Infinité du degré suprème, une *Omnitude;* puisque qui dit *tous les Etres possibles*, les renferme *tous*, sans qu'il en reste que l'on puisse y ajoûter.

Mais dans le Principe que rien de substantiel, ne passe du Non-Etre à l'Etre, aucun Etre proprement ainsi appellé *n'est purement possible:* aucun Etre proprement dit n'est *possible* au sens de ne renfermer point contradiction, & cependant *impossible* au sens de ne pouvoir exister. Quoique cette possibilité & cette impossibilité fussent en des sens différens, elles répugnent par un autre endroit. On conçoit qu'il est absurde

ſurde de ſuppoſer, qu'une partie des Etres *non-contradictoires* ayent l'exiſtence éternelle & néceſſaire, & que les autres l'ayent impoſſible; impoſſible, dis-je, puisque qui n'exiſte pas une fois ne peut plus exiſter dorénavant.

Dans le Principe de l'Aſéité univerſelle, nous ſommes donc contraints d'admettre l'exiſtence, & l'exiſtence éternelle & néceſſaire, *de l'Infinité complette* des Etres qui n'impliquent point contradiction.

En effet, dans notre Principe, qui de nous eſt tenté de ſuppoſer *un bout*, *une fin*, à la Collection des Etres qui nous environnent, ſoit en haut ſoit en bas, ſoit à droite ſoit à gauche, ſoit devant ſoit derriere, même à des diſtances mathématiquement infinies?

Nous admettons donc *l'Actualité de l'Infini*, *& d'un Infini ſuprême*, au moins en genre de multitude; L'OMNITUDE *des Etres*; *des Infinités d'Infinités d'Infinités d'Etres*, *de tous les degrés & de toutes les puiſſances de l'Infini.*

§. X.

Des Etres ſupérieurs.

Ces Principes poſés, je crois avoir beau jeu contre l'Athéiſme.

Il eſt viſible qu'il n'y a point de genres, ni de degrés dans ces genres, qui n'exiſtent néceſſairement, & ne ſe trouvent quelque part dans l'Univerſalité des Etres.

Nous ſavons d'ailleurs que dans l'Univerſalité des Etres, dans l'Infinité ſuprème de la multitude d'Etres véritablement Etres, d'Etres ſimples éternellement exiſtans, il n'y en a point qui ne differe de tout autre, en quelque choſe d'eſſentiel & d'incommunicable, ſoit par rapport à la nature des propriétés, ſoit par rapport à leurs combinaiſons & à leurs degrés; comme les nombres & les différens genres de figures.

Autant il ſeroit abſurde de nier un degré entre les nombres, ou un genre entre les figures; autant le ſeroit-il de nier un genre ou un degré entre les Etres.

Si donc les noms de Puiſſance, d'Intendance, de Prééminence, d'Intelligence, de Bienveillance, &c, ne ſont point des noms plus vuides

de ſens, que ceux des nombres & des figures, & ſi ce ne ſont point choſes dont l'union ou la combinaiſon implique; tel degré fini étant donné, il eſt auſſi abſurde de nier la poſſibilité & l'exiſtence d'un degré plus haut, que de nier tel nombre, ou telle figure, qui n'implique point contradiction.

Mais il faut être aſſuré *que rien n'implique:* ſans quoi l'on risque de réaliſer les idées les plus chimériques; des *Biangles*, ou *plus de cinq* Polyèdres réguliers; des Nombres *quarrés*, ou *cubes*, doubles les uns des autres; une *Bonté infinie*, qui ne feroit pas aux Etres, objets de ſa tendreſſe, (de ſon infinie tendreſſe!) *l'infinitieme partie du Bien* qui ſeroit en ſon pouvoir.

C'eſt donc à nous à ſonder nos conſciences de bonne foi, pour voir s'il nous eſt poſſible de douter ſérieuſement, ſi *Intelligence*, *Bienveillance*, *Puiſſance*, ne ſeroient pas des noms vuides de ſens, comme ceux de *Biangle*, ou d'*Heptaèdre régulier*.

Pour voir, ſi dans la ſuppoſition que ces idées ſoyent réelles, nous ne ſerions pas tentés de craindre, qu'elles ne ſe détruiſiſſent *comme les couleurs* en ſe combinant, & ne fuſſent point ſuſceptibles de degrés à l'infini.

Pour voir, ſi ce qui nous manque, pour faire que tout Etre ſe porte au bien, & ſoit heureux en ſe portant au bien, & par cela même qu'il ſe porteroit au bien, n'eſt pas la faculté de le faire, ſans qu'il nous en coûte *que de vouloir qu'il ſoit ainſi.*

Pour voir, ſi nous doutons néanmoins que nous ayons quelques degrés de Puiſſance, comme d'Intelligence & de Bienveillance, & que de grands Rois en ayent ſans comparaiſon plus que nous, par quoi, ſemblables au ſage Monarque qui nous gouverne, ils ſavent *rendre heureux les peuples*, *récompenſer les belles actions*, *punir les mauvaiſes*, & *tenir la Terre dans l'admiration de leurs Vertus.*

Pour voir enfin, ſi nous ne ſommes pas intimement convaincus, qu'une Intelligence cent millions de fois plus grande que celle de Neuton ou de Leibnitz, & une Bienveillance cent millions de fois plus étendue que celle de Titus, jointes à une Puiſſance proportionnée, *ſont très poſſibles*, ſoit dans le Globe, ſoit hors du Globe que nous habitons.

Il

Il y a l'infini à parier, *que dans la variété infiniment infinie de l'Omnitude des Etres, il y a quelque Etre*, dont la Bienveillance, l'Intelligence & la Puiſſance, ſont à celles du plus grand Prince, & du plus grand Philoſophe, dans le rapport préciſément de N à 1. Et j'entens par N le nombre d'Etres, tant ſimples que composés, contenus dans notre Syſtème planétaire, par exemple.

Il y en a, (du moins pour moi, & pour quiconque ſait ſuivre comme il faut les conſéquences d'un Principe:) il y en a *la même certitude*, que de l'exiſtence d'un pareil nombre de millions de millions de ſiecles dans l'Eternité, & d'un pareil nombre de millions de millions de lieues dans l'Immenſité.

Un tel Etre, ou de tels Etres, de l'exiſtence desquels je ne puis pas plus douter que de la mienne propre, ſont encore infiniment éloignés *du Dieu ſuprème, que je ſens au delà;* mais ce ſont autant d'échelons qui m'y menent.

Combien les Dieux de Rome & de la Grece ne leur ſont-ils pas inférieurs? ces Dieux dont l'Opinion a ſuffi ſi longtems à contenir les Peuples!

Leur Intelligence, que j'ai droit de ſuppoſer auſſi étendue qu'il eſt néceſſaire, me permet-elle de douter que je ne les aye pour témoins de mes actions; leur Bienveillance qu'ils n'y prennent part; & leur Puiſſance, qu'ils n'agiſſent conformément à ce qu'exige dans les différens cas une Bienveillance digne de ce nom?

Voilà déjà bien de quoi arracher à l'Athée pratique, ainſi que je le lui ai promis, la ſécurité qu'il cherche dans l'Athéiſme.

S'il a quelques lumieres, qu'il combine ce que je lui démontre, dans ſes propres Principes, de l'exiſtence d'Etres ſupérieurs, auſſi éclairés & auſſi vigilans qu'il eſt beſoin, avec ce que l'Hiſtoire ancienne & moderne, l'expérience journaliere, & l'opinion de tous les Peuples, confirment d'une Providence qui pourſuit le Crime.

Que ſi l'Athée pratique eſt ſans lumieres; les gibets & les roues ſont les ſeuls raiſonnemens qui lui conviennent.

Mais

Mais n'y a-t-il pas ici de quoi jetter également l'épouvante chez tous les Hommes? . . . Ne trouvons-nous pas dans notre Principe, l'exiſtence des mauvais Génies, auſſi bien & auſſi clairement conſtatée que celle des bons?

Je l'avoue; & je ne puis me perſuader que ce ſoit un inconvénient d'aboutir à ce qui a été dans tous les tems & dans tous les lieux la créance des plus grands Philoſophes, & de toutes les Religions imaginables.

Du moins y vois-je cet avantage: un motif de plus de nous rendre attentifs aux preuves, qui vont ſuivre, de l'exiſtence d'un Dieu ſuprême; exiſtence deſirable d'un Dieu ſupérieurement Dieu, d'un Dieu vraiment Dieu, entre les bras de qui de foibles Etres, tels que *nous*, puiſſent ſe jetter avec confiance; un Dieu, dont l'infinie Sageſſe, & l'infinie Bonté, ſauront mener au bien les Natures-mêmes les plus vicieuſes.

Or c'eſt à ce Dieu qu'il s'agit, Meſſieurs, d'atteindre préſentement.

[Le reſte de la Piece a été effectivement lû à l'Académie le 1er Mai 1755; mais de peur de trop groſſir ce Volume on renvoye ce Morçeau au Volume ſuivant.]

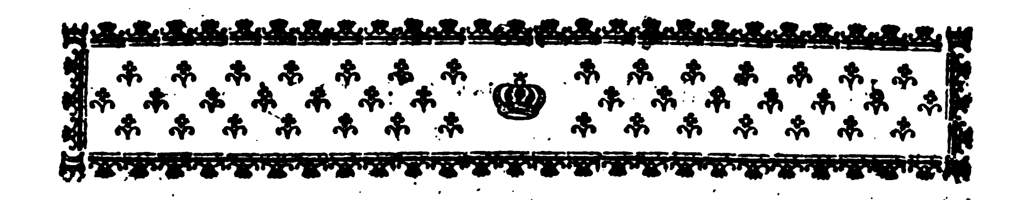


MÉMOI-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *



SUR

LA MANIERE D'ECRIRE ET DE LIRE LA VIE DES GRANDS HOMMES.

PAR M. DE MAUPERTUIS.

Si l'on penſe que les grands hommes ſont donnés au Monde pour ſervir d'exemples, on verra de quelle utilité il eſt d'écrire leur vie. Auſſi les plus excellens Auteurs ont-ils regardé comme une de leurs plus dignes occupations celle de faire connoitre ces hommes précieux à ceux qui n'ont pas pû les voir, & aux ſiècles où ils n'ont pas vêcu.

Les Vies des anciens Philoſophes que nous a laiſſées *Diogène Laërce*, ne ſont pas ſeulement un des Livres les plus agréables; elles ſont un de ceux dont la lecture eſt la plus utile. L'Hiſtoire de la Philoſophie de M. *Brucker*, qui joint à la vie de tous les Philoſophes anciens & modernes le précis de leurs opinions, ne ſauroit être aſſés luë, ni aſſés louée. Le Recueil des Vies de nos Philoſophes François, écrites avec tant d'élégance par M. *de Fontenelle*, moins l'Eloge des morts que l'inſtruction des vivants, auroit dû nous délivrer pour jamais de ces Oraiſons funébres, où le mort ne fournit qu'une Généalogie & des titres, où l'Auteur ne met que de l'eſprit & des mots.

Un ſtile pur, une analyſe exacte, un examen judicieux, ſemblent ſuffire à ce genre: il y reſte cependant encor quelque choſe à deſirer,

& qui demande plus de subtilité que le reste : C'est de comparer les grands hommes les uns avec les autres. D'une exacte discussion de ce qui leur appartient, il se forme un résultat plus juste & plus animé que ne le peut être tout jugement abstrait sur les différents genres de mérite.

C'est ainsi que *Plutarque*, après nous avoir peint les personnages les plus illustres de l'Antiquité du pinceau le plus agréable & le plus fidèle, n'a pas crû avoir tout fait ; il a voulu rapprocher ses tableaux les uns des autres, pour faire mieux distinguer les traits de ceux qu'il avoit peints. On a une idée trop imparfaite des grands hommes lorsqu'on n'en juge que par leur supériorité sur les hommes ordinaires qui sont à une trop grande distance d'eux ; ce n'est que par les rapports qu'ils ont avec leurs semblables qu'on peut les bien connoitre ; ce n'est que par cette comparaison qu'on peut bien juger de ce qui manque à chacun, & de ce que chacun auroit dû avoir pour atteindre à la perfection.

Les paralleles de *Plutarque* ne tombent guères que sur des Héros ou des Législateurs : mais il ne faut pas croire qu'on ne puisse appliquer qu'à de tels sujets ce genre de spéculation ; tout génie distingué, dans quelqu'ordre que ce soit, en est susceptible & en est digne. Un homme illustre que cette Académie vient d'acquérir nous en a bien donné la preuve dans le parallele qu'il a fait de trois Poëtes fameux ; à moins qu'on ne voulût dire que le charme de son stile & la finesse de ses jugemens compensoient la différence qui se trouvoit entre les sujets qu'il a choisis & ceux de *Plutarque*. Quoiqu'il en soit, la dignité de ceux dont je vais parler, ne me laisse aucun scrupule à cet égard.

Nous avons trois Auteurs modernes d'Ouvrages philosophiques, qu'on peut en quelque maniere comparer les uns aux autres, *Montaigne*, *Bacon*, & *la Mothe le Vayer*. Le premier a le plus d'imagination, le second le plus d'esprit ; le troisième a le plus de patience pour écrire des choses dont souvent les deux autres ne se feroient point chargés.

On

On trouvera peut-être excessive la préférence que nous donnons à *Montaigne* & à *Bacon* sur *le Vayer*. Celui-ci paroit destiné à avoir le plus grand nombre pour lui : ce qui est simplement au dessus du médiocre a un succès plus universel que ce qui est trop au dessus. *Le Vayer* a l'esprit juste & clair, beaucoup d'érudition, un stile coulant & facile, tout le monde sent cela ; le génie & la profondeur lui manquent, peu de gens s'en apperçoivent : incapable de créer, ni de discuter à fond, il a traité toutes sortes de matieres, toutes avec la même mesure d'esprit, & toujours prêt à écrire sur tout.

On peut trouver du plaisir dans la lecture de ses Ouvrages par le grand nombre de faits singuliers tirés des rélations de voyages, & par un nombre aussi grand de traits de l'antiquité qu'il avoit bien recueillis : mais il présente tout sans en faire assés d'usage philosophique ; & il n'est jamais guères que voyageur ou historien. On ne sauroit, par exemple, voir plus de curiosités rassemblées qu'on en trouve dans son Chapitre des Monstres : rien n'est si pitoyable par rapport au physique & par rapport au moral que ce qu'il en dit. Dans son *Hexameron*, qui est celui de tous ses Ouvrages dont ses partisans font le plus de cas, & qui en effet est le plus raisonné, on ne trouve cependant que des lieux communs de Scepticisme, & un Esprit fort bien superficiel.

Bacon est bien un autre homme. Si son imagination paroit céder à celle de *Montaigne*, ce n'est que parce qu'elle est mieux réglée : si ses livres sont moins agréables, ce n'est que parce qu'il a trop de méthode & trop de science, dont *Montaigne* avoit trop peu. Il n'a pas traité moins de sujets que *le Vayer*, mais toujours exact, toujours profond, il n'en a laissé aucun dans lequel il n'ait mis beaucoup du sien.

Dans son admirable Système des Sciences, on voit non seulement l'état où chaque branche de nos connoissances se trouvoit alors, & où la pluspart se trouvent encore aujourd'hui ; il marque ce qui manquoit à chacune, & les moyens par lesquels elles pouvoient être perfectionnées. Il faut avoüer que l'excès de divisions & de subdivisions, le

choix singulier de termes peu usités, ou employés d'une maniere peu usitée, rendent pénible la lecture de cet Ouvrage; mais il faut avouer aussi qu'il falloit un génie aussi vaste & aussi universel que le sien pour oser former le plan d'un tel Ouvrage.

Il a peut-être encore mis plus d'esprit, mais assurément il n'en a pas fait un si heureux usage, dans son Traité de *la Sagesse des Anciens*. On regrette de voir tant de subtilité employée à deviner des énigmes qui n'ont point de mot: tant d'art pour trouver une sagesse profonde dans des extravagances que le respect pour l'antiquité, & le charme de la Poësie, peuvent à peine faire supporter. *Bacon* s'est donné assurément pour son explication des Fables une peine que le sujet ne méritoit point, & personne ne l'a blâmé; un aussi grand génie que lui, pour s'être appliqué à chercher le sens caché de quelques uns des Oracles de notre Religion, est aujourd'hui presque un objet de risée: telle est la différence des tems!

Un autre Ouvrage de *Bacon* qui pouvoit être bien plus utile, s'il eut été bien exécuté & entièrement exécuté, c'est son *Atlantis*. On y trouve de grandes vuës & des choses excellentes; mais il faut avouer que ce fragment semble plutôt être la régle d'un Couvent, ou le plan d'une Académie, qu'une forme de Gouvernement.

Cet homme universel a aussi écrit quelques morceaux d'histoire, & la vie de *Henri* VII. Roi d'Angleterre; malgré quelques métaphores estimées alors, on y reconnoit un stile simple & pur, l'ordre, la clarté, la vérité, l'exactitude, tous les caractères de l'histoire écrite par un Philosophe.

Entre tant d'ouvrages excellens, s'il m'en falloit préférer un, ce seroit ses Réflexions morales & politiques. (*) Il a donné à un de ses Livres le titre de *la Sagesse des Anciens*, on devroit appeller celui-ci *la Sagesse de tous les hommes & de tous les tems*. C'est tout ce que l'expérience la plus universelle pouvoit apprendre à l'esprit le plus pénétrant

(*) *Sermones fideles.*

vant & le plus étendu. Ces réflexions si fortes de sens sont écrites d'un stile si simple qu'on les prendroit d'abord pour des choses communes, d'un stile si court que quelquefois elles en paroissent obscures. A' mesure qu'on les relit & qu'on les examine, leur importance & leur lumiere se font sentir ; & l'on découvre des trésors. Quelle différence entre cet ouvrage & quelques autres qu'on a depuis voulu nous donner dans ce genre, où dans des mots élégamment & agréablement arrangés, on cherche en vain la pensée !

Bacon a eu un dessein trop marqué d'être universel, qui l'a fait quelquefois traiter des sujets trop petits pour lui, & quelquefois d'autres qu'il n'entendoit pas assés. Je n'aime point à voir celui qui vient de donner de si excellens préceptes aux Philosophes, aux Rois, & aux Peuples, s'occuper de m'apprendre qu'il faut planter dans mon Jardin de la Marjolaine, des Violettes blanches, & y faire des Grottes de verres colorés. Peut-être cependant me trompé-je ; une grande supériorité d'esprit rapproche toutes ces choses, & les fait regarder du même œil.

Bacon seroit peut-être moins excusable dans plusieurs endroits de ses Ouvrages, où ce sage réformateur de la Philosophie semble avoir oublié toutes ses régles ; Lors, par exemple, que remarquant que les Guerres sont plus fréquentes dans les Païs du Nord que dans ceux du Midi, (supposé que cela fut,) il pense que la cause en peut être attribuée aux Etoiles de l'hemisphère Boréal (*); lorsqu'il reproche aux Astronomes d'être plus attentifs à observer le cours des Cometes dans les Cieux, qu'à marquer leurs effets sur la Terre. On ne trouve que trop de raisonnemens semblables dans ses Ouvrages : il faut les pardonner à la force des préjugés de son tems. A' tout prendre je ne crois pas que parmi les Anciens, ni parmi les Modernes, il y ait eu un plus grand Génie.

Dans les Editions posthumes de *Bacon*, où l'on a recueilli tout ce qui restoit de lui, on trouve quelque Piéces qui répondent peu à l'idée d'un

(*) *Sermon fid. de Viciss. Rerum.*

d'un si grand homme, & même qu'on pourroit dire assés médiocres. Ces Piéces sont celles qui ont rapport à sa vie civile & à l'exercice de ses Charges: par la négligence qui y régne, & par tout ce qui y manque, on voit qu'il avoit tout donné à la Philosophie.

Que dire de *Montaigne*, qu'il n'ait pas dit lui-même de soi? Rempli d'amour propre, libre dans le choix de ses sujets comme dans la maniere de les traiter, il a tout parcouru, n'a rien approfondi, mais a répandu de l'agrément partout. Quelquefois à force d'esprit il a pénétré des matieres qu'on croiroit qu'il n'a qu'effleurées, & qu'il n'a cru peut être lui-même qu'effleurer. Une grande partie de ses succès est duë à son tems & à son stile. Plus Philosophe que les Philosophes de son siècle, il demeure encore aujourd'hui aussi bel esprit que les plus beaux esprits du nôtre. Les Anglois dont le caractère est la profondeur & la justesse, font plus de cas de lui que d'aucun autre Auteur François; est ce pour exalter *Montaigne*, ou pour déprimer notre Nation?

Si l'on vouloit faire un choix dans les Ouvrages de ces trois Auteurs, on tireroit de *Bacon* un gros volume, un assés petit de *Montaigne*: il faudroit laisser *la Mothe de Vayer* tel qu'il est, & le lire aux heures perdues.

Après avoir comparé *Bacon* avec deux Philosophes modernes, je vais le comparer avec deux de l'antiquité, avec *Plutarque*, & *Seneque*; car il faut remonter bien des siècles pour trouver des hommes qui puissent avec lui entrer en quelque sorte de comparaison.

Bacon aura encore ici presque le même avantage qu'il a eu sur les Philosophes François. *Plutarque & Seneque*, supérieurs à *le Vayer* & à *Montaigne*, leur ressemblent en grand, & ont à peu près les mêmes défauts. *Plutarque*, ceci paroitra à quelques uns un blasphéme, mais je ne puis m'empêcher de le dire, plus savant que Philosophe, fait plus briller sa mémoire que son jugement. Sans choix & sans justesse d'esprit, un moment après qu'il a rapporté quelque trait admirable de morale, ou quelque réflexion profonde, il vous fait des Contes de Fées: moins sensé alors que *le Vayer*, il est souvent dans sa manière de conter aussi allongé que lui. Combien par ces défauts n'est-il pas inférieur à *Bacon*!

Sene-

Seneque esprit plus vif & plus juste ressemble souvent à *Montaigne* : Mais quoique toujours supérieur & plus attaché à un Systême, il est presqu'aussi rempli d'inconséquences & de contradictions que lui. Partout le bel esprit & le tour de la phrase l'emportent au delà du vray, & l'emportent quelquefois plus loin que *Montaigne*. On peut voir par la description que *Bacon* faisoit de ce défaut (*), combien il est supérieur à ceux qui l'ont.

Seneque & *Bacon* ont beaucoup écrit sur la Physique. *Bacon*, dans son Systême des Sciences, a tracé de cette étude un plan magnifique ; mais dans quelques Essais qu'il en a voulu faire, malgré l'avantage de son siecle sur celui de *Seneque*, il est presqu'aussi mauvais Physicien que lui.

Le Philosophe Anglois semble avoir voulu faire lui-même une comparaison entre *Demosthene*, *Ciceron*, *Seneque* & lui. Tous quatre ont été à la tête des plus grandes affaires, tous quatre ont éprouvé les plus cruels revers. Cette comparaison portant plus sur les mœurs que sur le genre d'esprit de ces grands hommes, elle n'entre pas dans le plan que je me suis fait ici : Et je n'en dirai qu'un mot. *Demosthene*, convaincu de corruption & lâche les armes à la main, retrouva le courage & la vertu dans la disgrace : *Ciceron* vertueux & foible fut un Héros dans sa conduite : *Seneque* dont la réputation cependant n'est pas demeurée entiere, semble avoir conservé la même ame à la Cour, dans l'exil, & dans la mort. On ne doit pas être surpris si des hommes plus Orateurs que Philosophes, dont la vertu n'étoit fondée que sur des principes assés incertains, ont montré tant de contradictions. Pour *Bacon*, il seroit bien étonnant que l'esprit le plus juste, le plus profond, le plus sublime, aussi pénétré qu'il l'étoit des lumiéres de la Religion, eut commis les indignités qu'un parti lui a reprochés : mais il poussa trop loin les complaisances pour le favori de son Roi. C'est un crime dans tous les Pais : Et les Loix le punissent en Angleterre.



(*) *De augm. Scient.* Lib. I.

RÉFLEXIONS
SUR LES CHANGEMENS DES LANGUES VIVANTES PAR RAPPORT À L'ORTOGRAPHE ET À LA PRONONCIATION.

PAR M. DE BEAUSOBRE.

Nous avons dans les Mémoires de l'Académie une Dissertation très propre, à faire juger de la différence qui se trouve entre la connoissance des langues, & cette subtile Métaphysique, qui n'y considere que ce qu'elles ont de philosophique. Qu'il y a de choses délicates dans les langues, qui échapent au commun des hommes! Si un homme d'esprit a beaucoup d'avantages pour manier adroitement sa langue, un bon Philosophe n'en a pas moins pour juger jusqu'à quel point il lui est possible de bien exprimer ce qu'il pense: les Philosophes ordinaires contens d'une richesse de mots en font une espece de trafic. Combien de qui il seroit vrai de dire; *ils ne sçavent que des mots!*

Ce n'est pas par des phrases ou des mots entassés les uns sur les autres; ce n'est pas en substituant plusieurs mots à un seul, ou des mots plus communs à d'autres qui le sont moins, qu'on répand beaucoup de jour sur les idées qu'on veut déveloper: il y a de ces phrases lumineuses, de ces expressions heureuses & pittoresques, qu'un veritable génie trouve sans peine, & qui nous éclairent bien mieux que ces doctes & ces enuyantes discussions, nées dans les tenebres & dignes d'y rester.

Quoique toutes les langues puissent servir à exprimer nos idées, on ne sçauroit nier qu'il n'y en ait de plus parfaites les unes que les autres. L'abondance des mots, ou la richesse, n'en fait pas la seule différence:

rence : la langue la plus parfaite seroit celle, qui n'étant sujette à aucun changement, seroit encore la plus facile à parler, & à écrire purement, la plus propre à exprimer briévement nos pensées, la moins chargée d'expressions figurées, & la plus conforme aux régles de la Grammaire. Ce n'est donc pas parmi les langues vivantes qu'elle peut se trouver ; elles sont sujettes à trop de changemens qui les défigurent insensiblement : c'est parmi les langues mortes qu'il la faut chercher, s'il en est une qui soit parfaite : elles ne changent point, elles sont fixées pour jamais (a).

Ce n'est pas le pédantisme, qui a engagé tant de Philosophes & tant de Sçavans à préférer la langue latine à celle de leur païs : sans parler des avantages qu'ils croyoient retirer en communiquant ainsi leurs idées à des Sçavans étrangers, ils sentirent tous combien leur langue étoit imparfaite, & combien elle essuyeroit encore de changemens : ils prévoyoient que leurs Ouvrages, quelque bien écrits qu'ils fussent pour les tems où ils vivoient, ne seroient, ni lûs, ni entendus, au bout d'un Siécle. L'amour de la gloire, bien pardonnable aux hommes, puisqu'en effet aprés l'amour du genre humain c'est le motif le plus noble, le plus pur, & le plus fécond en belles actions, l'amour de la gloire, dis-je, leur a fait souhaiter de vivre un peu plus longtems dans la mémoire des hommes, & de n'être pas insensiblement ensévelis dans l'ou-

(a) Quoiqu'il soit vrai qu'on écrive aujourd'hui plus purement en Latin, qu'on ne le faisoit dans les Siècles barbares du moyen âge, on ne peut pas dire que la langue Latine ait changé, depuis qu'il n'y a plus eu de Nation qui l'ait parlée. Le Siècle d'Auguste sera toujours le Siècle de la belle Latinité; & ce mélange de mots inconnus aux Romains avec des phrases opposées au génie de la langue latine, sera toujours un langage barbare. L'usage que l'Eglise Romaine a fait de la langue Latine; & celui qui s'étoit introduit surtout en Allemagne, & qui y dura jusqu'au régne de *Rodolphe*, Comte de *Habspurg*, d'écrire tous les Actes publics en Latin, sont la cause de ce grand nombre de mots barbares dont la langue Latine du moyen âge a été chargée : Il a falu des Glossaires pour lire des ouvrages qui ont leur utilité.

l'oubli, à mesure que la perfection croissante de leur langue rendroit plus difficile à la postérité la lecture de leurs Ouvrages.

Une Langue meurt lorsqu'elle cesse d'être parlée par tout un peuple : alors elle n'essuye plus de changemens, & les meilleurs Ecrivains servent pour toujours de loix & de modèle ; c'est ainsi que par rapport à la langue Latine, où l'on reconnoit trois âges, celui d'*Ennius*, celui de *Ciceron*, & celui de *Pline*, les Auteurs de l'âge moyen sont ceux que nous devons chercher à imiter.

La Langue Latine a beaucoup changé, lorsqu'elle étoit vivante, même par rapport à la Syntaxe. *Quintilien* (b) rapporte qu'on avoit dit avant lui *incumbere illum*, & *plenus vini*. *Polybe* (c) nous apprend que les changemens que cette Langue avoit soufferts, étoient si considérables, que celui qui compareroit celle qui étoit en usage de son tems, avec celle des premiers Siècles de Rome, auroit de la peine à y trouver de la ressemblance. La Langue Grecque n'a pas été plus heureuse ; elle a souffert des changemens assez considérables. On peut consulter là-dessus, parmi d'autres ouvrages, le 18e chap. du I. Livre d'*Aulu-Gelle* : il y est rapporté, par exemple, que le mot κλέπτης, *voleur*, étoit exprimé autrefois par celui de φώρ, d'où les Latins ont sans doute tiré le mot de *fur* : par où l'on voit que le Néologisme a été de tous les tems. *Tritheme* parle au long, dans la Préface qui est à la tête de sa *Polygraphie*, des changemens que la Langue Allemande a essuiés.

Ces changemens ont eu differentes causes. Une Langue vivante se divise bientôt en différents Dialectes : les peuples subjugués, lorsqu'ils

(b) Liv. IX. de ses Institutions.

(c) Τηλικαύτη γάρ ἡ διαφορὰ γέγονε διαλέκτου, καὶ παρὰ Ῥωμαίοις τοῖς νῦν πρὸς τὴν ἀρχαίαν, ὥστε τοῦτο συνετωτάτους ἔνια μόλις, ἐξ συνιστάσεως διευκρινεῖν. Voyez le 3. Livre de *Crinitus*, *de honesta disciplina* ; il conte quatre âges dans la Langue Latine. Consultez encore l'excellent traité de *Bibliander*, *de ratione communi omnium linguarum*.

qu'ils apprennent la langue du peuple vainqueur, ne manquent pas de la corrompre, soit par négligence, soit par de certaines dispositions dont ils ne sont pas les maitres : le moins qui arrive, c'est qu'ils veulent porter dans la nouvelle Langue qu'ils apprennent, le génie de celle qu'ils sçavent, ce qui est la dénaturer. Les Romains firent tous leurs efforts, pour qu'on parlât Latin dans les Provinces conquises : à *Cumes* on leur accorda la demande qu'ils firent d'y traiter les affaires publiques en Latin : est-il surprenant après cela que cette Langue ait si fort varié, & qu'elle ait été la mère de plusieurs enfans qui lui ressemblent si peu ?

Quelquefois il est arrivé, qu'on a sagement corrigé quelques défauts, que le caprice avoit introduits & autorisés. Des Ecrivains qui réfléchissoient, ont adopté ces changemens, & bientôt tout le monde en a fait autant. A' mesure qu'un peuple s'est éclairé, & qu'il a cultivé des Arts & des Sciences, qui lui étoient auparavant inconnues, il s'est vû obligé d'introduire de nouveaux mots ; il les a empruntés d'une Langue étrangere, quelquefois il les a forgés. Mais ces cas qui sont rares, n'ont pas duré assez longtems pour justifier le changement perpétuel des Langues vivantes, que le caprice des Ecrivains empêche de se fixer.

De tout tems on a vû des Ecrivains prendre des libertés ; & ils ont été suivis dès qu'ils ont eu le talent de plaire. On sçait qu'*Eschine* changea beaucoup au langage des Rhodiens : les Poëtes ont toujours usurpé une espece d'empire sur les langues ; ils ont mutilé des mots, ils en ont allongé d'autres, selon que cela leur paroissoit nécessaire à la cadence ou à l'harmonie de leurs vers. Une Langue vivante transportée dans un autre climat, y change par un nombre de raisons, qu'il seroit trop long de détailler ici ; ces changemens sont quelquefois si considérables, qu'on ne reconnoit plus la liaison qu'il y a entre un mot & sa racine ; tous les Etymologistes en conviennent.

La politesse qui régne en France, la douceur des mœurs, cette urbanité qui est le charme de la Société, ont contribué à rendre la

 Lan-

Langue Françoiſe beaucoup plus douce, qu'elle ne l'étoit autrefois; cela lui a fait perdre tout ce qu'elle pouvoit avoir de rude. Peut-être que cette inconſtance aſſez naturelle aux Nations qui ont l'eſprit vif, a hâté ces changemens, deſtructeurs des Ouvrages les plus précieux.

Les Langues vivantes ſeront toujours en proye à quelques changemens : c'eſt à nous à ne pas favoriſer ceux qui dépendent de nous, & à remédier à ceux, que des circonſtances & des événemens, dont nous ne ſommes pas les maitres, peuvent trainer après eux. Songeons à ſauver du naufrage tant d'ouvrages excellents, l'honneur du Siecle paſſé & du nôtre. La gloire du grand *Corneille* ſeroit-elle auſſi chancelante, ſi d'un côté la Langue Françoiſe n'avoit pas eſſuyé depuis lui des changemens auſſi conſidérables, & ſi de l'autre nous n'étions menacés de changemens non moins importans.

Cet inconvénient nous empêche d'appercevoir dans ces anciens Ouvrages les graces de l'expreſſion, l'énergie des termes, la délicateſſe des tours ; il cauſe naturellement du dégoût pour tout ce qui eſt écrit dans un language vieilli : mal d'autant plus triſte, que l'eſprit, le génie même, & le ſçavoir le plus éclairé, ont ſouvent, que, dis-je, ont toujours beſoin pour plaire, des reſſources de l'oreille, qui ne devroient être eſtimées que dans des ouvrages frivoles. L'*Eſprit des Loix* écrit dans le ſtile de *Montaigne*, ne ſe trouveroit plus que dans la Bibliotheque de ce petit nombre d'élus, qui regardent & qui voyent plus loin que le commun des gens de lettres.

M. *Du Clos*, connu par des Ouvrages où la Philoſophie & l'eſprit ſe le diſputent l'un à l'autre, donna il y a quelque tems des remarques très delicates ſur la Grammaire Françoiſe de *Port-Royal;* parmi un grand nombre d'excellentes réflexions, il y en a pluſieurs en faveur de la nouvelle ortographe, que quelques Ecrivains modernes ſe ſont efforcés d'introduire : il va même beaucoup plus loin, pluſieurs d'entre eux ſe ſont contentés d'admettre quelques changemens autoriſés par l'Académie Françoiſe & presque généralement adoptés ; comme, par

exem-

exemple, la suppression de plusieurs lettres doubles, & la substitution de l'*e* à l'*ai* dans quelques cas où la prononciation l'exige. Notre Auteur veut assujettir entièrement l'ortographe à la prononciation ; régle peu sure, impossible même à pratiquer.

Tout le monde prononce-t-il un même mot de la même maniere, & tout le monde le peut-il ? S'il étoit possible d'introduire une même prononciation parmi tant de peuples & tant de provinces différentes, j'avoüe que cette régle paroitroit séduisante : mais l'expérience nous prouve le contraire ; nous voyons même que les plus habiles ne s'accordent pas sur la prononciation de plusieurs mots ; il y aura toujours des cas embarrassants, & on ne pourra pas en appeller à l'ortographe, si celle ci est assujettie à la prononciation. *Sylvius*, qui voulût autrefois changer l'ortographe, ne fût point suivi par *Maigret*, *Pelletier*, & *Pierre de la Ramée*, qui ne vivoient qu'une vingtaine d'années après lui : leurs changemens différerent beaucoup des siens.

„ C'est une vaine ostentation d'erudition, dit M. *Du Clos*, qui „ a gaté l'ortografe : ce sont des savans & non pas des filosofes qui „ l'ont alterée : le peuple n'y a u aucune part. L'ortografe des fames, „ que les savans trouvent si ridicule, est plus raisonnable que la leur ; „ quelques unes veulent apprendre l'ortografe des Savans, il vaudroit „ bien mieux que les Savans adoptassent céle des fames. „ (*d*)

Il me semble qu'on ne sçauroit marquer précisément quelle est la classe d'hommes, qui a le plus influé sur la prononciation & sur l'ortogra-

(*d*) Je me sers ici de l'ortographe de M. *Du Clos*. Il me semble qu'en suivant la sienne, il auroit fallu ortographier de cette maniere : „ C'et une vaine ostentasion dérudision, qui a gaté l'ortografe, ce son des Savans e non pa des „ filosofe, qui l'ont alterée : le peuple ni a u ocune par. L'ortografe des fame „ que les Savan trouve si ridicule ai plus raisonnable que la leur : quelques „ unes veule aprendre l'ortografe des Savan, il vaudrai bien mieux, que les „ Savans adoptasse céle des fame. „

tographe : par-rapport à la premiere, il est peut-être vraisemblable que le peuple y a eu le plus de part ; par rapport à la seconde, ce sont les Ecrivains de toute espece qui l'ont fixée, Scavans, Philosophes, Artistes, gens d'esprit & pédants, tous y ont eu part. On ne sçauroit disconvenir qu'il n'y ait eu des gens, qui ont fait parade d'une vaine érudition dans tout ce qui regarde la Grammaire ; mais ne seroit-ce pas aller trop loin que de se refuser aux régles de l'Etymologie, & de l'usage ? S'il s'agissoit d'un grand avantage, on pourroit sans doute entreprendre de grands changemens ; mais bien loin qu'il y ait de l'utilité à retirer du projet de ce célébre Académicien, il me paroit qu'il n'y a que des inconvéniens à craindre.

Il faudroit, pour taxer les Sçavans d'avoir altéré l'ortographe, convenir de celle qui doit être la bonne. L'étude grammaticale des langues a toujours été le partage des Sçavans, & doit l'être ; les langues ont sans doute quelque chose de philosophique, mais tout ce qui regarde la Grammaire, ne doit point être renvoyé indistinctement au tribunal des beaux esprits, des Philosophes, & du peuple : ce n'est pas toujours un Courtisan, un Orateur, un homme d'esprit, qu'il faut consulter, mais quelquefois le plus pédant des Grammairiens.

Je ne sçais pourquoi M. *Du Clos* trouve l'ortographe des femmes plus raisonnable que celle des Savans : je suis persuadé que la sienne est encore bien plus conforme à celle des derniers qu'à celle d'une infinité de femmes qui pour l'ordinaire prononcent assez mal, & estropient les mots (e). S'il n'a pû gagner les Sçavans, c'est qu'il manque de raisons triomphantes ; car est-il à présumer que les gens éclairés soient moins doci-

(e) Les femmes des provinces prononcent très mal : elles font pis que les étrangers ; & à Paris, si l'on en excepte celles qui s'occupent utilement, il y en a beaucoup qui ont une prononciation si singuliere, qu'elles l'emportent sur les petits Maitres, qui ont pour ainsi dire naturalisé la prononciation de *bein* pour bien. Les mots les plus en usage sont souvent estropiés par les femmes du meilleur ton.

dociles, sur un article où leur amour propre n'est point intéressé, que ceux qui s'inquiètent peu s'ils écrivent bien ou mal.

Bien loin de penser qu'il faille ortographier comme on prononce, il me semble qu'il faudroit affecter de faire le contraire. Il est bien plus facile aux étrangers & aux provinciaux d'ortographier de la même maniere, que de prononcer comme en seroient convenus ceux qu'on prendroit pour Aristarques de la langue parlée : les yeux sont des maitres surs, les oreilles ne le sont presque jamais. Lorsqu'on n'ortographie pas d'une maniere entièrement analogue à la prononciation, il est facile de se faire des régles pour juger combien la prononciation différe de l'ortographe, & pour apprendre à bien prononcer ; en ortographiant différemment, la prononciation de différentes personnes pourra plus facilement être la même, mais un mot ne sera jamais prononcé par plusieurs personnes de la même maniere, s'il est ortographié sur la prononciation de quelqu'un en particulier : je ne parle point de l'accent des étrangers & des provinciaux, il y a des nuances qui tranchent moins, mais qui s'apperçoivent également. Il est impossible d'écrire un mot, qui exprime la prononciation de tout le monde ; & comme il est important qu'il soit toujours ortographié de la même maniere, il paroit qu'on évitera un très grand nombre d'inconvéniens, en rendant l'ortographe indépendante de la prononciation. S'il y a un moyen de faciliter la bonne prononciation à ceux qui ne sont pas gens de lettres, aux étrangers ainsi qu'à ceux qui vivent dans les provinces, c'est assurement celui de les avertir avec soin qu'on ne prononce pas les mots comme on les écrit. Raison peut-être qui explique, pourquoi il est infiniment plus d'étrangers qui prononcent bien l'anglois, qu'il n'en est qui prononcent bien le françois.

Quels avantages au reste pourroit-on retirer de cette nouvelle ortographe ? La suppression des lettres doubles rendroit sans doute un gros ouvrage un peu moins volumineux ; mais il y a longtems que les François n'écrivent plus de gros livres, & il y a bien peu à gagner

 sur

ſur une brochure de quelques feuilles, ſi l'on n'en retranche que les lettres doubles : d'ailleurs on veut leur ſubſtituer des accents, ce qui n'eſt pas ſans inconvéniens.

En ſoumettant l'ortographe à la prononciation, on s'engage à changer continuellement la premiere, car la prononciation varie : des mœurs plus aiſées, plus de moleſſe & plus de délicateſſe rendent naturellement la prononciation plus douce : quelques guerres qui ſe ſuccéderoient dans un court eſpace de tems, donneroient aiſément un ton plus mâle, & par conſéquent une prononciation plus rude.

Si l'on ne s'apperçoit pas de ſon vivant du changement de la prononciation, c'eſt que ces nuances inſenſibles ne peuvent qu'échapper à la mémoire, qui ne ſçauroit retenir un ſon : mais que l'on faſſe attention aux diphtongues que la Langue Françoiſe a perduës, & on verra que j'ai raiſon. Les voyelles, l'ame des mots, ne ſont point fixes, on en ſupprime ſouvent dans la prononciation, de même qu'on ajoute des conſonnes à la fin des mots, qui précédent quelques voyelles. L'Eſpagnol & le Suabe multiplient les *a* & les *o* : l'Allemand change l'*u* en *ou*, l'Anglois change le ſon des *a*, des *e*, & des *o*. Je pourrois faire d'autres remarques ſur ce ſujet, mais cela me meneroit trop loin.

Ceux qui veulent changer l'ortographe, ſemblent admettre un principe qn'on ne ſcauroit leur paſſer : c'eſt que les lettres ont le même ſon, ſoit qu'elles ſoyent ſéparées, ſoit qu'on les trouve liées à d'autres : il n'y a cependant rien de moins vrai. Les lettres ſont des caractères dont la valeur eſt différente ſuivant la place qu'elles occupent : nous n'avons pas aſſez de lettres, pour qu'il en ſoit autrement : il en eſt d'elles comme des nombres ou des notes de muſique. Quoiqu'aſſurément le ſon des trois *ut*, qu'on exprime en montant deux octaves, ſoit différent, on n'a jamais crû qu'il fut néceſſaire d'inventer de nouvelles notes pour déſigner cette différence ; la ligne où l'*ut* eſt marqué ſuffit au Muſicien pour hauſſer ou baiſſer la voix. De même des nombres : avec dix caractères que n'exprime-t-on pas ? Il s'agit donc

moins

moins d'exprimer un son, de le peindre, que de désigner une chose quelconque, que nous avons appris à faire connoitre aux autres par le moyen de la parole.

Dans toutes les Langues l'ortographe & la prononciation ne s'accordent point. La Langue Françoise seroit-elle plus parfaite, si elle sortoit de la régle, pour n'admettre que des inconvéniens, plus considérables que ceux qu'on voudroit éviter, & pour ne rien gagner. Les Grecs ont-ils changé le *Gamma* devant un autre *Gamma*, ou devant un *Kappa* en un *Chi* en un *Ni*, quoiqu'ils le prononçassent ainsi. (*f*)

Quelle bigarure dans nos écrits, si tout le monde suivoit la régle renouvellée par M. *du Clos!* Et s'il n'étoit pas permis de la suivre à ceux qui prononcent mal, ce que personne ne voudroit se persuader, il n'y auroit qu'un très petit nombre de gens de lettres, & de Courtisans à qui l'ortographe ne couteroit rien. Mais, dira-t-on, il s'agit de déterminer, quelle est la bonne prononciation, & de régler ensuite l'ortographe; cette maniere d'ortographier sera pour lors celle que tout le monde doit adopter, elle servira de loi, & nous n'aurons plus une ortographe si chargée. Ce raisonnement paroitroit concluant, si l'on étoit assuré qu'au bout de vint ans on n'en dise pas autant. Si l'on permettoit une fois à des particuliers d'innover à leur gré, les changemens qu'ils introduiroient, défigureroient enfin si sensiblement la Langue, que les Chefs d'œuvre du Siecle de Louis XIV. subiroient bientôt le triste sort de ces excellents Ouvrages, qu'on ne lit presque plus aujourd'hui. D'ailleurs, par rapport à l'inconvénient des lettres dou-

 bles,

(*f*) C'est pourquoi le mot *ange*, qui vient d'αγγελος se prononce & s'ecrit avec un *ng*. Ce qui prouve que par rapport à l'etymologie, il ne faut pas toujours s'en rapporter à l'ortographe, lorsqu'il s'agit de déterminer la racine d'un mot: & comme on ignore la véritable prononciation des langues mortes, on sent les difficultés qui peuvent arrêter un Etymologiste bien exact. Peut être qu'en réfléchissant sur les racines de certains mots de nos langues modernes, on découvriroit quelque chose sur la prononciation des langues mortes.

bles, il arriveroit que ce leger défaut, si c'en est un, se trouveroit changé pour une infinité de personnes en un défaut opposé. Je ne parle point de la peine qu'auroient les gens de lettres à se faire à cette nouvelle ortographe, & à l'apprendre.

On peut encore ajoûter à ce que viens de dire, l'impossibilité de suivre cette régle pour les noms propres, & pour les termes d'art, à moins qu'on ne veuille s'exposer à oublier l'origine des familles, & l'etymologie des mots, si propre à en découvrir le sens à ceux qui ne sont pas initiés dans les Arts, d'où ces termes sont tirés. Il en est de même pour les mots, qui signifiant des choses différentes, se prononcent de la même maniere, & admettent des différences dans leur ortographe; il n'est pas inutile de les distinguer du premier coup d'œil.

Les Novateurs ont bien tort d'enlever à l'Etymologie le peu de secours, qui lui reste. Il semble que contre l'autorité des plus grands hommes, on veuille aujourd'hui contester à cette Science l'utilité qu'elle peut avoir. *Varron*, le plus sçavant des Romains, travailla à l'Etymologie de sa langue. *Platon* veut qu'on ait recours aux Langues étrangeres pour juger de celle des Grecs. Le célébre *Bochart* a prouvé, dans son *Phaleg* & dans son *Chanaan*, que cette Science étoit nécessaire à quiconque veut étudier l'histoire. L'autorité des *Scaligers*, des *Huets*, des *Vossius*, doit être de quelque poids. Les Origines françoises de *Budée*, de *Baïf*, la conformité de la Langue Françoise avec la Langue Grecque de *Henri Etienne*, les Ouvrages de *Nicod*, du Pere *Périon*, Bénédictin très sçavant, de *Piccard*, de *Tripault*, de *Postel*, de *Toussain*, de *Vatable*, de *Guischard*, du Président *Fauchet*, de l'Abbé *Ménage* prouvent encore que l'Etymologie a eu des partisans bien dignes de l'estime publique.

J'avoüe qu'il y a eu des Sçavans qui ont été trop loin. *Cujas* eut tort de ne montrer que le Dictionnaire de *Calepin*, lorsqu'on lui demanda, d'où il avoit puisé son immense érudition : la connoissance des Langues sçavantes est utile, mais ne suffit à aucune Science; & elle est

par-

parfaitement inutile à quelques unes. Les Etymologistes qui ont été chercher dans les langues les plus anciennes la racine de quelques mots de nos langues modernes, ont eu d'autant plus de tort, que, convaincus de l'incertitude de leurs suppositions, ils ont perdu leur tems à des discussions, qui ne les menoient à rien. *Guischard* n'auroit point dû chercher dans l'Hébreu la raciné de quelques mots François : c'est avec plus de succès & de raison qu'on a eu recours au Grec. (g)

Quand il ne s'agiroit que de soulager la mémoire, l'Etymologie seroit d'un grand prix : on ne sçauroit rendre trop facile l'étude des langues : c'est la priver d'un secours que de négliger cette Science, qui, comme toutes les autres, a ses abus. Il ne faut que de la mémoire pour apprendre une langue, mais il en faut beaucoup ; l'Etymologie y supplée, c'est un flambeau qui nous éclaire dans un chemin obscur, & qui nous épargne ainsi la peine d'en retenir les tours & les détours.

Enfin tout ce qui peut nous servir à connoitre les progrès de l'esprit humain, est précieux. Qu'il seroit heureux si une seule & même Langue repanduë dans l'Univers, & conservée depuis l'origine du monde jusqu'à nous, nous permettoit de profiter sans peine des lumieres de nos Ancêtres, & de celles de nos contemporains étrangers ! Aurons-nous beaucoup d'obligation à ceux qui changent si cruellement

(g) MM. de *Port-Royal* donnerent, en suivant les idées de *Ménage*, un Catalogue de mots françois, qui sont visiblement d'une origine grecque : Voyez le *Jardin des Racines grecques :* On pourroit condérablement augmenter cette liste. Qui ne voit que καμινος, κανναβις, καβαλλης, κιχορη, &c. sont des mots presqu'entierement transposés dans la Langue Françoise. Le P. *Labbe*, après avoir critiqué cet essai, le publia sous son nom avec de très legers changemens : on sçait que ce R. P. en fit autant à MM. *de Sainte Marthe* & au célébre Géographe *Sanson*. Il n'est pas douteux que toutes les Langues modernes n'aient emprunté du Grec un nombre considérable de mots : les mots λαμπας, λυκη, λυρα, sont entièrement allemands. Voyez le discours du R. P. *Bernier* sur les Etymologies Françoises ; il est à la tête des Origines de *Ménage*.

les Langues vivantes, & qui rendent ainsi de jour en jour l'étude de l'Etymologie plus difficile & plus incertaine ? Nous ne voulons plus tenir à nos Ancêtres par aucun endroit ; & nous cherchons à obscurcir de plus en plus les tems passés, qui pourroient bien encore donner des leçons aux tems présents. Mais, sans parler même de l'Etymologie par rapport aux langues mortes, ou par rapport à des langues différentes de celle d'où sont tirés les mots dont on cherche à découvrir l'origine, on peut se contenter d'insister sur l'utilité de celle qui se borne à chercher la racine d'un mot, dans la même langue d'où il est tiré. Je m'explique. Il y a des mots composés ; leur sens est facile à déterminer, dès que l'origine en est sensible, c'est à dire, dès qu'on voit aisément les mots simples dont ils sont composés. Si l'on change l'ortographe, on ne le verra qu'avec peine, & il arrivera que pour sçavoir le sens d'un composé, il ne suffira pas de connoître celui des simples qui le composent, il faudra apprendre le sens de ce troisième mot, qui rentrera pour nous dans la classe des mots simples. (b) L'omission d'une seule lettre, le changement d'une lettre en une autre, peut rendre l'origine d'un mot méconnoissable.

En changeant l'ortographe, on changera la prononciation même sans le vouloir ; il est si naturel à celui qui lit de prononcer suivant l'ortographe, lorsque le mot lui est nouveau, qu'on ne peut que s'attendre à de grands inconvéniens dans le projet de M. *Du Clos*. Ceux, par exemple, qui écriront *exeption* au lieu d'*exception* prononceront bientôt l'*x* de ce mot comme celui d'*examen*, c'est à dire, qu'après avoir crû pouvoir se passer du *c* après l'*x* dans le mot *exception*, ils feront de l'*x* un *gz*.

Si l'on veut établir des régles générales, assujettir l'ortographe à la prononciation, & ne point s'inquiéter de l'usage, on sera en droit

par

(b) Les mots composés sont encore plus communs à la Langue Allemande qu'à aucune autre langue vivante ; ce qui n'est pas un médiocre avantage. Elle a beaucoup de monosyllabes ; ce qui a fait croire aux Sçavans qu'elle est fort ancienne.

par la même raison, de condamner & de changer une infinité de choses dans les langues, qui en altéreroient entièrement la nature. Il n'y a peut-être pas deux régles de Grammaire, qui ne souffrent quelques exceptions la Syntaxe à ses irrégularités, on dit *grand' Messe* & *grand' Mere*.

Les Novateurs tombent en contradiction avec eux-mêmes, en s'écartant de leur régle dans la suppression des lettres insensibles à la prononciation, lorsque ces lettres servent à marquer les cas. Il faudroit selon leur principe écrire un même mot différemment, selon qu'il est suivi d'une voyelle ou d'une consonne ; ainsi, en suivant cette régle, on écriroit *sanc agité* & *san brulé*. Si l'on dit qu'il faut écrire les mots comme on les prononce isolés, on ne pourra pas dire qu'on les prononce comme on les écrit ; car, liés d'une certaine façon, il faudra pourtant s'en tenir à la prononciation usitée.

Je ne vois pas pourquoi M. *Du Clos* substitue l'*s* à l'*x* dans les mots *mieux* & *vicieux ;* il ne devroit pas écrire *respect* avec un *&*, ni *qualifier* avec un *qua*. On trouve un nombre d'excellentes remarques sur ce sujet dans le bel Ouvrage sur la Grammaire françoise de l'Abbé *Régnier*.

Les changemens qu'on veut introduire, ne sont pas des inventions modernes : les Latins eux mêmes ont changé leur ortographe on écrivit d'abord *chorona*, *precho*, *irci*, *triumpi*, *cassantra*. (i) On changea dans plusieurs mots l'*h* en *f*, & l'*f* en *h* : il y eut un tems où l'on écrivoit *haba* pour *faba*, & *fordeum*, *fircus*, *fariolus*, *fædus*, pour *hordeum* (k) &c. *Suetone* (l) rapporte qu'*Auguste* n'observoit pas l'usa-

(i) *Quintilien* Liv. I. de ses Institut. *Ciceron* & *Virgile* ecrivoyent *Caussa*, *cassus*, *divisso*, comme on le voit dans les anciens MSS. avant eux on avoit dir *jussi*, *optumus*.

(k) *Terentius Scaurus*, de Ortographia.

(l) *Ortographiam, id est, formulam rationemque scribendi non adeo custodit; ac videtur eorum potius sequi opinionem, qui perinde scribendum ac loquamur existiment : Nam quod sæpe non litteras modo sed syllabas, aut permutat, aut præterit, communis hominum error est.*

l'usage établi par rapport à l'ortographe, mais qu'il suivoit l'idée de ceux qui croyoient devoir la conformer à la prononciation. *Porphyre* reproche la même chose à *Plotin*. (m) L'Abbé *Régnier* (n) nous aprend que dans le courant du seizième Siecle, *George Triffin* voulut tenter de réformer l'ortographe italienne; il voulut même ajoûter des lettres à l'alphabet: il a été si peu suivi, qu'on sçait à peine aujourdhui ce qu'il avoit dessein d'introduire.

En même tems *Jaques du Bois*, Professeur en Médecine, connu sous le nom de *Sylvius*, tenta la même chose en France, & publia en 1531 un ouvrage sur ce sujet. *Louis Maigret* de *Lion*, & *Jaques Pelletier* du *Mans*, eurent des desseins plus vastes: ils conseillerent des changemens aussi téméraires que ridicules. *Pierre de la Ramée*, qui leur succèda, ne fit pas mieux; il voulut augmenter le nombre des caractères de l'Alphabet. *Rombaut* renchérit sur les autres; il composa un alphabet de 44 consonnes & de 8 voyelles; & fit imprimer un ouvrage en suivant cette nouvelle écriture. *L'Esclache* renouvella au milieu du Siècle passé les idées de *Maigret*, de *Pelletier* & de *Ramus*. *L'Artigaut* publia en même tems un projet de changements, peu différent de celui de l'*Esclache*. Ce sont là les principales tentatives qu'on a fait en France, & qu'on peut voir detaillées dans l'Ouvrage déjà cité de l'Abbé *Regnier*. A' en juger par ce qu'on a fait autrefois, il est à présumer que les tentatives modernes n'auront pas beaucoup de succès. Il faut pourtant distinguer de toutes les autres, celles de M. *Du Clos*.

Bien loin de chercher à renouveller cette ancienne erreur, nous devrions insister sur l'exacte observation de l'ortographe, sur la conservation de tant de mots que les Langues vivantes, & surtout la Langue Françoise, perdent tous les jours, & sur le danger du Néologisme. Le

(m) Ἔγραφε δε ὅτε εἰς καλλος ἀποτυπȣ́μενος τὰ γράμματα, ὅτε εὐσήμως τὰς σύλλαβȣς διαιρῶν, ȣ̓́δε της ὀρθογραφίας φροντίζων ἀλλὰ μόνȣ τȣ̃ νȣ̃ ἐχόμενος. *Porphyr.*

(n) Grammaire Françoise, p. 71.

Le passé peut nous instruire. La Langue Françoise, qui est sur le point de devenir la langue de l'Europe, puisqu'elle est déjà celle des Cours, celle de tant de Sçavans, & celle du sexe, doit être plus qu'une autre fixée pour toujours.

Qu'on ne dise pas que l'ortographe est de peu de conséquence, toute la langue y tient. La prononciation est l'ame de la langue parlée, comme l'ortographe est celle de la langue écrite. Lorsqu'on écrit, on ne doit point songer à la prononciation; il seroit plus sage de songer à l'ortographe, lorsqu'on parle. Si l'on insiste sur l'inutilité des lettres doubles & de plusieurs diphtongues, je puis répliquer que les changemens à faire ne sont pas plus utiles: d'ailleurs une lettre n'est inutile dans un mot, que lorsqu'étant insensible à la prononciation, elle ne sert à en fixer ni le sens ni l'étymologie. On seroit moins embarrassé sur les anciens tems de l'histoire, si les Langues n'avoient souffert de si cruels changemens: à force de changer l'ortographe & la prononciation, d'introduire de nouveaux mots, d'accumuler le nombre des mots vieillis, une Langue changera du tout au tout au bout d'un demi-Siècle. Peut-être que toutes les Langues du monde ne sont que des dialectes d'une langue primitive changée insensiblement.

Il paroit par ce que je viens de dire, qu'on ne sçauroit veiller avec trop de soin à écarter des Langues toute espece de changement & d'innovation. Les Sciences & les Arts tiennent aux Langues par des liens indissolubles. Au reste je n'ai proposé ces difficultés contre le sentiment d'un Académicien célébre, qu'avec la juste défiance que je dois avoir de moi-même, lorsqu'il m'arrive d'être d'un avis opposé à celui d'un homme qui a mérité autant que M. *Du Clos*, les éloges & l'estime du *Public*.



ELOGE
DE
MONSIEUR VOCKERODT.

JEAN GOTHILF VOCKERODT, Conseiller Privé au Département des affaires étrangeres, étoit né à *Halle*, le 15 de Mars, 1639. Son Père, *Godefroy Vockerodt*, étoit alors Conrecteur du College de cette Ville; & sa réputation d'habile Littérateur le fit appeller depuis à *Gotha*, pour remplir la premiere place du College avec le titre de Directeur. Ce fut sous ce père que le fils, né avec d'excellentes dispositions aux études, fit rapidement ses humanités, & acquit des connoissances peu communes dans les Langues, dans l'Histoire profane & ecclésiastique, dans les Belles-Lettres, la Philologie sacrée, & la Philosophie.

Suivant les vuës de M. *Vockerodt* le père, son fils devoit se destiner à la Théologie, & il l'envoya pour cet effet en 1708. faire à *Halle* les études convenables à cette destination. Il parut s'y prêter, & au bout de deux ans, n'étant encore que dans sa dix-septième année, il reçut le grade de Maître ès Arts. Mais quand il eut atteint cette espece d'émancipation, il fit connoitre l'éloignement qu'il nourrissoit depuis longtems pour tous les postes ecclésiastiques & académiques; éloignement qui devoit être bien fort, puisque M. *Vockerodt* avoit d'ailleurs toutes les qualités propres à se distinguer & à obtenir des places considérables dans l'un ou l'autre de ces états. On commençoit même déjà à lui en offrir; mais il déclara qu'il avoit dessein de voyager, & quoique son père n'approuvât point un plan qui sembloit détruire le fruit de tant d'années si heureusement consacrées au travail, il y donna enfin son consentement en 1711.

Com-

Comme M. *Vockerodt* n'étoit pas en état de faire par lui-même les grands fraix qu'entrainent après eux les voyages, il prit le parti de se charger de la conduite de jeunes Eleves d'un rang distingué, avec lesquels il put profiter des avantages qu'il desiroit. Il fut d'abord pendant un an auprès du Baron *de Rönne*, fils d'un Général au service de la Cour de Russie, & passa de là dans la même qualité chez le Comte *de Bruce*, qui étoit dans les mêmes Troupes.

Transplanté en Russie, M. *Vockerodt* se hâta d'apprendre la Langue du païs; & comme ses vuës ne se bornoient pas à la Pédagogie, dans laquelle on ne sçauroit vieillir sans dégoût, il chercha à se rendre agréable & utile à ses Maîtres, qui remarquerent bientôt les qualités par lesquelles il s'est rendu si recommandable dans la suite, son génie, sa pénétration, sa facilité à démêler les affaires, sa netteté à les exposer, & le tour heureux de son style. Ces Généraux qui avoient part à la confiance de leur Monarque, Pierre le Grand, accorderent donc à M. *Vockerodt* toute la leur, & le firent travailler sous eux, ou même pour eux, dans des occasions de la derniere importance. Cela le fit connoitre, & le mit en liaison avec les personnes les plus distinguées de la Cour. Il en sçut tirer parti, non pour satisfaire une frivole vanité, mais pour étendre ses lumieres, & acquérir la connoissance la plus approfondie de l'état politique & militaire, des forces, & des interêts de cet Empire qui naissoit, pour ainsi dire, alors, & qui de vaste & inconnu qu'il avoit été jusques là, est devenu une des Puissances qui influent le plus sur ce qu'on appelle la Balance de l'Europe.

Parmi les Grands qui conçurent de l'estime pour M. *Vockerodt*, & qui chercherent à se l'attacher, il n'y en avoit point qui fut plus connoisseur en mérite que le célébre Prince *Cantimir*, Hospodar de Valachie, qui a donné des Ouvrages propres à faire beaucoup d'honneur, même à un Savant de profession. Il proposa d'abord à M. *Vockerodt* le genre de poste qu'il avoit jusqu'alors rempli, en le plaçant sur le pied de Gouverneur auprès de son fils, *Antiochus Cantimir*, ce Prince qui

a paru avec distinction en qualité d'Ambassadeur dans les Cours de France & d'Angleterre, mais qui a illustré encore davantage son nom & sa Patrie par les Ouvrages élégans & ingénieux où il s'est proposé, comme un autre *Boileau*, de former le goût & les mœurs de sa Nation.

Il y a apparence que l'Hospodar n'avoit pas moins eu en vuë d'avoir un excellent Secretaire, que de donner un habile Gouverneur à son fils, en faisant l'acquisition de M. *Vockerodt*. Au moins celui-ci s'acquitta-t-il également bien de l'une & de l'autre de ces fonctions. Les succès de l'Eleve prouvent les soins du Maître; & si la modestie du défunt lui avoit permis de dire toute la part qu'il eut à la belle Histoire de l'Empire Ottoman, qui a paru sous le nom du Prince *Cantimir*, surtout au premier Tome, il n'en retireroit pas moins d'honneur. Ce qui est mieux connu, c'est que M. *Vockerodt*, accumulant de plus en plus ses rares connoissances, profita de cette conjoncture pour s'initier dans les mystères du Gouvernement Turc, comme il l'étoit déjà dans ceux du Gouvernement Russe. Il apprit aussi à connoitre les lieux par lui-même, ayant fait de fréquens voyages à la suite de son Maître, en Ukraine, en Tartarie, en Turquie, & dans les Provinces circonvoisines; voyages d'où il rapportoit toujours de riches dépouilles, personne n'étant plus propre que lui à saisir le caractère, les mœurs, les inclinations, les principes, & la politique des Nations chez lesquelles il séjournoit; & ce qui est encore plus important, à en tirer des conséquences justes, & avantageusement appliquables aux cas dans lesquels il étoit employé.

La fortune sembla vouloir faire monter M. *Vockerodt* un degré plus haut, en lui procurant l'occasion de passer du service du Prince *Cantimir* à celui du Favori de Pierre le Grand. C'étoit le Baron de *Schaffiroff*, qui occupoit alors ce poste glissant; & l'on sçait qu'il ne pût s'y soutenir. Il étoit au haut de la rouë; & c'étoit par conséquent une commission brillante que celle d'accompagner son Fils dans les voyages auxquels il se disposoit, & qui devoient comprendre les princi-

paux

paux païs de l'Europe. M. *Vockerodt* attendoit donc avec joye le moment du départ, lorsque la veille même il fit une chûte dangereuse, & se blessa si griévement à la tête, qu'il fut relevé pour mort. Cela l'obligea de renoncer à un poste qu'il faloit remplir sans délai, & qu'il vit avec douleur passer entre les mains d'un autre, qui fut envelopé dans une catastrophe beaucoup plus fâcheuse que n'avoit été l'heureux accident qui en préserva M. *Vockerodt*.

Après sa guérison, divers Envoyés lui offrirent la place de Secretaire d'Ambassade, avec des conditions favorables; & la Cour de Russie elle-même lui fit une proposition plus séduisante encore, en voulant lui conférer un emploi important, c'est celui de Translateur au Senat, avec des appointemens considérables. Tandis qu'il balançoit entre ces divers partis, il entra en liaison avec M. *de Mardefeld*, qui venoit d'arriver à la Cour de Russie en qualité d'Envoyé de celle de Prusse: & il se détermina pour une fonction qui paroissoit à tous égards au dessous de celles qu'on lui avoit offertes; c'étoit celle de simple Secretaire & translateur au service de ce Ministre. Sans doute que l'amour de la patrie, & l'espérance de s'y avancer par cette voye, influerent sur cette résolution, que l'événement a bien justifiée. Bientôt après en 1716. il eut le caractère de Secretaire d'Ambassade, & servit en cette qualité avec une extrême application, accompagnée de tout le succès qu'on pouvoit se promettre de sa longue expérience, & des talens naturels & acquis dont nous avons fait mention. Les conjonctures qui manquent souvent aux services & aux talens se trouverent fort heureuses; c'étoit un tems de Négociations & de Traités, dans lequel il déploya toute sa capacité. Mais comme la condition de l'humanité est d'acheter toujours un bien aux dépens de quelque autre, les fatigues du Cabinet, & les voyages pénibles, quelquefois dangereux, qu'il fut obligé d'essuyer, altérerent considérablement sa santé.

A mesure qu'il avançoit dans la carrière de ses travaux, le Roi *Frideric Guillaume* de glorieuse mémoire, Prince dont la justice a toujours fait un des grands caractères, le récompensoit par des marques

réelles de son auguste bienveillance. Il eut ensuite occasion de le connoitre personnellement dans des voyages qu'il fit à *Berlin* en 1724. & en 1728. pour rendre compte de commissions dont il avoit été chargé. Ce fut un peu après le dernier que le Roi lui conféra la place de Bourguemaître de la Ville de *Königsberg*, Capitale du Royaume de Prusse, place qui rapportoit un revenu considérable.

M. *de Mardefeld* reçut en 1734. ordre de se rendre à *Berlin*, dans une crise d'affaires au sujet de laquelle le Roi vouloit conférer avec lui; & pendant ce tems-là M. *Vockerodt* revêtit le caractère de *Chargé des affaires*, sous lequel il continua pendant près d'un an à ménager les interêts de sa Cour avec toute la dextérité possible. Sa présence en Russie étoit trop utile pour qu'on eut peut-être jamais pensé à l'en rappeller, si l'on n'y avoit été comme forcé; & voici comment. Lorsqu'en 1737. M. le Comte d'*Osterman*, & M. *de Biron*, depuis Duc de Courlande, étoient au timon des affaires, ils s'apperçurent que les yeux de M. *Vockerodt* étoient beaucoup plus pénétrans qu'il ne convenoit à leurs interêts; & à cette inquiétude se joignit encore la jalousie qu'ils conçurent du crédit presque incroyable qu'il s'étoit acquis, tant parmi la Nation qu'auprès des Etrangers. Ils n'eurent donc aucun repos qu'ils ne se fussent ôtés une épine aussi fâcheuse; & M. *Vockerodt* fut rappellé. Le Roi, plus convaincu que jamais de son mérite, le reçut à son retour avec les plus grandes marques de satisfaction: il le fit souvent appeller pour s'entretenir plusieurs heures avec lui, & rempli lui-même de la plus haute pénétration, il fut charmé d'appercevoir toute l'étenduë de celle de cet habile serviteur; & d'épuiser en quelque sorte ce magazin de politique consommée, par une infinité de questions sur tout qui étoit du ressort de M. *Vockerodt*. Ces entretiens furent bientôt suivis d'une Patente, en date du 9 de Novembre 1737. par laquelle M. *Vockerodt* fut déclaré Conseiller d'Ambassade, & attaché en cette qualité au Département des affaires étrangeres, comme l'un de ceux qui pouvoient le mieux travailler aux expéditions de ce Département.

Le

Le Roi étant instruit que la capacité de M. *Vockerodt* le rendoit propre à des fonctions très différentes, & que d'ailleurs il avoit pendant bien des années dirigé des Educations qui lui avoient fait beaucoup d'honneur; il le plaça au commencement de 1738. auprès de LL. AA. RR. Messeigneurs les trois Princes, aujourdhui Frères de S. M. Mais la santé véritablement ruïnée de M. *Vockerodt* se refusa entièrement à une occupation qui ruïne quelquefois des santés très vigoureuses; & au bout de la même année il obtint d'être dispensé de cet emploi. Ses vuës se tournerent alors du côté de *Königsberg*, où nous avons dit que le Roi lui avoit accordé une place; & il demanda la permission de s'y rendre pour entrer dans l'exercice de la charge de Bourguemaître régnant, ou Président de la Ville, qui lui étoit dévoluë. Il obtint sa demande, fit en conséquence les préparatifs de son voyage, & prit congé du Roi. Cependant il ne partit point, parce que le Roi, de son propre mouvement, & dans la persuasion qu'il valoit mieux appliquer au service de l'Etat entier qu'à celui d'une seule Ville, un homme dont l'habileté lui étoit si connuë, lui ordonna, contre sa propre attente & celle de tout le monde, de demeurer à *Berlin*. Une Patente du 31 Mars 1739. l'eleva au rang de Conseiller Privé au même Département où il avoit servi jusqu'alors, & y attacha une pension de 2000 Ecus.

Lorsque peu de tems après le Roi glorieusement régnant monta sur le Thrône, il confirma M. *Vockerodt* dans la jouïssance de son poste; & en 1741. lui ordonna de se rendre en Silesie pour travailler aux affaires importantes qu'occasionna la conquête de cette Province. Sous un Maître qui fait tout par lui-même, M. *Vockerodt* se montra digne d'exécuter ses ordres, par l'intelligence, la promtitude, & la fidélité, qui sont les qualités essentielles au Secretaire d'Etat, & qui furent constamment celles du défunt. Les récompenses furent proportionnées aux services; & la situation de M. *Vockerodt* devint plus florissante qu'il n'eut jamais osé se la promettre. C'est dommage que ses grandes occupations d'un côté, & le desordre de sa santé de l'autre, ne lui ayent guères permis d'en jouïr.

Lors-

Lorsque la Société Littéraire, qui a depuis été incorporée à l'Académie, se forma, M. *Vockerodt* en fut d'abord, & se trouva ainsi Membre de l'Académie à la réünion de ces deux Corps. Nous l'avons vû assez souvent, surtout avant ses dernieres infirmités, à nos Assemblées; & il a toujours paru s'intéresser à nos travaux, & à nos avantages.

Deux ans avant sa mort, on s'apperçut d'un déclin marqué; & ses forces s'affoiblissant par degrés, sans que son esprit parut néanmoins en souffrir, un coup d'apoplexie a terminé sa carriere le 5 de Mars de cette année.

Une vie aussi remplie que l'est celle dont nous venons de rendre compte, ne laisse guères de place pour les liaisons extèrieures, & pour ces rélations de société, qui aident à tracer le caractère moral de ceux qui les forment. C'est toujours beaucoup d'être bon sujet, & même sujet très utile, attaché à ses devoirs, & plein de zele dans leur observation. M. *Vockerodt* possedoit doublement cette qualité de bon sujet, par le soin qu'il prenoit d'en former d'autres, par l'affabilité avec laquelle il répondoit à tous ceux qui avoient droit de recourir à ses lumieres, par la facilité avec laquelle il communiquoit des connoissances importantes, qui lui avoient beaucoup coûté à acquérir, & sur lesquelles le plus grand nombre de ceux qui les possèdent, affectent la réserve & le mystère. C'en est assez pour faire son éloge; mais c'est aussi tout ce que nous croyons pouvoir y faire entrer.

FIN.



TABLE.

TABLE.

CLASSE de Philoſophie Expérimentale.

CLASSE de Mathématique.

CLASSE de Philosophie Spéculative.